

Att undervisa om problemlösning

Text: Markku Hannula, Helsingfors universitet | Översättning: Niklas Ollila, Åbo Akademi |
Videon på finska <http://bit.ly/ongelmanratkaisunOpettamisesta>



Hur kan läraren främja problemlösningssprocessen?

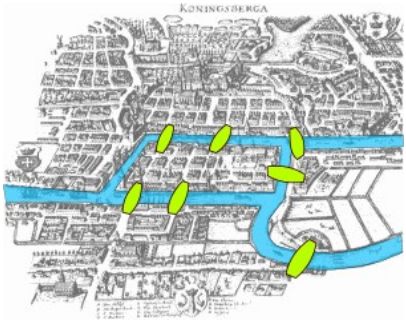
Jag kommer att tala om tre olika aspekter: för det första om vilken roll problemlösning har i undervisningen överlag, för det andra om vad läraren gör i klassrummet när hen undervisar om problemlösning, och för det tredje om hur man kan skapa en kultur i klassrummet, som ger upphov till problemlösningssiver hos eleverna.

Problemlösningens roll i undervisningen

Problemlösning har traditionellt beaktats i matematikundervisningen på tre olika sätt. För det första har ett sådant tänkesätt ofta gjort sig gällande att undervisningen i matematik ska gå ut på att utveckla elevernas färdigheter i problemlösning. Kunskaperna i matematik utvecklas utifrån vilka färdigheter och kompetenser som är till nytta i problemlösning. Ekvationslösning är ett exempel på en metod som används i olika typer av problemlösningssuppgifter. Det är alltså en allmängiltig metod som kan tillämpas på flera olika problem. Det här innebär med andra ord att ekvationsuppgifter inte längre är problemuppgifter – enligt definitionen i min förra video – när eleverna har lärt sig behärska metoden. De blir i stället rutinuppgifter.

Ett annat sätt att beakta problemlösning i undervisningen är att eleverna undervisas uttryckligen i problemlösningssferdigheter. Eleverna får exempelvis kunskap om olika typer av heuristiker och strategier, och de förbereds på att också kunna tillämpa dem. Därutöver kan målet vara att utveckla elevernas metakognitiva färdigheter.

Ett tredje sätt att ta hänsyn till problemlösning är att betrakta den som ett verktyg. Problemlösning är då alltså inget mål i sig utan bara en undervisningsmetod bland andra som används för att undervisa om olika ämnesområden i matematik och för att utveckla elevernas matematiska färdigheter.



Ett exempel på det sistnämnda är problemet om Königsbergs sju broar. Euler bodde i staden på 1700-talet och funderade på sina kvällspromenader om han kunde hitta en promenadväg som skulle passera varje bro en gång. På nätet finns rätt roliga tillämpningsuppgifter av problemet och flera olika, mer eller mindre omformulerade varianter av samma uppgift.

Det intressanta här är att Eulers funderingar ledde till uppkomsten av en helt ny gren inom matematik. Grafteorin baserar sig nämligen till stor del på de tankegångarna. På

samma sätt, när läraren presenterar ett lämpligt problem för eleverna och när man tillsammans funderar över möjliga lösningsmodeller, kan detta hjälpa eleverna att få upp ögonen för nya områden inom matematik. Man kan här ta ekvationer som exempel. Det går utmärkt att bekanta sig med dem med hjälp av problemuppgifter. Eleverna försöker först lösa uppgifter intuitivt, och de lär sig kanske att markera en okänd storhet på något sätt och beräkna dess värde. Då utvecklas alltså elevernas färdigheter i både algebra och ekvationslösning genom problemlösning.

