

## Matematiikan oppimisvaikeudet

### Joustavaan matematiikkaan -täydennyskoulutushanke

**Materiaalin kuvaus:** Tässä materiaalissa kuvaillaan matematiikan oppimisvaikeuksien keskeisiä piirteitä sekä matemaattisten taitojen arvioinnin ja tukemisen periaatteita. Koska erilaisten tunteiden ja oppimiseen liittyvien uskomusten tiedetään olevan yhteydessä matemaattisiin taitoihin, materiaalissa kuvaillaan myös matematiikkaan kohdistuvien pystyvyyssuskomusten ja ahdistuksen tunteiden merkitystä taitojen oppimiseen. Lopuksi esitellään keinoja motivaation tukemiseksi osana matematiikan taitojen tukemista.

Materiaali on tuotettu osana Joustavaan matematiikkaan -hanketta (JoMa). JoMa on vuosina 2018–2023 toiminut valtakunnallinen matematiikan opetuksen täydennyskoulutushanke varhaiskasvatukseen, esiopetukseen, alakouluun, yläkouluun ja lukioon. Hankkeessa tuotettiin 19 verkkokurssia. Kursseilla kehitettyä materiaalia löytyy täältä Avointen oppimateriaalien kirjastosta. Opetushallituksen rahoittaman hankkeen toteuttamiseen osallistuivat Turun yliopisto, Åbo Akademi, Jyväskylän yliopisto ja Oulun yliopisto.



**Materiaalin tekijät:** Tuire Koponen (Jyväskylän yliopisto)

Pilvi Peura (Jyväskylän yliopisto)

**Lisenssi:** Tämä teos on lisensoitu Creative Commons Nimeä 4.0 Kansainvälinen -käyttöluvalla. Tarkastele käyttö lupaa osoitteessa <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.fi>.

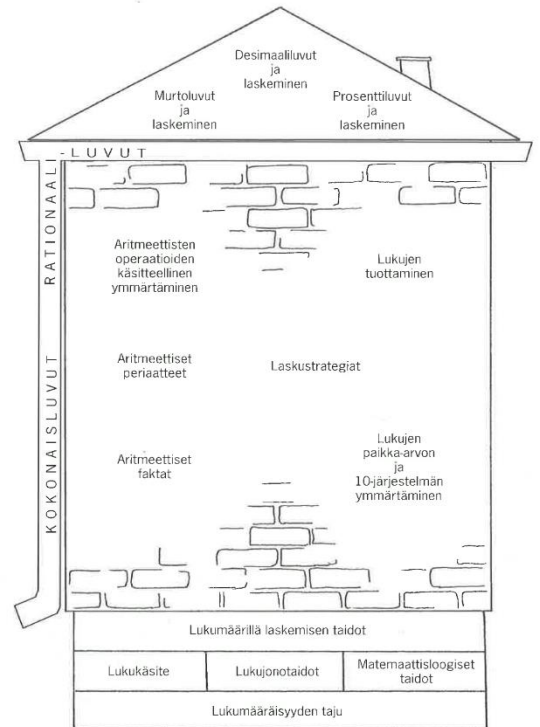
## Sisällysluettelo

|  |    |
|--|----|
| <b>Matematiikan oppimisvaikeudet</b> .....   | 3  |
| Mitä tarkoitetaan matematiikan oppimisvaikeuksilla? .....                                  | 3  |
| Matematiikan oppimisvaikeuksien tausta .....   | 4  |
| Matematiikan oppimisvaikeuksien keskeisiä piirteitä .....                                  | 4  |
| Miten vaikeudet näkyvät laskutaidossa? .....   | 5  |
| Rationaalilukujen haasteellisuus .....   | 5  |
| <b>Matematiikan oppimisvaikeudet – arviointi</b> .....                                     | 6  |
| Oppimisen arviointi prosessina .....   | 6  |
| Oppilaan perustaitojen arviointi .....   | 6  |
| <b>Matematiikan oppimisvaikeudet – tukeminen</b> .....                                     | 7  |
| Joustavuus tukemisessa .....   | 7  |
| Matematiikan taitojen tukeminen – mitä se on? (1/2) .....                                  | 7  |
| Matematiikan taitojen tukeminen – mitä se on? (2/2) .....                                  | 8  |
| <b>Motivaatio ja tunteet matematiikan oppimisessa</b> .....                                | 9  |
| Mikä kaikki oppimiseen vaikuttaa motivaation näkökulmasta? .....                           | 9  |
| Miten uskomukset omista taidoista syntyvät? .....  | 11 |
| <b>Miten motivaatiota voi tukea?</b> .....   | 12 |
| Onnistumisten tukeminen .....  | 12 |
| Palautteen merkitys .....  | 13 |
| Vertaiset tukena .....   | 13 |
| Oppimiseen liittyvät tunteet .....   | 14 |
| <b>Matematiikka-ahdistus</b> .....   | 14 |
| Oppimiseen liittyvistä käsityksistä, uskomuksista ja tunteista on tärkeä keskustella ..... | 15 |

