Faserna i problemlösningsprocessen

Video: [Ongelmanratkaisun vaiheet.](#) Text: Markku Hannula, Helsingfors universitet | Översättning: Niklas Ollila, Åbo Akademi

I den här videon ska jag tala om grunderna för problemlösning och speciellt om problemlösningsprocessens olika faser.

Jag börjar med själva definitionen av ett problem i den här kontexten. Jag kommer att tala om varför problemlösningen betonas så mycket i läroplanen och i undervisningen överlag, och avslutningsvis fokuserar jag på problemlösningsprocessens olika faser och de väsentligaste egenskaperna hos dem.

En problemuppgift är inte vilken som helst uppgift. Ofta talar man om problemlösning i samband med många olika slags uppgifter. Vi använder dock en bestämd definition av problemlösning: En problemuppgift förutsätter att den som löser uppgiften behöver tillämpa tidigare kunnande på ett nytt sätt och kombinera tidigare kunskaper. Men om en redan bekant lösningsmodell tillämpas på uppgiften, oberoende av hur komplex uppgiften är, och om eleven följer en färdig lösningsmodell som hen fått tilldelad eller lärt sig på egen hand och alltså återanvänder en redan bekant modell, är uppgiften ingen problemuppgift utan en rutinuppgift.

I grunderna för läroplanen för den grundläggande utbildningen läggs det stor vikt på problemlösningsfärdigheter. I den allmänna delen konstateras det att eleverna i den grundläggande utbildningen "ska få lära sig att använda kunskap" bl.a. för att lösa problem och vidare att "dra slutsatser och göra innovationer."

För matematikundervisningen i årskurserna 7–9 konstateras det att eleverna ska lära sig att lösa problem genom att formulera matematiska modeller för dem. Matematisk modellering och problemlösning är väldigt likartade processer, och de har alltså till stor del likadana egenskaper. I undervisningen om problemlösning lär eleverna oftast också färdigheter som är centrala i modellering, och tvärtom, även om de förstås inte är fullständigt identiska processer.

Även i gymnasiets läroplan lyfts problemlösningen tydligt fram. I den allmänna delen konstateras det att "[d]en studerande [under gymnasietiden] ska utveckla sin förmåga att söka och tillämpa information och lösa problem". Och i målen för lång lärokurs i matematik i gymnasiet sägs det att den studerande ska "bli van att ställa upp matematiska modeller för praktiska problemsituationer och att utnyttja olika strategier för att lösa dem".

Det är flera faktorer som har bidragit till att problemlösning är ett så centralt tema i läroplanerna. Bl.a. är det flera större utbildningspolitiska trender som betonar problemlösning. Men inom matematik har didaktiker och matematiker redan i flera årtionden framhävt att problemlösning är en mycket central del av matematiklärandet. Man kunde också säga att problemlösning utgör ett slags avancerad kompetens där man har nytta av flera olika delområden i matematik, och således innebär färdigheter i problemlösning att man samtidigt kan tillämpa flera olika typer av ämnesområden.

Problemlösningsfärdigheter är till stor nytta även i andra skolämnen, inte bara i matematik. Skolans förändring följer förändringen i samhället. Ofta talas det om förändrade behov i arbetslivet och om att skolan borde undervisa om s.k. "21st Century Skills", färdigheter som behövs i det nya århundradet. Många av dem anknyter till problemlösningsfärdigheter. Man kan se det också lite bredare som att det finns problem i världen som förutsätter att det finns medborgare, människor och anställda som klarar av att lösa även lite knivigare problem. Trots att artificiell intelligens tar över många av människans uppgifter är det väldigt svårt att automatisera kreativ problemlösning, och det är därför det också är en uppgift som människan även i framtiden måste ta hand om.

Man kan säga att hela livet – både ur ett historiskt perspektiv och på individnivå – består av problemlösning. Under historiens gång har mänskligheten löst olika typer av problem. Alla barn skapar också ofta under sin uppväxt problem för sig själva att fundera över och att söka lösningar på.

På det här stället är det bra att påminna sig om att, även om man i matematiken ofta löser uppgifter som är rätt väldefinierade och slutna till sin karaktär, och även om problemuppgifterna också följer det mönstret, är arbetslivets och mänsklighetens gemensamma problem snarare öppnare och sämre definierade, röriga. Det ingår också i problemlösningen att man själv formulerar frågan som man sedan söker svar på, samlar in information för att kunna lösa problemet och utvärderar rimligheten i olika lösningar. Det är alltså bra att komma ihåg om problemlösning att det inte bara handlar om välformulerade, slutna problem utan även om svårare, s.k. röriga problem.

