

ajattelun kuvaileminen ääneen

jumissa olemisen arvostaminen

virheiden arvostaminen

~~vastaus~~ päättely ja perustelut

käsitteiden pohtiminen

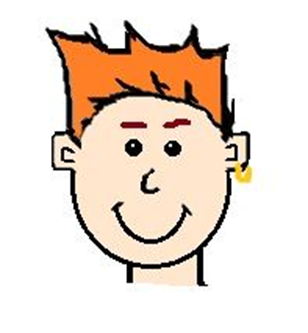
erilaisten ratkaisujen arvostaminen

itsearviointi

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
| Nimi:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Luokka: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  |
|  |
| Tämä teos on lisensoitu Creative Commons Nimeä 4.0 Kansainvälinen -käyttöluvalla. Tarkastele käyttölupaa osoitteessa <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.fi>. |



**JOUSTAVA YHTÄLÖNRATKAISU**



**Yhtälö**

Lausekkeiden vertailua  
Lauseke = Lauseke  
Tosi, epätosi, joskus tosi?

vaakamalli  
muunnokset  
  
vapaus tutkia ratkaisun etsiminen



**Sisällys**

[MATEMAATTISEN RYHMÄTYÖSKENTELYN TAVOITTEET 2](#_Toc486595641)

[Luku 1 Johdatus yhtälöihin 3](#_Toc486595642)

[1.1 Mikä on yhtälö? 3](#_Toc486595643)

[1.2 Mikä on yhtälön ratkaisu? 7](#_Toc486595644)

[Luku 2 Muunnoksiin tutustuminen 10](#_Toc486595645)

[Kappale 2.1. käydään joko lähestymistavalla a tai b. 10](#_Toc486595646)

[2.1 a) Muunnokset ja vaakamalli 10](#_Toc486595647)

[2.1 b) Muunnokset ja vaakamalli 11](#_Toc486595648)

[2.2 Muunnosten käyttöön tutustumista 15](#_Toc486595649)

[2.3 Virheitä muunnosten käytössä 23](#_Toc486595650)

[Luku 3 Yhtälön ratkaiseminen 28](#_Toc486595651)

[3.1 Yhtälön luominen ja ratkaiseminen 28](#_Toc486595652)

[3.2 Yhtälönratkaisutehtäviä 31](#_Toc486595653)

[Luku 4 Joustava yhtälönratkaisu 34](#_Toc486595654)

[4.1 Sulkulausekkeet 34](#_Toc486595655)

[4.2 Sulkuyhtälöt ja joustavuus 37](#_Toc486595656)

[4.3 Lisää joustavia yhtälöitä 42](#_Toc486595657)

[5 Kertaus 50](#_Toc486595658)

[Loppuitsearviointi 56](#_Toc486595659)

**Joustava yhtälönratkaisu –työryhmä:**

Peter Hästö (2015-2019), Dimitri Tuomela (2015-2019), Riikka Palkki (2015-2019), Virpi Kostama (2015-2017), Marko Leinonen (2016), Hannu Suvanto (2015), Juha Jaako (2015)

Materiaalissa esiintyvien Kalle ja Leena -tehtävien idea pohjautuu Jon R. Starin ja kollegoiden materiaaleihin <http://scholar.harvard.edu/contrastingcases/>

# MATEMAATTISEN RYHMÄTYÖSKENTELYN TAVOITTEET

**Ryhmän nimi**:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Tutustukaa ryhmänne kanssa alla oleviin matemaattisen ryhmätyöskentelyn taitoihin. **Poimikaa kaksi kohtaa, joissa ryhmänne aikoo tulla hyväksi.**

1)

2)

1)

2)

**Omat ryhmätyöskentelyn tavoitteeni**

**MATEMAATTISEN RYHMÄTYÖSKENTELYN TAIDOT**

|  |  |
| --- | --- |
| AUTA JA PYYDÄ APUA:   * *Pyydä apua ja auta toisia.* * *Myös toisesta ryhmästä voi hakea apua.* * *Kuvaile ajatteluasi. Kerro mitä et ymmärrä.* * *Vaikuta ilmapiiriin myönteisesti. Rohkaise, kiitä ja kehu.* | KESKUSTELE JOUSTAVASTI   * *Ota kantaa: Oletko samaa vai eri mieltä? Miksi?* * *Ole kohtelias. Kritisoi väitteitä, älä henkilöitä.* * *Liitä ajatuksesi toisten puheenvuoroihin.* * *Pyydä miettimisaikaa.* |
| TOISTO ON TÄRKEÄÄ   * *Usein kerta ei riitä asian ymmärtämiseen.* * *”Selittäisitkö uudestaan…?”* * *”Tarkoitatko, että…?”* * *”Voisiko joku toinen selittää saman asian?”* | KESKITY VASTAUKSEN SIJAAN PÄÄTTELYYN   * *Vertaile erilaisia ratkaisutapoja.* * *Tutki virheellistä päättelyä ja opi siitä.* * *Kysele ja ihmettele! ”Miksiköhän…?”* * *Etsi lisää näkökulmia. Ole luova! ”Entä jos…?”* * *Keksi hyviä kysymyksiä ja kirjoita ne ylös.* |

# Luku 1 Johdatus yhtälöihin

## 1.1 Mikä on yhtälö?

**Yhtälön rakenne ja tunnistaminen**

**Tehtävä 1** Selvitä mitkä seuraavista ovat yhtälöitä ja mitkä puolestaan lausekkeita. Ympyröi yhtälöt.

a) f)

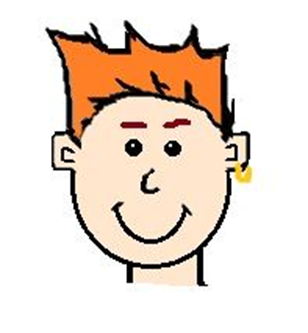
b) g)

c) h)

d) i)

e) j)

**Yhtälön ja lausekkeen vertailua**



Mitä samanlaista on yhtälöissä ja lausekkeissa?