Att undervisa om problemlösning

Ett annat tema i den här kontexten är hur läraren agerar när hen undervisar om problemlösning. Vi kan först ta en titt på tre allmänna principer. Ska eleverna lära sig problemlösningsfärdigheter är det viktigaste att de faktiskt löser problem. De lär sig alltså av problem som de själva löst. Men då är det viktigt att man verkligen vill lära sig av ett problem och inte bara vill lösa det så fort som möjligt för att genast gå till nästa. Reflektioner och diskussioner kring hur problemet lösts och på vilka sätt olika elever löst samma problem är en viktig del av det hela. Annars fokuserar man bara på att lösa problem och inte på att faktiskt lära sig problemlösning.

Vi går vidare till den andra principen. Förr tänkte man att heuristiker utgör en effektiv metod, och eftersom duktiga problemlösare tillämpar ett flertal olika heuristiker, tänkte man att det skulle vara en bra idé att också undervisa om dem. Man har emellertid kunnat visa att det kan vara svårt att undervisa om olika heuristiker eller strategier, eftersom eleverna väldigt sällan vet hur man överför en heuristik de lärt sig i en kontext till en annan kontext.

Tredje punkten här är att de metakognitiva färdigheterna och självstyrningsfärdigheterna, som togs upp i en annan video, delar in eleverna tydligt i svagare och duktigare problemlösare. Men det viktiga att komma ihåg är att både metakognition och självstyrning är färdigheter som kan övas upp.

Lärare och problemlösning

Låt oss sedan ta en titt på hur en lektion är strukturerad. Läraren presenterar först en problemuppgift för klassen, som sedan tillsammans ska lösas. Hur borde läraren då agera under de olika faserna i processen? Jag tar senare upp även motiveringar för dessa principer. En viktig princip är att läraren visar eleverna hur viktigt det är att grundligt sätta sig in i uppgiften och speciellt att läsa uppgiftsbeskrivningen noga så att man förstår uppgiften korrekt.

Det här kan läraren stöda så att uppgiften först läses högt i klassrummet – antingen av läraren eller någon av eleverna. Men det är också viktigt att diskutera uppgiften tillsammans: Finns det ord eller uttryck som inte är självklara och som behöver förklaras? Hela klassen kan vara med i diskussionen om vad som egentligen är frågan i uppgiften. Förståelse av uppgiften kan stå i fokus, men man kan också utgå från att försöka hitta den mest centrala informationen i uppgiften. Om uppgiften är mycket utmanande och om man kan närma sig uppgiften på ett flertal sätt som alla är något svåra att genomföra, är det bra om man till att börja med tillsammans med eleverna och med hjälp av gruppdiskussioner förbereder möjliga lösningsstrategier för uppgiften.

När uppgiften har presenterats för eleverna och de har, förhoppningsvis, förstått den korrekt och börjar lösa den, ändrar lärarens agerande karaktär. Eftersom eleverna inte framskrider i lösningsprocessen i samma takt behöver läraren gå runt i klassrummet, iaktta elevernas arbete, stanna hos enskilda elever, ställa frågor och ta reda på hur just den eleven har kommit vidare med uppgiften. Det här arbetssättet har som syfte att reda ut – inte bara i den situationen utan även allmänt – vilka styrkor och svagheter eleven har med tanke på utvecklingen av sina färdigheter.

Om någon av eleverna redan befinner sig i en fas där hen känner frustration över att hen inte kommer vidare med uppgiften – flera försök till trots –, är det viktigt om läraren då kan komma med tips eller med hjälp av frågor styra eleven i en gynnsam riktning med uppgiften. Eleven ska inte få känna sig rådvill alltför länge för att sedan bli fullständigt frustrerad över uppgiften. På samma sätt är det viktigt att utmana vidare de elever som mycket snabbt lyckats lösa uppgiften. Extra utmaningar kan hjälpa eleverna att göra generaliseringar så att de inte bara ser på den aktuella uppgiften utan försöker se de mer generella matematiska principerna eller lösningsstrategierna i den. Av dem som redan har löst uppgiften ska läraren också kräva att de ger sin lösning på uppgiften. På det sättet behöver eleverna repetera det som de har gjort och dessutom granska rimligheten i lösningen.