Problemlösningens olika faser

Problemlösningen i matematikundervisningen har rätt länge baserat sig på den s.k. Pólya-modellen. Redan på 1940-talet sammanfattade matematikern G. Pólya sina egna erfarenheter i en bok om problemlösningsfärdigheter. Han introducerade fyra faser i problemlösningsprocessen. I den första ska man förstå problemet man vill lösa. I den andra skapar man en plan och hittar på ett sätt att lösa problemet. I den tredje genomför man planen, och i den fjärde granskar man lösningen. Fasmodellen har kritiserats exempelvis för att den andra och den tredje fasen överlappar varandra rätt mycket. Det är svårt i praktiken att hålla dem isär. Å andra sidan är processen vanligtvis inte alls linjär, även om idealmodellen är linjär och stegvis. Det händer ofta att man behöver återkomma till en tidigare fas, och efter det kan man eventuellt hoppa över vissa faser som inte är nödvändiga längre. Men låt oss här ändå använda modellen för att skapa struktur i processen. De fyra faserna är inte identiska och synliggör problemlösningens olika delprocesser, även om de ofta inte kommer såhär stegvis efter varandra.

I den första fasen ska man förstå problemet. Låt oss ta en titt på en klassisk exempeluppgift. Ofta är de här exemplen matematiskt alldeles vansinniga. "En herde har 125 får och 5 hundar. Hur gammal är herden?" Hur tror du att eleverna besvarar en sådan fråga? Uppgiften är rätt tydligt en uppgift för de lägre årskurserna i den grundläggande utbildningen, och eleverna i den åldern har ofta någon typ av svar att komma med. Av 7–

9-åringar svarade endast 12 % att uppgiften är omöjlig att lösa. Och av 9–11-åringar presenterade ännu en tredjedel någon form av aritmetisk beräkning och ett svar baserat på den.

Uppgiften har senare presenterats även så att eleverna har fått svarsalternativet "Uppgiften går inte att lösa.", men resultaten har inte varit nämnvärt bättre, och därför kan man inte heller säga att eleverna skulle hitta på ett svar bara för att de känner att det är det som förväntas av dem. De läser oftast inte uppgiften så att de skulle försöka förstå den utan plockar ut nyckeltal ur den och funderar vilken räkneoperation som kunde tillämpas på dem.

En annan aspekt är också hur väl eleven faktiskt relaterar situationen till verkliga livet i samband med problemlösningen. I det här exemplet har några belgiska kolleger undersökt en uppgift där det ska spännas ett rep mellan två stolpar. Endast repstumpar finns tillgängliga. Forskarna var bara intresserade av hur realistiska svar eleverna gav och alltså om de på något sätt tog hänsyn till att en del rep behövs också runt stolparna och för att knyta stumparna i varandra. Väldigt få tänkte realistiskt i den här frågan. Deras andel kan avrundas till 0 %. Alla räknade bara helt enkelt ut hur många repstumpar på 1,5 meter det går på 12 meter. Sedan undersökte man om extra ledtrådar kan hjälpa eleverna. Eleverna fick se en bild där det tydligt framgick att stolparna är så tjocka att en del rep också går åt för att få repet att nå runt dem också.

Det hjälpte inte mycket. Endast få elever, ungefär två procent, hittade ett mer realistiskt sätt att se på frågan. Skolsystemet påverkar resultatet till en viss del; det belgiska skolsystemet går något mer ut på att skapa förståelse och att göra uppgifter med vardagsanknytning, medan den turkiska inlärningstraditionen mera betonar pluggande av faktakunskap och formler. Det blir tydligt att belgiska elever i en lite större utsträckning – även om andelen fortfarande var liten – förstod hur man realistiskt närmar sig problemet.

Därefter underströk man tydligt omständigheterna. I början av testet förvarnas eleverna om att uppgifterna inte är så okomplicerade som de kanske verkar vid första anblicken. Resultatet blir en aning bättre, men fortfarande svarar väldigt få realistiskt på frågan. Det här innebär alltså att eleverna, i något mer komplicerade uppgifter, inte kan förutsättas förstå uppgiftsbeskrivningen.