Mitä erilaista on   
yhtälöissä ja lausekkeissa?

**Yhtälö väitteenä**

**Esimerkki 1** Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia.

a) b)

c) d) 8 + 2 = 7 + 5

e) f) x = 4

**Yhtälö vaa’an avulla esitettynä**

8

5

jhuggviujhkjkgjo

5

2

1

2

7

jhuggviujhkjkgjo

5

8

**Esimerkki 2** Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Perustele.

a)

b)

c)

d)

e)

f)

**Mikä on yhtälö? Milloin yhtälö on tosi?**

**Tehtävä 2**

**Tehtävä 2** Tarkastele uudestaan **tehtävää 1**. Selvitä, ovatko ympyröimäsi yhtälöt tosia vai epätosia.

**Jokeri 3** Muodosta alla olevista



1. yhtälö, joka on tosi.
2. yhtälö, joka on epätosi.
3. yhtälö, joka sisältää muuttujan.

**Huomautus!**

* Tyhjien laatikkojen ja ympyrän sisällöistä voit päättää itse.
* Samaa laatikon sisältöä tai merkkiä voi käyttää yhtälössä useammin kuin kerran, kunhan lopputulos on edelleen tehtävänannon mukainen yhtälö.

Arvioikaa yhdessä ryhmänne kanssa onnistumistanne tällä oppitunnilla.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2) | | | | | |
| Ryhmätaito | **Onnistuminen** | | | | |
| Autoimme ja rohkaisimme toisiamme |  |  |  |  |  | |
| Keskustelimme toisemme huomioiden |  |  |  |  |  | |
| Toistimme asioita tarvittaessa |  |  |  |  |  | |
| Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan |  |  |  |  |  | |
| Hyödynsimme virheitä oppiaksemme |  |  |  |  |  | |

**Kotitehtävä 1**

a) Selvitä, mitkä laatikossa ovat lausekkeita ja mitkä yhtälöitä. Ympyröi yhtälöt.

b) Selvitä, ovatko ympyröimäsi yhtälöt tosia vai epätosia. Kirjoita yhtälön viereen tosi/epätosi.

**Kotitehtävä 2** Kerro jokin asia, minkä olet oppinut yhtälöistä.

## 1.2 Mikä on yhtälön ratkaisu?

**Tehtävä 1** Tutki laskemalla, ovatko taulukon yhtälöt tosia vai epätosia annetuilla muuttujan arvoilla. Mitä huomaat taulukosta?

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **G** | **F** | **E** | **D** | **C** | **B** | **A** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

**Mitä havaitsitte?**

**Uusi käsite** (Yhtälön ratkaisu)

**Yhtälön ratkaisu tarkoittaa lukua, joka sijoitettuna muuttujan paikalle tekee yhtälöstä toden eli toteuttaa yhtälön.**

**Esimerkki 1** Onko muuttujan arvo yhtälön ratkaisu, kun yhtälö on

a) b)

**Tehtävä 2** Mitkä seuraavista vaihtoehdoista ovat tai eivät ole yhtälön ratkaisuja? a) b) c) d)

**Tehtävä 3** Päättele yhtälön ratkaisu a)b)**c)**

**Jokeri 4** Onko yhtälö tosi vai epätosi, muuttujan arvolla ?

a)b)

**Jokeri 5** Millä muuttujan *k* arvolla yhtälön ratkaisu on ?

a)b)

c)d)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2) | | | | | |
| Ryhmätaito | **Onnistuminen** | | | | |
| Autoimme ja rohkaisimme toisiamme |  |  |  |  |  | |
| Keskustelimme toisemme huomioiden |  |  |  |  |  | |
| Toistimme asioita tarvittaessa |  |  |  |  |  | |
| Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan |  |  |  |  |  | |
| Hyödynsimme virheitä oppiaksemme |  |  |  |  |  | |

**Kotitehtävä 1** Kertaa (ei tarvitse kirjoittaa), mitä ovata) yhtälö b) yhtälön ratkaisu.

**Kotitehtävä 2** Yhtälö on . Vastaa seuraaviin kysymyksiin ja perustele vastauksesi.

a) Onko yhtälö tosi, kun ? b) Onko muuttujan arvo 3 yhtälön ratkaisu?

**Kotitehtävä 3** Osoita, että luku 4 on seuraavien yhtälöiden ratkaisu:

a) b) .

**Itsearviointi (täytetään yksin aina luvun päätteeksi)**

EOS = En osaa sanoa

1 = Erittäin heikosti

7 = Erinomaisesti

**Miten hyvin osaat seuraavat asiat**

* Lausekkeen ja yhtälön ero 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Yhtälön tasapaino 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Tutkia, onko yhtälö tosi/epätosi 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Olen oppinut tunneilla käsitellyt asiat. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistuin keskittymään perusteluihin vastausten sijaan. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistun löytämään ja esittämään kysymyksiä. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistuin kuvailemaan ajatteluani muille. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistuin hyödyntämään virheitä oppiakseni. 1    2    3    4    5    6    7 EOS

# Luku 2 Muunnoksiin tutustuminen

## Kappale 2.1. käydään joko lähestymistavalla a tai b.

## 2.1 a) Muunnokset ja vaakamalli

**Esimerkki 1** Tarkastellaan seuraavia yhtälöitä.

1. Millä näistä yhtälöistä on sama ratkaisu?
2. Mitä laskutoimituksia tekemällä yhtälö saadaan muutettua toiseksi yhtälöksi, jolla on sama ratkaisu?
3. Kirjoita taululle keksimäsi yhtälö, jolla on sama ratkaisu kuin joillain laatikon yhtälöistä.