Den sista, avslutande fasen går ut på att presentera olika lösningar och väcka diskussion kring dem. Då kan läraren framför allt peka ut vissa heuristiker och namnge dem, så att eleverna lättare kan lagra dem i sitt minne och också bättre återkalla dem senare. Det är också viktigt att läraren i den här fasen visar kopplingar mellan den aktuella uppgiften och tidigare, likartade uppgifter eller erbjuder extra utmaningar efter den aktuella uppgiften. Ännu bättre blir det om eleverna själva får möjlighet att se dessa kopplingar och hitta på följdfrågor. En viktig princip här är också att hela gruppen tillsammans funderar kring hur lösningsstrategierna kan generaliseras. Därutöver är det viktigt att försöka se hur detaljer i uppgiften kan påverka hela lösningsprocessen: En viss uppfattning kan styra processen i en bestämd riktning, och en viss typ av kontext kan göra detsamma, även om det matematiskt skulle finnas flera olika lösningsmöjligheter. Diskussionerna har då som syfte att styra elevernas fokus bort från detaljerna och mot strukturen i uppgifterna och att göra dem medvetna om hur vissa, rätt ytliga saker i uppgiften förvånansvärt mycket kan styra ens tänkande.

Viktiga moment i undervisningen om problemlösning

Låt oss sedan gå igenom några av de viktigaste principerna för hur man undervisar om problemlösning. Det är, för det första, ytterst viktigt att hitta bra problemuppgifter. Om uppgiften är dålig till att börja med är det närmast omöjligt att kompensera för det, hur bra

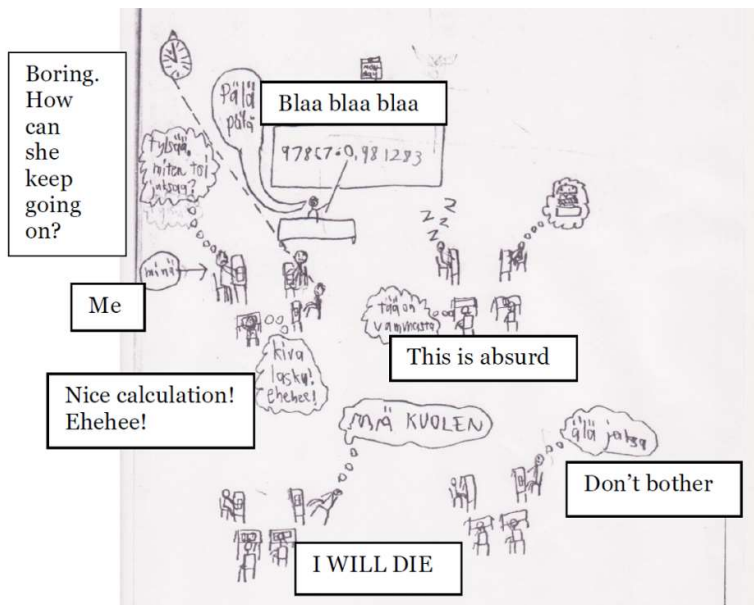
undervisningen än är. Ett annat viktigt moment är själva uppgiftsbeskrivningen och hur uppgiften presenteras. Eleverna behöver förstå problemet korrekt, och läraren ska väcka intresset för uppgiften hos eleverna. Ett bra sätt att göra det på är att presentera problem som eleverna intuitivt och snabbt först ger en felaktig lösning på – en lösning som de snart också själva inser att är felaktig. Det är ett bra sätt att få eleverna att ivrigt söka efter den korrekta lösningen. Exempel på sådana problem är uppgifter med rabattprocent – prissänkning eller -höjning på 50 % e.d. –, där den första, intuitiva lösningen ofta är felaktig, och sedan kan eleverna börja fundera på hur man egentligen borde gå till väga i uppgiften.