Det här var problemen i den första fasen. Låt oss sedan ta en titt på hur man skapar en lösningsplan. Alan Schoenfeld har identifierat faktorer som bidrar till problemlösningsfärdigheterna, och av dem tar vi här upp lösningsstrategier och, egentligen först i nästa fas, olika praktiker. Metakognitiv styrning samt föreställningar och känslor tar jag upp i en annan video.

När det gäller lösningsplaner talar man om allmänna lösningsstrategier, dvs. heuristiker, och mer specifika tekniker eller strategier – språkbruket varierar något. Det finns flera olika sätt att närma sig lösningen på ett problem. Ett är att göra upp en tabell av tillgängliga fakta, ett annat att rita en illustrerande figur. Man kan också först lösa ett specialfall, arbeta baklänges eller utnyttja lösningar på likartade uppgifter.

Andra, specifika lösningsstrategier är illustrerande ritningar och diagram samt ekvationer, och ett flertal andra. Det finns också heuristiker som är något allmännare tillvägagångssätt och som går ut på att man ska försöka komma vidare när man kört fast i en uppgift.

Ett möjligt sätt att komma vidare i en sådan situation är att fokusera på vilka fakta som finns angivna i uppgiften och vad det är som det frågas efter. Om det verkar svårt att lösa en uppgift kan man fråga sig om frågan kan formuleras på ett annat sätt. Ett tredje tillvägagångssätt är att försöka känna igen drag i uppgiften som är bekanta från något annat sammanhang. Kunde man kanske alltså dra nytta av lösningen eller lösningsmetoden i en annan uppgift? Om inget av dessa hjälper kan man fundera på om det finns något specialfall som man istället kunde lösa. I talteoretiska uppgifter kan det vara en bra idé att först testa en lösning med små tal. Man kan t.ex. först föreställa sig att variabeln i uppgiften är lika med noll, vilket gör uppgiften enklare. Om man kan lösa den enklare varianten av uppgiften, kan man lättare komma vidare med originaluppgiften. Ett annat knep är att göra generaliseringar utifrån uppgiften och lyfta den till en mer abstrakt nivå. Det här är vanligare bland matematiker och förekommer endast sällan i skolkontexten. Därutöver kan man försöka omformulera uppgiften en aning så att den blir lite lättare att lösa och fråga sig sedan vad man kan lära sig av den enklare versionen. De här heuristikerna utgör ett kärntema inom problemlösningen.

Då har vi kommit till den tredje fasen i problemlösningen, där man alltså genomför sin plan. Medan själva skapandet av planen präglas av ett sökande och en kreativ lösningsprocess, förutsätter genomförandet istället att man arbetar exakt, enligt planen och systematiskt. Man kan på sätt och vis likna genomförandet av planen vid hur man löser vilken som helst rutinuppgift. När det gäller metakognitionen, som jag alltså ska ta upp närmare i en annan video, behöver eleven hela tiden komma ihåg vad hen håller på att göra. I den här fasen hänför sig elevernas fel ofta till att de glömmer vad det var de skulle göra. Olika fungerande praktiker och etablerade vanor, som t.ex. att man gör anteckningar under lösningsprocessens gång, stöder genomförandet av planen.

Nu har vi kvar den sista fasen i processen: "Granska lösningen". Det här har typiskt varit den mest problematiska fasen i skolkontexten. Fasen kan delas in i två delar: Den ena går ut på att man kontrollerar om svaret är korrekt eller rimligt, om alla delsteg är väl motiverade eller om det finns fel någonstans i lösningen. I den andra, och ännu viktigare, delen tittar man framåt, in i framtiden. Man har sin egen lösning på det aktuella problemet, men egentligen är det inte intressant för en matematiker eller en skolelev vad som är svaret på den aktuella frågan utan huruvida lösningsmetoden går att tillämpa senare i någon annan kontext och vad man har lärt sig under lösningsprocessen. Vilken nytta har man av uppgiften senare?

Jag ger dig avslutningsvis en övningsuppgift. Fundera själv kring en problemuppgift, som inte är en rutinuppgift för dig, och försök lösa den. Anteckna sedan vilka olika heuristiker du använde dig av och precisera dem. Försök sedan dessutom tänka framåt och fundera på huruvida den lösningsmetod du nyss använt går att tillämpa i någon annan uppgift. I vilken uppgift kunde man utnyttja samma idé?

Här har jag en exempeluppgift. Jag går inte igenom den närmare nu, men du kan pausa videon och fundera kring den om du vill. Via de här länkarna hittar du också en hel del bra problemuppgifter.