

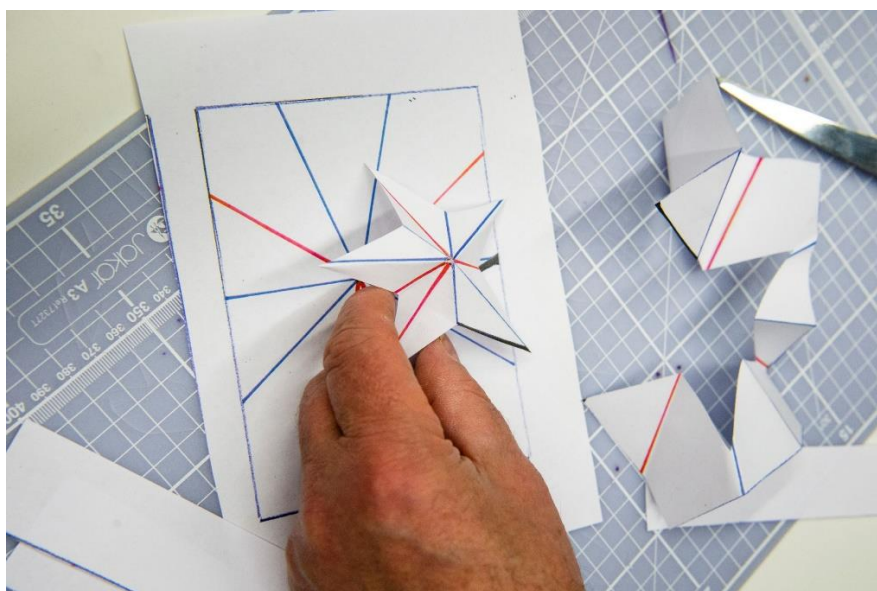
Geometri med hjälp av handarbeten

Text: Martina Aaltonen | Översättning: Niklas Ollila, Åbo Akademi

Geometri kan behandlas på en mångfald av olika sätt med hjälp av olika former av slöjd – exempelvis handarbeten. Konkreta exempel gör det enklare att få ett grepp om matematiska begrepp och egenskaper hos olika former, som kan kännas abstrakta. Har du någonsin vikt origami och försökt få fram en stjärna med hjälp av ett enda snitt? Eller har du kanske råkat virka en hyperbolisk yta? Bland annat dessa teman får du en inblick i i det här avsnittet, där du får ta del av videoexempel som kombinerar matematik och handarbete.

Origami och annan papperskonst

Av pappersark kan man skapa fina snöflingor genom att vika och klippa i dem. En del av dessa snöflingor kan skapas endast med ett enda rakt snitt, om pappret först vikts på ett lämpligt sätt. Vad slags olika figurer går det att klippa ut av ett papper, om regeln är att man får klippa i pappret endast en gång men att man får vika det så många gånger man vill eller kan. Hur många gånger är det möjligt att vika ett papper på mitten? Den här typen av frågor är intressanta också för matematiker. Med ett enda snitt kan man skapa en fågel, en fisk eller en stjärna.



Stjärna med ett enda snitt. Bild: Veikko Somerpuro

I [LUMATIKKA-videon Paperitaidetta \(svensk undertext\)](#) visar Johanna Rämö hur man kan klippa ut en stjärna och en fågel av ett pappersark med ett enda snitt.



Utöver all annan papperskonst kan man undersöka även origami med hjälp av matematik. Arbetsmomenten i japansk origamikunst kan definieras med hjälp av axiom på samma sätt som olika konstruktioner som skapas med passare och linjal, som antikens greker hade en förkärlek för. I anslutning till dessa konstruktioner uppstod frågan om huruvida alla vinklar kan delas i tre lika stora mindre vinklar med hjälp av passare och linjal. Uppgiften bevisades vara omöjlig på 1800-talet till exempel i liksidiga trianglar. Axiom som gäller origami gör det däremot möjligt. En vinkel kan alltså delas i tre lika stora mindre vinklar med hjälp av vikningar.

I [LUMATIKKA-videon Kulman jakaminen origameja taitellen](#) (svensk undertext) visar Martina Aaltonen hur en vinkel genom vikningar kan delas i tre lika stora delar.

Länktips: Origami och annan papperskonst

I materialbanken till centret för vetenskapsfostran Summamutikka vid Helsingfors universitet hittar du [instruktioner för hur man klipper ut en stjärna av ett papper](#) (på finska).