## Matematiikan oppimisvaikeudet

### Mitä tarkoitetaan matematiikan oppimisvaikeuksilla?

- Joillekin oppilaille matemaattisten taitojen omaksuminen on poikkeuksellisen työlästä
- Lähtökohtana matematiikan oppimisvaikeuden määrittelyssä on, että vaikeudet näkyvät jo matematiikan perustaidoissa, eli käytännössä niissä taidoissa, jotka lapsi normaalisti oppii Suomessa ensimmäisen neljän kouluvuoden aikana.
- Vaikeudet ovat luonteeltaan sitkeitä
- Usean vuodenkaan harjoittelu ja hyvä yleinen tuki ei välttämättä takaa kaikille jatko-opintojen, arjen ja työelämän vaatimia perustaitoja
- Tarvitaan tehostetumpaa tukea perustaitojen oppimiseksi (systemaattista, pitkäkestoista ja yksilön tuen tarpeen huomioivaa)



Koponen, Salminen, & Sorvo (2019). Matematiikan perustaitojen oppimisvaikeudet. Teoksessa T. Ahonen, M. Aro, T. Aro, M.-K. Lerkkanen, & T. Siiskonen (2019). *Oppimisen vaikeudet*. Niilo Mäki Instituutti.

-- jos vaikka mä olen kaupassa ja mun pitää laskea joku 30 % alennus jostakin tuotteesta joka ei ole tasan kymppi tai kaksikymppi tai sellasta niin mun on tosi vaikea arvioida kuinka paljon se on se alennus siitä.

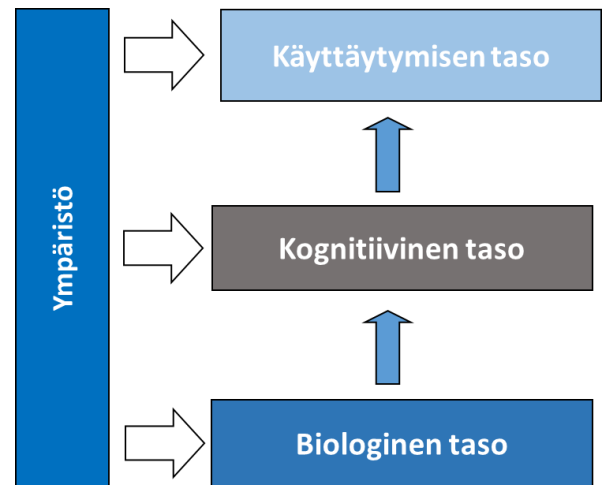
nuori aikuinen, 26v

-- jos mennään sinne yli kymmenen niin sit se alkaa tuntua vaikealle kun ei sormet riitä.

lapsi, 3. lk

## Matematiikan oppimisvaikeuksien tausta

- Etiologinen tausta olemassa jo yksilön varhaisvaiheista lähtien
- Osittain perinnöllistä
  - Usein omasta perheestä tai lähisuvusta löytyy muita, joilla on saman tyyppistä vaikeutta
- Taustalla olevia tekijöitä on useita → eri yksilöillä erilaiset tekijät vaikuttamassa oppimisvaikeuksien ilmenemiseen
- Oppimisen taustalla olevien kognitiivisten taitojen lisäksi yksilön kiinnostus ja oppimiseen liittyvät minäuskomukset vaikuttavat taitojen kehitykseen
- Ympäristö ja erityisesti lapsen saama tuki ovat keskeisessä roolissa taitojen kehittämisessä
- Miten matematiikan oppimisvaikeudet näyttäytyvät eri ikävaiheissa on monen tekijän summa