**Esimerkki 2** (Yhteenveto muunnoksista)

**Muunnos** on sellainen tapa muuttaa yhtälöä, että yhtälön tasapaino/ totuusarvo / ratkaisu säilyy samana kuin alkuperäisen. Toisin sanoen uusi yhtälö on tosi samalla muuttujan arvolla kuin alkuperäinen.

**Huom!** Esimerkiksi luvun lisääminen vain toiselle puolelle ei ole muunnos, koska ratkaisu muuttuu.

**MUUNNOKSIA**

Muunnos **L**: saman termin lisääminen yhtälön molemmille puolille.

Muunnos **V**: saman termin **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** yhtälön molemmilta puolilta.

Muunnos **J:** molempien puolien **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** samalla nollasta eroavalla luvulla.

Muunnos **K:** molempien puolien **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** samalla nollasta eroavalla luvulla.

Muunnos **M:** Yhtälössä olevan lausekkeen **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2) | | | | | |
| Ryhmätaito | **Onnistuminen** | | | | |
| Autoimme ja rohkaisimme toisiamme |  |  |  |  |  | |
| Keskustelimme toisemme huomioiden |  |  |  |  |  | |
| Toistimme asioita tarvittaessa |  |  |  |  |  | |
| Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan |  |  |  |  |  | |
| Hyödynsimme virheitä oppiaksemme |  |  |  |  |  | |

**Kotitehtävä**: Katso animaatio: <https://ouluma.fi/wp-content/uploads/2016/11/yhtalo1-1.gif>

2.1 b) Muunnokset ja vaakamalli

**Esimerkki 1. Vaakamalli. Mitä on yksi laatikko (pallon avulla ilmaistuna)?**

**x**

**Uusi käsite** (Lausekkeen muokkaaminen)

**Huom!** Negatiivinen luku/termi on vaakamallissa esitetty ilmapallon avulla.

Vaa’an molemmilla puolilla on edelleen yhtä paljon, vaikka yhtälön lausekkeita muokattaisiin. Tässä muokataan yhtälön vasemman puolen lauseketta.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Vaakamalli*** | ***Matemaattinen esitys*** | ***Muunnos*** |
|  |  | **M** |
|  |  |  |

**Uusi käsite** (Vähentäminen)

Jos aluksi molemmilla puolilla oli yhtä paljon, niin täytyy olla edelleen yhtä paljon, kun molemmilta puolilta otetaan pois 8. Vaakaa katsomalla huomataan, että tämä on sama asia kuin luvun -8 lisääminen.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Vaakamalli*** | ***Matemaattinen esitys*** | ***Muunnos*** |
|  |  | ***V8*** |
|  |  |  |

**Uusi käsite** (Lisääminen)

Jos molemmilla puolilla oli yhtä paljon, niin saman suuruisen punnuksen lisäämisen jälkeen täytyy myös olla yhtä paljon.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Vaakamalli*** | ***Matemaattinen esitys*** | ***Muunnos*** |
|  |  | ***Lx*** |
|  |  |  |

**Uusi käsite** (Jakaminen)

Jos molemmille puolille jätetään seitsemäsosa alkuperäisestä, niin yhtälön molemmilla puolilla täytyy olla yhtä paljon, mikäli aiemminkin oli.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Vaakamalli*** | ***Matemaattinen esitys*** | ***Muunnos*** |
|  |  | ***J7*** |
|  |  |  |

**Uusi käsite** (Kertominen)

Jos molemmat puolet nelinkertaistetaan, on molemmilla puolilla yhtä paljon vain, jos aiemminkin oli.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***Vaakamalli*** | ***Matemaattinen esitys*** |  | ***Muunnos*** |
| +1 |  |  | ***K4*** |
| +1    +1    +1    +1 |  |  |  |

**Esimerkki 2** (Lisääminen ja Muokkaaminen)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Vaakamalli*** | ***Matemaattinen esitys*** | ***Muunnos*** |
|  |  | ***Lx M M*** |
|  |  |  |

**Esimerkki 3** (Yhteenveto muunnoksista)

**Muunnos** on sellainen tapa muuttaa yhtälöä, että yhtälön tasapaino/ totuusarvo / ratkaisu säilyy samana kuin alkuperäisen. Toisin sanoen uusi yhtälö on tosi samalla muuttujan arvolla kuin alkuperäinen.

**Huom!** Esimerkiksi luvun lisääminen vain toiselle puolelle ei ole muunnos, koska ratkaisu muuttuu.

**MUUNNOKSIA**

Muunnos **L**: saman termin lisääminen yhtälön molemmille puolille.

Muunnos **V**: saman termin **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** yhtälön molemmilta puolilta.

Muunnos **J:** molempien puolien **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** samalla nollasta eroavalla luvulla.

Muunnos **K:** molempien puolien **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** samalla nollasta eroavalla luvulla.

Muunnos **M:** Yhtälössä olevan lausekkeen **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2) | | | | | |
| Ryhmätaito | **Onnistuminen** | | | | |
| Autoimme ja rohkaisimme toisiamme |  |  |  |  |  | |
| Keskustelimme toisemme huomioiden |  |  |  |  |  | |
| Toistimme asioita tarvittaessa |  |  |  |  |  | |
| Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan |  |  |  |  |  | |
| Hyödynsimme virheitä oppiaksemme |  |  |  |  |  | |

**Kotitehtävä**: Katso animaatio: <https://ouluma.fi/wp-content/uploads/2016/11/yhtalo1-1.gif>

## 2.2 Muunnosten käyttöön tutustumista

**Esimerkki 1** Tutki kuinka muunnosten avulla voi selvittää haastavan yhtälön ratkaisun.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Vaakamalli*** |  | ***Matemaattinen esitys*** |  | ***Muunnos*** |
|  |  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | ***Lx M M*** |
| 2 |  |  | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |  | ***V8*** |
|  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  | *\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_* |  |  |
|  |  |  |  |  | ***M M*** |
| 4 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | ***J7 M M*** |
| 5 |  |  | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |  |  |

a) Täydennä puuttuvat välivaiheet matemaattinen esitys sarakkeeseen.