Erik Demaine har dessutom sammanställt instruktioner för [hur man klipper ut en fågel av ett papper med ett enda snitt](#) (på engelska).

Om origami med vinklar känns intressant och du vill lära dig mera om det:

- I [videon How to Trisect an Angle with Origami](#) på [Numberphiles Youtube-kanal](#) får du se hur en vinkel kan delas med hjälp av origami.
- Du kan läsa närmare om axiom som gäller origami, dvs. vad allt man kan göra med en vikning i publikationen [Axioms of Origami](#) på webbplatsen [wild.maths.org](#).

Aalto Junior har sammanställt arbetsinstruktioner för origami för skolor.

- I Geometri med origami-uppgiften viker man en kub och en stjärnifierad oktaeder av ett pappersark. Uppgiften tar ungefär 30–90 minuter att genomföra beroende på hur omfattande arbete man väljer att ta sig an. Via länken intill hittar du instruktionerna för uppgiften i [PDF-format](#) på svenska. Du hittar instruktionerna också i videoformat på Aalto-universitet Juniors Youtube-kanal: [video på svenska](#).
- I Origami i rymden-uppgiften viker man Miura-figurer av papper. Uppgiften tar ungefär 15–30 minuter att genomföra. [Instruktionerna i PDF-format hittar du på finska](#).

I materialbanken till centret för vetenskapsfostran Summamutikka vid Helsingfors universitet hittar du också [instruktioner för hur man viken en stympad kon](#) (på finska). Materialet riktar sig till elever i årskurserna 3–9.



Former på papper

Hur hänger former och matematik ihop? Inom ramen för skolmatematik lär sig eleverna att identifiera en sfär och en kub samt olika typer av cylindrar, koner och rektanglar och beräkna deras ytor och volymer. Det är något som de ofta lär sig i samband med ett projektarbete som kombinerar konst och matematik – planera ett konstverk som består av minst fem grundformer, rita en modell, gör en arbetsplan och förverkliga planen. Beräkna till sist arean och volymen på konstverket.

Sambandet mellan olika former och matematik går emellertid mycket djupare än formlerna för beräkning av omkretsar, areor och volymer. Med hjälp av matematik kan man undersöka olika egenskaper hos formerna. Man kan till exempel bygga de fem platonska kropparna och fundera över varför de är exakt fem.



De fem platonska kropparna. Bild och kroppar: Martina Aaltonen & co.

I topologin, som också är ett område inom matematiken, tar man sig bland annat an frågor kring hur formen på ett rum inverkar på huruvida två kroppar flexibelt kan formas till varandra. För en topologiforskare ser alla de platonska kropparna ut som sfärer, eftersom de flexibelt kan formas utav en sfär. En munk (torus) ser dock inte ut som en sfär ens för en topologiforskare, eftersom den inte formas utav en sfär.

Titta på [LUMATIKKA-videon Ihmeellinen Eulerin karakteristika \(svensk undertext\)](#), där Martina Aaltonens presenterar den fascinerande Eulerkarakteristiken, som kan användas till att kategorisera olika typer av ytor.



Att virka hyperboliska ytor



Virkade hyperboliska ytor. Bild: Veikko Somerpuro

Hur fungerar geometrin på ytan till en sfär, till exempel på jordens yta? Är det samma lagbundenheter som i plangeometrin som gäller då? Är summan på en triangels vinklar även då samma gamla 180 grader? På ytan till en sfär eller på en konkav hyperbolisk yta är det ändamålsenligt med en geometri, som gör det möjligt att undersöka till exempel kortaste avståndet mellan två punkter. Den typen av geometri har emellertid inte samma egenskaper som plangeometrin som eleverna känner till från skolan. I hyperbolisk geometri kan även parallella rätta linjer skära varandra och trianglarna ser inte riktigt ut som vanligt.

Titta på LUMATIKKA-videon *Virkataan matikkaa!* (svensk undertext), där Ella Huttunen från Aalto-universitet Junior berättar om hyperboliska ytor och hur man virkar sådana!

Länktips

Via den här länken kan du ta del av [Aalto-universitet Juniors instruktioner i PDF-format för hur man virkar en hyperbolisk pseudosfär](#) (på finska). Instruktionerna lämpar sig för dem som redan kan grunderna i virkning, och det tar ungefär 60–90 minuter att virka en pseudosfär – eller så länge man orkar fortsätta virka.