Mukaiu, Frith (2001). What framework should we use for understanding developmental disorders? *Developmental Neuropsychology* 20(2). 555–563

## Matematiikan oppimisvaikeuksien keskeisiä piirteitä

1. Peruslaskut eivät automatisoidu (esim.  $4 + 3 = ?$ ;  $6 \times 3 = ?$ )
2. Vaikeuksia oppia erilaisia laskusääntöjä, laskuvaiheita ja järjestystä koskevaa tietoutta (esim. allekkain laskeminen)
3. Vaikeuksia ymmärtää ja soveltaa lukujen rakennetta (paikka-arvo) ja 10-järjestelmää koskevaa tietoa

Aikuinen

*Mulla on tämmösiä tehtäviä missä mää kysyn, mikä näistä neljästä luvusta on se kaikista suurin. Miltäs ne tuntuu?*

Oppilas, 3. lk

*No jotkut on helppoja ja jotkut on vaikeita.*

*Osaatko sieltä näyttää, mikä on kaikista suurin luku?*

*Saaks sanoo numeron?*

*Joo, saat sanoa.*

*Kolmenollayks.*

## Miten vaikeudet näkyvät laskutaidossa?

- Usealla niistä oppilaista, joilla on matematiikan oppimisen vaikeuksia, on pääasiallisessa käytössä hitaita luetteluun pohjautuvia laskemisen strategioita
- Aritmeettisten yhdistelmien muistamiseen perustuvat ratkaisumallit ovatkin näille oppilaille usein vaikeita
- Laskustrategioiden käyttäminen ei ole joustavaa eikä tehtävän vaatimusten mukaan adaptoituvaa
- Nämä vaikeudet ovat nähtävissä vielä peruskoulun jälkeenkin
- Isommilla luvuilla laskettaessa heikolla laskijalla ei ole päässälaskustrategioita
  - laskee vain jos luvut asetettu allekkain
  - tai laskustrategioita on vähän ja niiden käyttö ei ole joustavaa ”Ensimmäiset luvut – toiset luvut”
- Lukujärjestelmän tiedon heikko hallinta tai huono integroituminen laskemiseen

## Rationaalilukujen haasteellisuus

- Usein vain samannimisillä murtoluvuilla laskeminen onnistuu
- Murtolukujen suuruusjärjestykseen laittaminen ja vertailu haasteellista – käsitteen hallinta!
- Desimaaliluvuilla operoiminen ja mittamuunnoslaskut pelkistyvät usein pilkun siirtämiseksi: ”pilkkaa siirretään.. mutta kumpaan suuntaan?”

Haastattelija

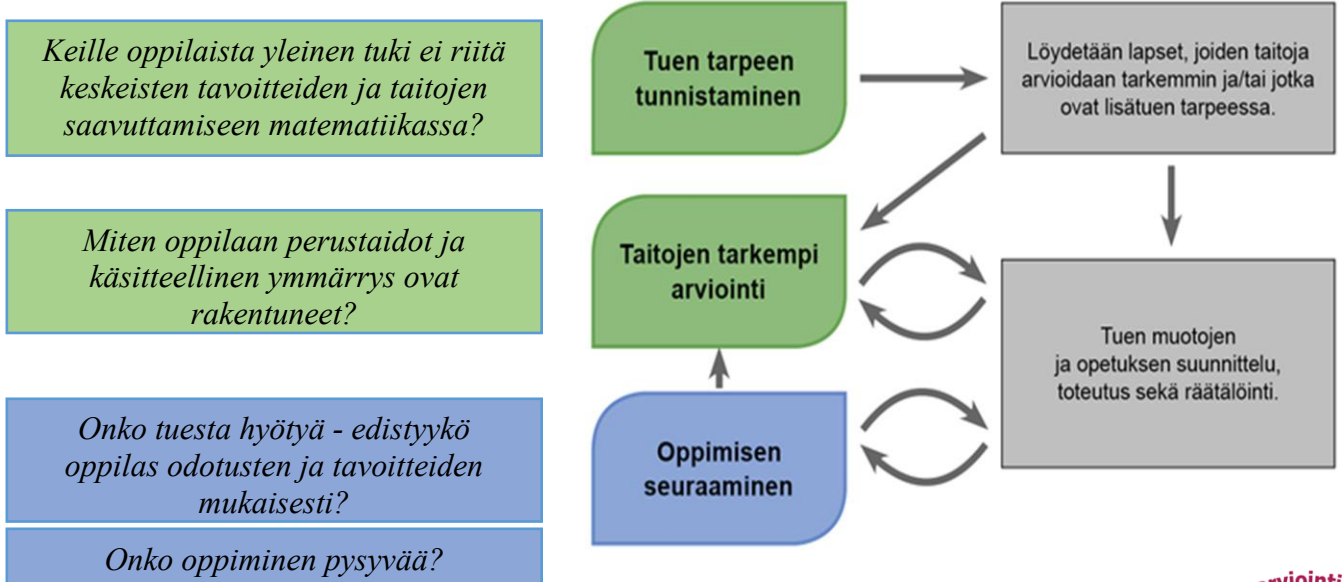
-- joudutko joskus muuntelemaan niitä, tuplaamaan ohjetta tai puolittamaan niitä?  
Mites ne sitten onnistuu?