Det är också viktigt att vägleda de elever som kört fast i uppgiften, eftersom upprepade frustration lätt skadar motivationen. Men det viktiga är att lägga upp vägledningen så att eleven får ha kvar sin egen upptäckarglädje. Läraren ska alltså ge stöd endast så mycket att eleven kommer i mål med uppgiften och samtidigt känner att det till största delen varit hans egen förtjänst och att hen inte bara åkt snålskjuts. Avslutningsvis är det mycket viktigt att utvärdera arbetet med uppgiften: Vad har vi lärt oss av den? Det är viktigt att läraren betonar vikten av det här momentet för eleverna.

Problemlösning sker i klassrummet

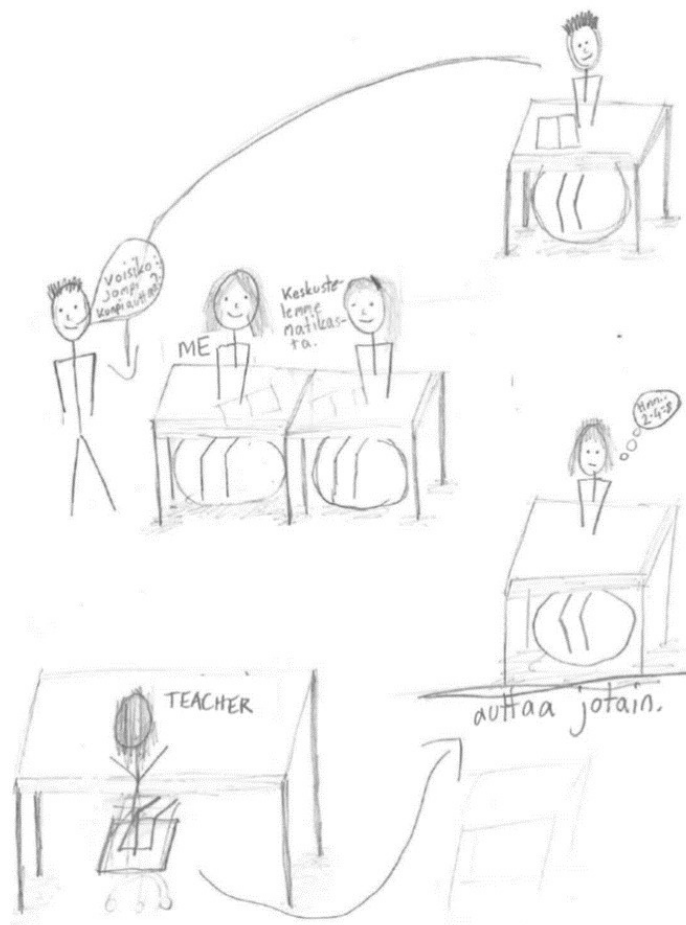
Problemlösningen sker i klassrummet, och det är många sociala faktorer som inverkar på hur väl den lyckas. Atmosfären i klassen påverkar den enskilda individen, och normerna i klassen påverkar skolarbetet. Normerna består av sociala och sociomatematiska normer. De sociomatematiska normerna dikterar t.ex. vad som i matematiken är en bra förklaring eller vad som är en bra motivering till ett matematiskt påstående. Läraren kan vara delaktig i att skapa vissa normer i klassrummet, som sedan påverkar problemlösningsarbetet.

Lektionerna inspirerar inte alltid eleverna. Det här är en teckning av en femteklassare som var med i vårt forskningsprojekt. På bilden ser man t.ex. att en elev – faktiskt konstnären själv – har tråkigt och undrar hur läraren bara orkar babbla på. En annan elev tänker att det hela är "helt sjukt". Två andra elever tänker: "Att hon orkar!" och "Jag dör." Om stämningen i klassrummet är sådan här är det inte så konstigt om det inte går så bra med problemlösningen.



Å andra sidan har våra forskningsresultat också kunnat visa att problemlösning kan bidra till att stämningen inte utvecklar sig i en sådan här riktning. Problemlösningssuppgifterna bidrar till ökad trivsel på lektionerna.