b) Millä muuttujan arvolla viimeinen yhtälö (kohta 5) on tosi? Sijoita tämä muuttujan arvo muihin yhtälöihin (1-4). Merkitse sijoitukset näkyviin matemaattisen esityksen alapuolelle. Mitä huomaat?\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

c) Kerro lyhyesti mikä muuttuu tai säilyy, kun muunnoksia käytetään yhtälöön.

|  |  |
| --- | --- |
| **MUUTTUU** | **SÄILYY** |

**Tehtävä 1** Tee pyydetty muunnos yhtälölle ja kirjoita muunnoksen jälkeinen tilanne sekä vaakamallin että matemaattisen esityksen avulla.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) | ***Vaakamalli*** | ***Matemaattinen esitys*** | ***Muunnos*** |
|  |  |  | ***L1*** |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| b) | ***Vaakamalli*** | ***Matemaattinen esitys*** | ***Muunnos*** |
|  |  |  | ***L1 M M*** |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| c) | ***Vaakamalli*** | ***Matemaattinen esitys*** | ***Muunnos*** |
|  |  |  | ***J14*** |

**Tehtävä 2**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Matemaattinen esitys** | **Muunnos** |  | **Sanallinen selitys** |
|  |  |  | |
|  | ***L11*** | Lisään yhtälön molemmille puolille luvun \_\_\_\_. | |
|  |  |  | |
|  | ***M M*** | Muokkaan yhtälön puolia, laskemalla yhtälön vasemmalla puolella  yhteen \_\_\_\_ ja \_\_\_\_. Oikealla puolella lasken yhteen luvut \_\_\_\_ ja \_\_\_\_. | |
|  |  |  | |
|  | ***K9*** | Kerron yhtälöä puolittain luvulla \_\_\_\_\_\_. | |
|  |  |  | |
|  | ***M M*** | Muokkaan yhtälöä suorittamalla vasemmalla kertolaskun \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ja oikealla kertolaskun \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. | |
|  |  | Nyt näen, että alkuperäinen yhtälö on tosi, kun  eli yhtälön ratkaisu on \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. | |

**Tehtävä 3** Täydennä matemaattinen esitys ja sanallinen esitys.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Matemaattinen esitys** | **Muunnos** | **Sanallinen selitys** |
|  |  |  |
|  | ***V4y*** | Vähennän molemmilta puolilta yhtälöä. |
|  |  |  |
|  | ***M M*** | Muokkaan yhtälöä puolittain laskemalla laskun vasemmalla ja oikealla puolella. |
|  |  | Nämä yhtälöt ovat siis tosia, kun |

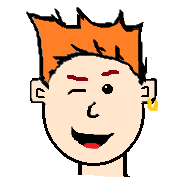
**Tehtävä 4** Täydennä muunnos ja sanallinen esitys.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Matemaattinen esitys** | **Muunnos** | **Sanallinen selitys** |
|  |  |  |
|  |  | Vähennän puolittain luvun |
|  |  |  |
|  |  | Muokkaan yhtälöä puolittain laskemalla laskun vasemmalla ja oikealla puolella. |
| 1 |  |  |
|  |  | Jaan yhtälöä puolittain luvulla |
|  |  |  |
|  |  | Muokkaan yhtälön oikeaa puolta suorittamalla jakolaskun |
|  |  | Nyt näen, että alkuperäisen yhtälön ratkaisu on |

**Tehtävä 5** Täydennä yhtälön ratkaisutapaan 1 matemaattinen esitys ja ratkaisutapaan 2 käytetty muunnos.

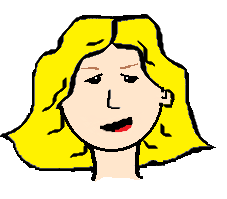
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Tapa 1** |  | **Tapa 2** |
| **Matemaattinen esitys** | **Muunnos** | **Matemaattinen esitys** | **Muunnos** |
|  |  |  |  |
|  |  |  | **V2a** |
|  |  |  |  |
|  |  |  | **M M** |
|  |  |  |  |
|  |  |  | **J2** |
|  |  |  |  |
|  |  |  | **M M** |
|  |  |  |  |

**Jokeri 6** Mitä muunnosta Kalle tai Leena on käyttänyt yhtälöön? Kirjoita ratkaisu sanallisesti **tai** lyhenteellä.



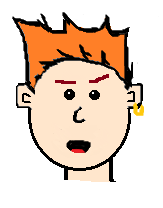
Kalle \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_



Leena \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

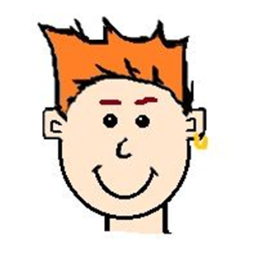


Kalle \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

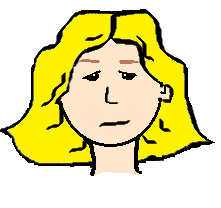
 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Leena \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_