Nuori aikuinen, 26v

No ne on sitten niitä mitä välttelen. Mää teen sitten suoraa vaikka kaksinkertaisen annoksen tai silleen että mä en tee vaikka puoltoistakertaista annosta.

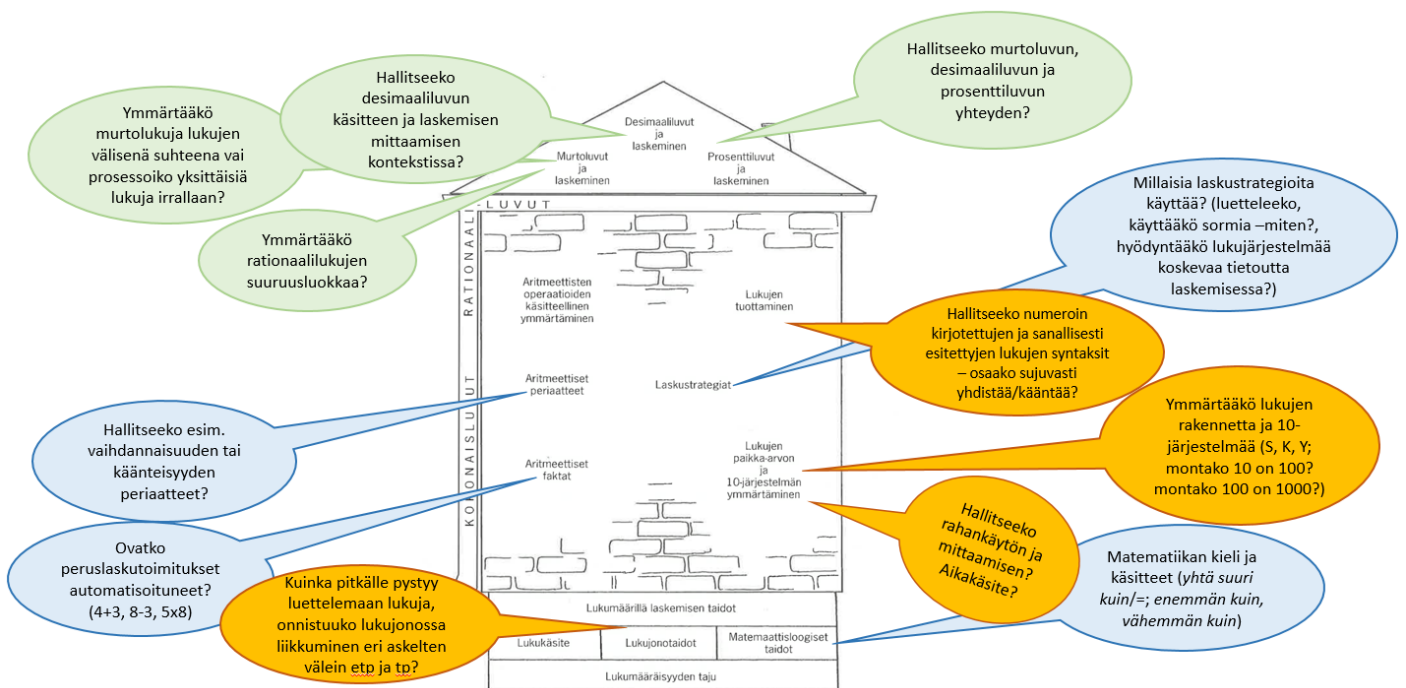
## Matematiikan oppimisvaikeudet – arviointi