Vi genomförde en interventionsstudie för några år sedan med en undersökningsperiod på tre år – från årskurs 3 till årskurs 5. I projektet, som leddes av Erkki Pehkonen, tillägnades en lektion månatligen åt att lösa ett öppet problem och att diskutera problemet tillsammans. Man kunde konstatera att det här arbetssättet hade en positiv påverkan på självförtroendet och matematikintresset framför allt hos flickor. Variationerna i den sociala interaktionen mellan klasserna, som trädde fram i teckningarna som den på förra diabiliden, visade sig vara stora. Jag visar nu en annan teckning med en positivare atmosfär, där kärnbudskapet illustreras fint av ett par kompisar som sitter på var sin fitnessboll och "diskuterar matematik tillsammans" – och båda har ett litet leende på läpparna. Klassen ser nöjd och lugn ut.



Ett annat exempel är ett forskningsprojekt som genomförts bland äldre elever av min kanadensiska kollega Peter Liljedahl. Han har undersökt s.k. "building thinking classrooms", där man på flera sätt har velat påverka de sociala och de sociomatematiska normerna. I sådana klassrum finns exempelvis ingen lärarkateder, utan alla väggar i rummet är i användning så att eleverna kan göra räkneuppgifter på tavlan istället för i var sitt häfte vid var sin skolbänk. Eleverna arbetar i grupper vars sammansättning lottas på nytt inför varje lektion, och de lär sig

samarbeta med alla. Tröskeln till att gå och bekanta sig med en annan grupps lösningar eller idéer blir också lägre. Kärnan i allt detta är att hela klassens verksamhetskultur har förändrats så att man har fått eleverna att börja tänka på matematik, fundera kring problemuppgifter och bli intresserade av matematik.

Avgörande principer för välfungerande problemlösningskultur

Det finns några principer som är avgörande för en problemlösningskultur. För det första behöver eleverna tid. Tid att söka, tid att fundera och tid att komma över sin frustration över att den första lösningsmetoden man provat på inte har fungerat. Det här förutsätter tålamod av både läraren och eleverna och kräver att man tål en viss osäkerhet. Det är viktigt att orka försöka vidare även om man inte genast hittar rätt lösning.

För det andra är det en viktig princip att grupperna och eleverna själva har möjlighet att påverka svårighetsgraden. Öppna uppgifter gör det möjligt att söka efter både mer okomplicerade, mekaniska lösningar och mer avancerade, matematiska lösningar. På det sättet kan eleverna justera svårighetsgraden i uppgifterna. Läraren kan dessutom erbjuda extra uppgifter åt dem som den ursprungliga uppgiften inte varit en tillräcklig utmaning för.

För det tredje ska läraren träna och stöda metakognitionen i en välfungerande problemlösningskultur och ge exempel på hur man kan styra och iaktta sin egen tankeprocess. Å andra sidan ska läraren agera som ett slags utomstående metakognition och ställa sådana frågor som eleven borde ställa till sig själv: "Varför tänkte du göra så där? Hur hjälper det dig att hitta en lösning? Vilka alternativ har du redan hunnit fundera på?"

Det är vanligt med grupparbeten i en välfungerande problemlösningskultur. De förutsätter en trygg atmosfär, och det är viktigt att olika typer av känslor är tillåtna såväl i grupparbeten som i individuellt arbete. Det är tillåtet att känna sig frustrerad om man kört fast i en uppgift, och det är tillåtet att glädjas åt att man lyckats lösa ett svårt problem.

De sociala och de sociomatematiska normerna är mycket centrala. Som lärare ska du tro på dina elever och ställa krav på dem. Du ska också betona vikten av själva problemlösningsprocessen. Det är alltså inte nödvändigt att komma fram till rätt svar, men det är viktigt att eleverna försöker, uttrycker sina egna tankar, lyssnar på varandras förklaringar och funderar. Det här kan man som lärare kräva av sina elever.