Kalle \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Leena \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Jokeri 7** Täydennä matemaattinen ja sanallinen esitys.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Matemaattinen esitys** | **Muunnos** | **Sanallinen selitys** |
|  |  |  | |
|  | ***V10*** | Vähennän \_\_\_\_\_\_\_\_\_ molemmilta puolilta yhtälöä. | |
|  | ***M M*** | Muokkaan yhtälöä puolittain laskemalla laskun \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vasemmalla ja \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ oikealla puolella. | |
|  | ***V5x*** | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. | |
|  | ***M M*** | Muokkaan yhtälöä puolittain laskemalla laskun \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vasemmalla ja \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ oikealla puolella. | |
|  | ***J10*** | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. | |
|  | ***M M*** | Muokkaan yhtälöä puolittain suorittamalla jakolaskut \_\_\_\_ ja \_\_\_\_. | |
|  |  | Nyt näen, että alkuperäisen yhtälön ratkaisu on \_\_\_\_\_\_. | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2) | | | | | |
| Ryhmätaito | **Onnistuminen** | | | | |
| Autoimme ja rohkaisimme toisiamme |  |  |  |  |  | |
| Keskustelimme toisemme huomioiden |  |  |  |  |  | |
| Toistimme asioita tarvittaessa |  |  |  |  |  | |
| Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan |  |  |  |  |  | |

**Kotitehtävä 1**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***vaakamalli*** | ***matemaattinen esitys*** | ***sanallisesti*** |
|  |  | Lisään \_\_\_\_\_ molemmille puolille.  Muunnos: L\_\_\_ |
|  |  | Lasken \_\_ ja \_\_ yhteen. Toisella puolella lasken \_\_ ja \_\_ yhteen.  Muunnokset: \_\_\_\_\_\_ |
|  |  | Jaan molemmat puolet luvulla \_\_.  Muunnokset: \_\_\_\_\_\_ |
|  |  | Sievennän jakolaskut molemmilla puolilla.  Muunnokset: \_\_ |
|  |  | Muunnoksia käytettyäni näen, että muuttujan x arvolla \_\_ alkuperäinen yhtälö on tosi. |

i) Täydennä yhtälön ratkaisutavan

a) matemaattinen esitys,

b) sanallisesti osio, johon kirjoitat, mitä yhtälölle tehdään ja mitä muunnosta käytetään.

ii) Tarkista lopuksi ovatko muunnettu (alimmainen) ja alkuperäinen yhtälö tosia samalla muuttujan arvolla.

**Kotitehtävä 2** Täydennä yhtälön ratkaisutapaan 1 matemaattinen esitys ja ratkaisutapaan 2 käytetty muunnos.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Tapa 1** |  | **Tapa 2** |
| **Matemaattinen esitys** | **Muunnos** | **Matemaattinen esitys** | **Muunnos** |
|  |  |  |  |
|  | **V2** |  |  |
|  |  |  |  |
|  | **M M** |  |  |
|  |  |  |  |
|  | **K4** |  |  |
|  |  |  |  |
|  | **M M** |  |  |
|  |  |  |  |

2.3 Virheitä muunnosten käytössä

**Esimerkki 1** Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön seuraavilla tavoilla:

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen ratkaisu** | **Leenan ratkaisu** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Aluksi vähennän molemmilta puolilta 45y.

Muokkaan yhtälön molempia puolia suorittamalla yhteenlaskut.

Lopuksi jaan yhtälöä puolittain luvulla 15.

Suoritan jakolaskut puolittain ja saan yhtälön ratkaisun.

Aluksi yhdistän vasemman puolen termit keskenään.

Tämän jälkeen vähennän molemmilta puolilta 60y.

Lopuksi jaan yhtälöä puolittain luvulla 75 ja saan vastauksen.



a) Kuvaile, mitä eroa Kallen ja Leenan ratkaisuissa on. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

b) Kumpi on oikeassa? Miksi? Miten tarkistat tämän? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

c) Mikä virhe on tehty? Kirjoita omin sanoin sääntö, jolla virhe voidaan välttää.

**Tehtävä 4** Kalle ja Leena ovat ratkoneet yhtälöitä ja vertailevat nyt ratkaisujaan samoille yhtälöille. Vastaa annettuihin kysymyksiin ja toimi opettajana tarkistaen Kallen ja Leenan ratkaisut yhtälölle.

**Kalle ja Leena ovat ratkoneet yhtälöitä ja vertailevat nyt ratkaisujaan samoille yhtälöille. Vastaa annettuihin kysymyksiin ja toimi opettajana tarkistaen Kallen ja Leenan ratkaisut yhtälöille.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Tehtävä 1**



1. Kerro suullisesti, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet yrittäessään ratkaista yhtälön .

Kumpi ratkaisi oikein?\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

1. Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.
2. Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

**Tehtävä 2** Kalle on tehnyt virheen yrittäessään ratkaista yhtälöä. Leena sen sijaan tietää, miten välttää tämä virhe. Kirjoita Leenan ratkaisu välivaiheineen näkyviin.

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



Vain samanmuotoisia termejä saa yhdistää. Kalle on yhdistänyt termit a, 8 ja 20, mikä ei ole mahdollista, sillä ei ole sama asia kuin . (Tämän jälkeen Kalle olisi osannut jatkaa oikein, mutta ratkaisu on jo muuttunut eikä ole alkuperäisen yhtälön ratkaisu.)

**Tehtävä 3**

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



a) Kerro, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet ratkaistessaan yhtälön . Kumpi ratkaisi oikein?

b) Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.

c) Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

**Tehtävä 4**

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



1. Kerro, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet ratkaistessaan yhtälön . Kumpi ratkaisi oikein?
2. Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.
3. Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

**Tehtävä 8** Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälöitä. Heiltä on jäänyt yksi välivaihe merkitsemättä…

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
| \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  |  |
|  |  |

1. Kumpi on kiireestä huolimatta saanut tehtävän ratkaistua oikein? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.
2. Täydennä puuttuva välivaihe viivalle siihen ratkaisuun, jossa ratkaisu oli oikein.