### Oppimisen arviointi prosessina



Oppimisen arviointi  
LUKIMAT

### Oppilaan perustaitojen arviointi



Mukaiu, Koponen, Salminen, & Sorvo (2019). Matematiikan perustaitojen oppimisvaikeudet. Teoksessa T. Ahonen, M. Aro, T. Aro, M.-K. Lerkkanen, & T. Siiskonen (2019). *Oppimisen vaikeudet*. Niilo Mäki Instituutti.

## Matematiikan oppimisvaikeudet – tukeminen

### Joustavuus tukemisessa

- Lapsella on oikeus saada eriasteista tukea kulloisenkin tilanteen mukaan
  - Tuen on oltava laadultaan ja määrältään lapsen kehitystason sekä yksilöllisten tarpeiden mukaista. Tuki on määritelty asteittain muuttuvaksi, mitä kuvataan yleisen, tehostetun (POL 16a§) ja erityisen (POL 17§) tuen kolmiportaisella mallilla.
- Kun tuen tarvetta ja oppimista arvioidaan sekä seurataan suunnitelmallisesti, lapsi saa jatkuvasti kehitystasonsa mukaista tukea. Tämä mahdollistaa lapselle oikea-aikaisen ja -tasoisen tuen saamisen yleisen, tehostetun tai erityisen tuen aikana.
- Taitojen kehityksen systemaattinen seuranta mahdollistaa oppimisen näkyväksi tekemisen myös oppilaalle itselleen

### Matematiikan taitojen tukeminen – mitä se on? (1/2)

- Autetaan oppilasta rakentamaan matematiikan taitoja *kehityksellisesti mielekkäässä järjestyksessä*
- Tarjotaan riittävästi aikaa ja toistoja
- Vahvistetaan käsitteellistä ymmärtämistä
- Ohjataan olemassa olevan tiedon muokkaamisen ja yhdistämiseen uuteen
- Matematiikan puhumista
  - Kielellistetään matematiikkaa
  - Mallinnetaan ratkaisutapoja ja ajattelua
  - Pyydetään lasta kuvaamaan ratkaisutapoja/ajattelua
  - Käytetään rikkaasti matematiikan käsitteitä

## Matematiikan taitojen tukeminen – mitä se on?(2/2)

- Annetaan oppimista tukevaa palautetta
  - Palautteen olisi hyvä olla välitöntä
  - Ohjaavaa, perustuen lapsen aikaisemman ja opittavan tiedon yhdistämiseen
  - Kannustavaa, mutta realistista
  - Palautteen olisi tärkeä auttaa lasta näkemään oma edistyminen ja oppiminen
  - Palaute kannustaa lasta harjoittelemaan sinnikkäästi
- Tuetaan lapsen motivaatiota opetella ja harjoitella matematiikkaa
  - Oikean tavoitetaso löytäminen onnistumisten mahdollistamiseksi
  - Huomioidaan lapsen omat kiinnostuksen kohteet harjoittelun sisällöissä





## Motivaatio ja tunteet matematiikan oppimisessa

Mikä kaikki oppimiseen vaikuttaa motivaation näkökulmasta?

Olenko arvokas?

= Itsetunto

Millainen olen?

Osaanko?

= Minäkäsitys

Uskonko pystyväni?

= Minäpystyvyys



Kuva: Microsoft 365 kuvapankki

Miksi tätä teen?

= Arvostukset

Mitä tavoittelen?

= Tavoitteet

Kiinnostaako minua?

= Kiinnostus

Miltä minusta tuntuu?

= Tunteet

Miten selitän käyttäytymistäni?

= Syypäätelmät eli attribuutiot

Millaisia käsityksiä oppijalla itsellään on vaikeuksistaan ja niiden syistä?