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Tehtävä 6**



a) Kerro, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet ratkaistessaan yhtälön . Kumpi ratkaisi oikein?

b) Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.

c) Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Jokeri 7**



a) Kerro, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet ratkaistessaan yhtälön . Kumpi ratkaisi oikein? \_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

b) Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.

c) Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

**Jokeri 8**

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



a) Kerro, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet ratkaistessaan yhtälön . Kumpi ratkaisi oikein?\_\_\_\_\_\_\_\_.

b) Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.

c) Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2) | | | | | |
| Ryhmätaito | **Onnistuminen** | | | | |
| Autoimme ja rohkaisimme toisiamme |  |  |  |  |  | |
| Keskustelimme toisemme huomioiden |  |  |  |  |  | |
| Toistimme asioita tarvittaessa |  |  |  |  |  | |
| Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan |  |  |  |  |  | |
| Hyödynsimme virheitä oppiaksemme |  |  |  |  |  | |

**Kotitehtävä 1** Kalle ja Leena ovat lähteneet ratkaisemaan yhtälöä **.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



  
a) Mitä muunnosta kumpikin on lähtenyt käyttämään ensimmäisenä?

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

b) Kumpi on käyttänyt muunnosta oikein? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

c) Mistä tiedät, että toinen ratkaisu ei ole oikein? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

d) Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten tällaisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

**Itsearviointi (täytetään yksin aina luvun päätteeksi)**

EOS = En osaa sanoa

1 = Erittäin heikosti

7 = Erinomaisesti

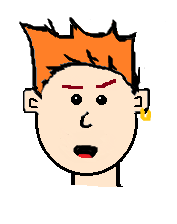
**Miten hyvin osaat seuraavat asiat**

* Lausekkeen ja yhtälön ero 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Yhtälön tasapaino 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Tutkia, onko yhtälö tosi/epätosi 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Olen oppinut tunneilla käsitellyt asiat. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistuin keskittymään perusteluihin vastausten sijaan. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistun löytämään ja esittämään kysymyksiä. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistuin kuvailemaan ajatteluani muille. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistuin hyödyntämään virheitä oppiakseni. 1    2    3    4    5    6    7 EOS

# **Luku 3 Yhtälön ratkaiseminen**

## 3.1 Yhtälön luominen ja ratkaiseminen

Tiesitkö, että toisen maailmansodan tapahtumien kulkuun vaikuttivat merkittävästi salaus- ja salakuuntelumenetelmät? Nykyään digitaalisen tiedon salaaminen on yhä tärkeämpää. Tällä tunnilla salaaminen on muunnosten käyttämistä, jotta yhtälöstä tulisi haastavampi ja hakkerointi on muunnosten käyttämistä, jotta yhtälöstä tulee helpompi eli yhtälön ratkaisu on näkyvillä.



**MUUNNOKSIA**

Muunnos **L**: saman termin lisääminen yhtälön molemmille puolille

Muunnos **V**: saman termin **vähentäminen** yhtälön molemmilta puolilta

Muunnos **J:** molempien puolien **jakaminen** samalla nollasta eroavalla luvulla

Muunnos **K:** molempien puolien **kertominen** samalla nollasta eroavalla luvulla

Muunnos **M:** Yhtälössä olevan lausekkeen/lausekkeiden **muokkaaminen**.

**Tehtävä 1 Luokaa ryhmässä yhtälö alhaalta ylöspäin**. (Myöhemmin ryhmät ratkaisevat toistensa yhtälöitä.)

**a) Keksikää ryhmässä luku ja muuttuja, jotka merkitsette yhtä suuriksi (Seuraavalla sivulla on tilaa kirjoittaa).**

*Esimerkissä .*

**b) Tehkää tälle yhtälölle yhdessä valitsemianne muunnoksia. Edetkää alhaalta ylös.**

*Esimerkissä on kerrottu puolittain luvulla 3 (K3), lisätty molemmille puolille (L 2t) ja laskettu 3t ja 2t yhteen (M).*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *Yhtälön luomisen aloittaminen* |  |  | *Lopputulos* | |
| *K3* |  | *…* |  | *M*  *L2t*  *K3* |

**c) Olette luoneet ryhmässä yhtälön. Kirjoittakaa yhtälö taululle nimienne kanssa *(esimerkissä ).*** *Huolehtikaa, että jokainen ryhmänne jäsen on ymmärtänyt, mitä teitte. Osaatteko sanoa laskematta, millä muuttujan arvolla luomanne yhtälö on tosi? Jos tekisit uuden yhtälön, niin miten yhtälöstä voisi tehdä haastavamman?*

**Tehtävä 2** Tutkikaa taululle ilmestyviä yhtälöitä: Ovatko ne erilaisia? Millä tavoin?

**Tehtävä 3 Ratkaisuvaihe:** Ratkaiskaa toisten laatimia yhtälöitä. **Vertailuvaihe:** Käykää keskustelemassa jokaisesta ratkaisustanne keksijäryhmän kanssa. Miten ratkaisitte tai loitte yhtälön? Mitä olette tehneet samoin tai eri tavalla?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ryhmän luomat yhtälöt | | |
| 1.  \_\_\_\_\_\_ | 2. | 3. |
| Ryhmän valitsemat ratkaistavat yhtälöt | | |
| 1.  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | 2. | 3. |

**Jokeri 4** Pohdi seuraavia kysymyksiä

1. Onko merkitystä, missä järjestyksessä muunnoksia tehdään?
2. Mitä samaa ja erilaista on yhtälön luomisessa ja ratkaisemisessa?
3. Mitä tarkoittaa, että laskutoimitukset kumoavat toisensa? Miten idea liittyy yhtälönratkaisuun?
4. Millaisia erilaisia yhtälöitä a) on olemassa b) osaat luoda c) osaat ratkaista?
5. Millaisia keinoja löysit, joilla yhtälöistä saa tehtyä haastavamman?
6. Millaisia virheitä löytyi?
7. Millaisia erilaisia ratkaisutapoja löytyi?
8. Millaisia hämmennyksiä ja kysymyksiä jäi vielä auki?
9. Mitä uutta oivalsit? Mitä opit?
10. Miten onnistuit toisten ideoiden kuuntelemisessa ja vertailussa?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2) | | | | | |
| Ryhmätaito | **Onnistuminen** | | | | |
| Autoimme ja rohkaisimme toisiamme |  |  |  |  |  | |
| Keskustelimme toisemme huomioiden |  |  |  |  |  | |
| Toistimme asioita tarvittaessa |  |  |  |  |  | |
| Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan |  |  |  |  |  | |
| Hyödynsimme virheitä oppiaksemme |  |  |  |  |  | |