Nuori aikuinen, 26v

*-- meidän suvun vähän seliteltiin että on matikkapäätä tai ei ole -- ajattelin, et mulla ei vaan ole sitä.*

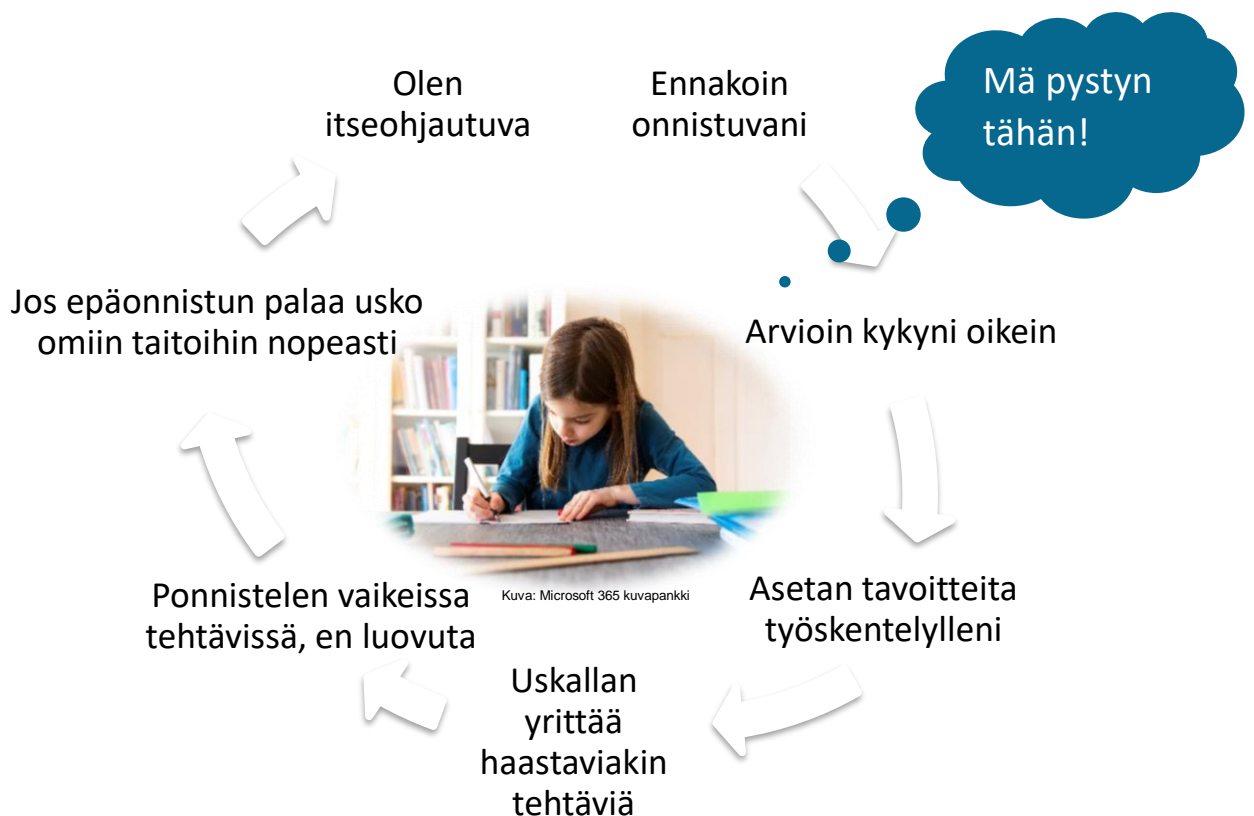
Oppilas, 3. lk

*Oli silloin [ekaluokalla] vähän helpompaa. Mutta sitten kun tulin kakkoselle niin alkoi tuntua et ei tää [matematiikka] enää mun lempiaine ollut. -- sit se alko vaan tuntua et ei tää ole nyt mun lempiaine, kun tulee niin vaikeita niitä tehtäviä.*

## Käsitykset itsestä ja oppimisessa heräävät tunteet voivat suunnata joko oppimista kohti tai siitä pois päin

- Matematiikassa keskeisiä motivaatiotekijöitä ovat uskomukset omista kyvyistämme ja oppimisessa heräävät tunteet
- Pystyvyyssuskomukset (minäpystyvyys) tarkoittavat oppijan omia uskomuksia kyvyistään suoriutua matematiikan tehtävistä "Pystynkö tähän ja pystynkö oppimaan tämän?"
- Nämä uskomukset ohjaavat sitä, miten käytämme taitojamme