**Kotitehtävä 1** Millä muunnoksella aloittaisit seuraavien yhtälöiden ratkaisemisen?



**Kotitehtävä 2**

1. Luo muunnoksia käyttäen yhtälö toisten ratkottavaksi.
2. Ratkaise oma yhtälösi.

**Kotitehtävä 3** Keksi yhtälö, jonka ratkaisemiseksi kannattaisi seuraavaksi

1. Vähentää tai lisätä puolittain
2. Jakaa tai kertoa puolittain

## 3.2 Yhtälönratkaisutehtäviä

**Esimerkki 1** (Muunnosten eri merkintätavoista)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Matemaattinen esitys** | **Tapa 1** |  |  | **Matemaattinen esitys** | **Tapa 2** |
|  | V6  M M  J 2  M M |  |  |  |  |

**Tehtävä 1** Ratkaise yhtälöistä tuntematon muuttuja käyttäen oppimiasi muunnoksia. Valitkaa ryhmänne kanssa **kaksi** tehtäväsarjaa. **Sarja 1.** a) b) c)

**Sarja 2**. a) b) c)

**Sarja 3.** a) b) c)

**Sarja 4.** a) b) c)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2) | | | | | |
| Ryhmätaito | **Onnistuminen** | | | | |
| Autoimme ja rohkaisimme toisiamme |  |  |  |  |  | |
| Keskustelimme toisemme huomioiden |  |  |  |  |  | |
| Toistimme asioita tarvittaessa |  |  |  |  |  | |
| Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan |  |  |  |  |  | |
| Hyödynsimme virheitä oppiaksemme |  |  |  |  |  | |

**Jokeri 2** Kuvio on neliö. Laske sivun pituus.

**Jokeri 3** Määritä lausekkeen arvo, kun ja *x* on kolmasosa *b*:stä (yo syksy 1999)

**Kotitehtävä 1** Ratkaise yhtälö ja tarkista vastauksesi

a) b)

**Kotitehtävä 2** Muodosta seuraavaan ongelmaan yhtälö ja ratkaise se:

Pullo ja sen sisältö maksavat yhteensä 4 €. Sisältö maksaa 3 euroa enemmän kuin pullo. Kuinka paljon pullo maksaa?

**Itsearviointi**

EOS = En osaa sanoa

Erinomaisesti

Erittäin heikosti

**Miten hyvin osaat seuraavat asiat**

* Yhtälön ratkaisun etsiminen 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Yhtälön ratkaisun tarkistaminen 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Eri muunnokset 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Sopivan muunnoksen löytäminen 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Tyyppiä olevan yhtälön ratkaiseminen 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Kertoa sanallisesti/ääneen, miten tehtävä ratkaistaan 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Olen oppinut tunneilla käsitellyt asiat. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistuin keskittymään perusteluihin vastausten sijaan. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistun löytämään ja esittämään kysymyksiä. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistuin kuvailemaan ajatteluani muille. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistuin hyödyntämään virheitä oppiakseni. 1    2    3    4    5    6    7 EOS

# Luku 4 Joustava yhtälönratkaisu

4.1 Sulkulausekkeet

**Tehtävä 1** Täydennä oheista taulukkoa laskemalla lausekkeiden arvot eri muuttujan arvoilla.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

Pohdittavaa

Mitä eroa huomaat eri lausekkeiden välillä, kun niihin sijoitetaan sama muuttujan arvo?

Johtopäätökset

**Esimerkki 1** (Sulkulausekkeiden esitystapoja)

***Tapa 1 (Säkkimalli)***

***Tapa 2 (Geometrinen malli)***

Pinta-ala: Pinta-ala:

Koska nämä ovat saman suorakulmion pinta-alat, voidaan ne merkitä yhtä suuriksi: .

**Tehtävä 2** Piirrä lausekkeista

a) geometrinen malli, b) säkkimalli.

Kirjoita lopuksi a) ja b) kohtien lausekkeet ilman sulkuja.

**Jokeri 3** Kirjoita a) kohdan pinta-alasta ja b) kohdan säkeistä lauseke sulkujen kanssa ja lauseke ilman sulkuja.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) |  | b) |

**Jokeri 4** Kirjoita ilman sulkuja:

**Jokeri 5** Kirjoita seuraavat lausekkeet sulkujen kanssa

a) b) c)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2) | | | | | |
| Ryhmätaito | **Onnistuminen** | | | | |
| Autoimme ja rohkaisimme toisiamme |  |  |  |  |  | |
| Keskustelimme toisemme huomioiden |  |  |  |  |  | |
| Toistimme asioita tarvittaessa |  |  |  |  |  | |
| Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan |  |  |  |  |  | |
| Hyödynsimme virheitä oppiaksemme |  |  |  |  |  | |

**Kotitehtävä 1** Piirrä säkkimallit seuraavista lausekkeista ja kirjoita lausekkeet ilman sulkuja

a) b)

**Kotitehtävä 2** Ratkaise yhtälö .

## 4.2 Sulkuyhtälöt ja joustavuus

**Esimerkki 1** Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön seuraavilla tavoilla:

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Ensin kerroin vasemman puolen sulkeet auki.