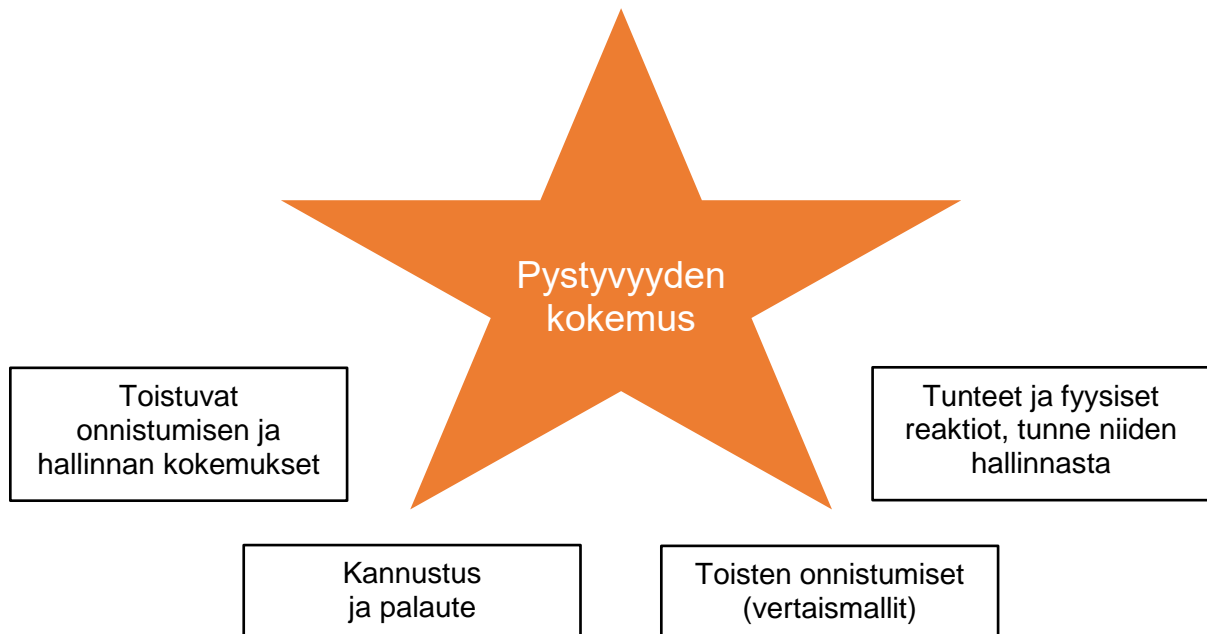
## Pystyvyyssuskomukset voivat ohjata meitä myönteiselle tai kielteiselle oppimisen kehälle



Miltä kielteinen kehä näyttää?

## Miten uskomukset omista taidoista syntyvät?

Oppimiskokemukset vaikuttavat siihen,  
millaisia uskomuksia meille syntyy omista taidoistamme.



## Miten motivaatiota voi tukea?

### Onnistumisten tukeminen

- Oikea taitotaso ja sopivantasoiset harjoitukset
  - Onnistuminen mahdollista silloin, kun taitotaso on oikea
- Onnistumiset näkyväksi oppijalle itselleen
  - Konkreettisuus
- Hallinnan tunne
- Taidon oppimisen vaiheet näkyville
  - Taidot muuttuu ja kehittyä
- Oman oppimisen ja onnistumisten tulkinta

Aikuinen

*-- kuinkas varma sä olet siitä, että sä opit kertotaulut hyvin?*

Oppilas, 3. lk

*Tää [osoittaa yhtä kyselylomakkeen vaihtoehtoista]*

*-- elikkä sä olet melko varma siitä, että sä et kovin helposti opi?*

*Niin mutta kuitenkin vähän..*

*Miks sä aattelet siitä silleen, että ne voi olla vähän semmosia hankalia sulle?*

*Kympin kertotaulu, viiden kertotaulu on helppoja ja kakkosen. Mutta kolmosen ja nelosen on sitten vaikeita.*

### Voiko aina onnistua? – epäonnistumisten tulkinta

- Mikä tulkitaan onnistumiseksi ja mikä epäonnistumiseksi?
  - Opettajan ja oppilaan tulkinnat voivat erota!
- Pyri saamaan selville, mitä lapsi ajattelee ja mikä on hänen oma **kokemuksensa**
- Mistä ponnistelu kertoo?
- Onnistuminen vaatii harjoittelua ja sinnikkyyttä, ponnistelua
  - Taitojen eteen täytyy nähdä vaivaa
  - Sopivan haastavat tehtävät
- Tehty työ näkyväksi – taidot eivät synny tyhjästä

## Palautteen merkitys

Onnistumisten vahvistaminen ja näkyväksi tekeminen

- Mahdollisimman konkreettista, tarkkaa ja kohdennettua
- Onnistumisen ja edistymisen sanoittaminen
- Edistymisen ja harjoittelun määrän konkretisointi
- Palautetta ponnistelusta, harjoittelusta
- Miten lapsi kokee saamansa palautteen?

*Hyvä, hyvin menee!*

vs.

*Mä tiedän, että sä olet oppinut, ja tehnyt oppimisen eteen paljon töitä, mä voin näyttää sen sulle suoraan täältä!*

## Vertaiset tukena

"Tuokin pystyy tuohon, ehkä minäkin"

- Kenet lapsi kokee vertaisekseen, keneen samaistuu?
  - Näillä malleilla eniten merkitystä
- Mahdollisuudet vertaiskokemuksiin?
  - Mallit, esikuvat?
  - Ympäristön merkitys?
- Opettaja mallina
  - Opettajan minäpystyvyys
- Ryhmittelyiden merkitys?
- Edistymisen tarkastelu yhdessä



Kuva: Microsoft 365 kuvapankki

## Oppimiseen liittyvät tunteet

- Tunteita voi herätä ennen oppimista, sen aikana, sen jälkeen
- Tunteen vaikutus oppimiseen ei riipu tunteesta sinänsä vaan siitä, miten se tulkitaan, ja miten sitä säädellään
- Miten lapsi *itse tulkitsee* tunteen?
- Tilaa tunteille ja niiden näkyväksi tekeminen
  - Tunteiden sanoittaminen
  - esim. tunteiden “havaitseminen” jokaisen tunnin aluksi ja lopuksi
- Kuvat ja tarinat apuna

## Matematiikka-ahdistus

- Matematiikkaan liittyvät tilanteet aiheuttavat ahdistusta, jännittyneisyyttä ja pelkoa noin joka viidennelle, jo 2. luokalta lähtien (Sorvo ym., 2017, 2019)
- Fysiologisia reaktioita
  - Syke kohoaa, kädet hikoaa, vatsakipua
- Mielen kuormitus
  - Huoli, vähättelevät ajatukset
  - Pelko virheiden tekemisestä ja epäonnistumisesta
- Ahdistus ja huoli kuormittavat työmuistia
- Johtaa usein matematiikkaan liittyvien tilanteiden ja harjoittelun välttelyyn

*-- mä inhosin matikantunteja ja etenekin kun jonain päivinä oli tuplatunteja matematiikkaa, niin ne oli kyllä niitä et teki äidille mieli sanoa, että maha on kipee ettei tarttis mennä.*

## Oppimiseen liittyvistä käsityksistä, uskomuksista ja tunteista on tärkeä keskustella

- Millaisia ajatuksia minulla on oppimisestani?
- Miksi oppiminen on minulle työläämpää kuin muille?
- Miltä se tuntuu?
- Millaisia oppimiseen liittyviä tunteita muilla on?
- Miksi juuri minun pitää käydä erityisopetuksessa?

OMIS-oppaat eli *Oppaat matematiikan oppimisvaikeuksista* ovat hyvä apu oppimisvaikeuden käsittelyyn lapsen tai nuoren kanssa. Oppaita on erikseen lapsille, nuorille ja myös vanhemmille. Oppaat ovat vapaasti ladattavissa ja tulostettavissa Niilo Mäki Instituutin verkkosivuilta.



Järviluoma ym. (2014). *Opas matematiikan oppimisvaikeuksista lapsille*. Niilo Mäki Instituutti.



Järviluoma ym. (2014). *Opas matematiikan oppimisvaikeuksista lasten vanhemmille*. Niilo Mäki Instituutti.