Seuraavaksi vähensin luvun 6 molemmilta puolilta

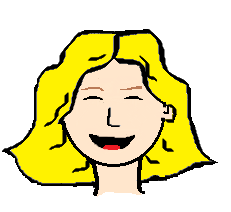
Lopuksi jaoin molemmat puolet luvulla

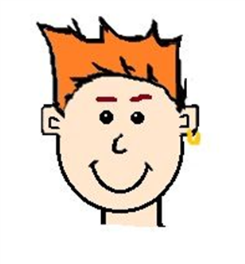
Sain vastaukseksi

Ensin jaoin yhtälön puolittain luvulla 3

Seuraavaksi vähensin luvun 2 molemmilta puolilta

Vastaukseni on





1. Kuinka Kalle ratkaisi yhtälön? Entä Leena? Ovatko he päätyneet

oikeaan ratkaisuun? Mistä tiedät tämän?

1. Huomaatko yhtäläisyyksiä Kallen ja Leenan ratkaisuissa?
2. Kumpaa tapaa itse käyttäisit kyseisen yhtälön ratkaisuun?
3. Jos yhtälö olisi muotoa , kumpi ratkaisutavoista olisi parempi, miksi?

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Ensin kerroin vasemman puolen sulkeet auki.

Seuraavaksi vähensin luvun 6 molemmilta puolilta

Lopuksi jaoin molemmat puolet luvulla ja sievensin jakolaskut

Sain ratkaisuksi

Ensin jaoin yhtälön puolittain luvulla 3

Seuraavaksi vähensin luvun 2 molemmilta puolilta

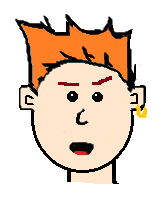
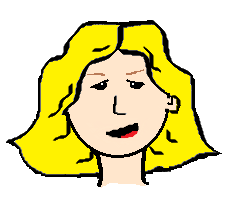
Lavensin samannimisiksi.

Sain ratkaisuksi

a)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_b)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_c)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_d)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Tehtävä 1** Ratkaise yhtälöt kahdella eri tavalla.

a) b).

**Tehtävä 2** Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön seuraavilla tavoilla:

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Ensin jaoin yhtälön puolittain luvulla 5

Lopuksi vähensin luvun 3 molemmilta puolilta

Sain ratkaisuksi

Ensin vähensin luvun 3 molemmilta puolilta.

Lopuksi jaoin molemmat puolet luvulla 5

Sain ratkaisuksi

a) Kerro, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet ratkaistessaan yhtälön . Kumpi ratkaisi oikein? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.b) Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.

c) Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

**Tehtävä 3** Tarkastele Jessican ja Mintun ratkaisutapoja yhtälölle .

a) **Jessican** ratkaisutapa. Täydennä vaiheet tyhjille viivoille esimerkin avulla.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ensin \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  | Lasken ja yhteen sekä \_\_\_ ja \_\_\_ yhteen. |
|  | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ luvun puolittain |
|  | Jaan luvulla \_\_\_ puolittain ja sievennän jakolaskut |
|  |  |

b) **Mintun** ratkaisutapa**.** Täydennä vaiheet tyhjille viivoille.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Lasken \_\_\_\_\_\_\_\_ ja \_\_\_\_\_\_\_\_\_ yhteen. |
|  | \_\_\_\_\_\_\_\_ luvulla 7 puolittain. |
|  | Lisään luvun \_\_\_ puolittain. |
|  |  |

c) **Pohdi**

1. Mitä eroa Jessican ja Mintun ratkaisutavoilla on? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

1. Jos pitäisi ratkaista yhtälö , kumman ratkaisutapaa käyttäisit? Ympyröi ratkaisusi;

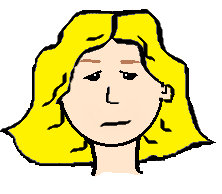
Jessican Mintun

1. Perustelu valintaasi: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

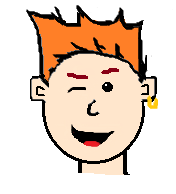
**Tehtävä 4** Ratkaise yhtälö valitsemallasi ratkaisutavalla.

Mintun tavalla: Jessican tavalla:

**Jokeri 5** Ratkaise yhtälö.

**Jokeri 6** Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön seuraavilla tavoilla:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu |  | | **Leenan** ratkaisu | |
|  |  | |  | |
|  |  | |  | |
|  |  | |  | |
|  |  | | M M | |
|  |  | |  | |
|  |  | |  | |
|  |  | |  | |
|  |  | |  | |
|  |  | |  | |
|  |  | |  | |
|  |  | |  | |
|  |  | |  | |
|  |  | |  | |
|  | |  | |

1. Mitä Kalle on tehnyt yhtälölle ensimmäisenä? Entä Leena? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.
2. Merkitse Kallen ja Leenan ratkaisuihin käytetyt muunnokset lyhenteillä näkyville. (Mallina Leenan ratkaisussa toinen käytetty muunnos).
3. Ovatko Kalle ja Leena päätyneet oikeaan ratkaisuun? Mistä tiedät tämän? (Laita tarkistus perusteluksi alle)
4. Kumpaa ratkaisutavoista (Kallen vai Leenan) itse käyttäisit? Perustele. \_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2) | | | | | |
| Ryhmätaito | **Onnistuminen** | | | | |
| Autoimme ja rohkaisimme toisiamme |  |  |  |  |  | |
| Keskustelimme toisemme huomioiden |  |  |  |  |  | |
| Toistimme asioita tarvittaessa |  |  |  |  |  | |
| Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan |  |  |  |  |  | |
| Hyödynsimme virheitä oppiaksemme |  |  |  |  |  | |

**Kotitehtävä 1** Kirjoita, **ensimmäinen muunnos** ja seuraava rivi yhtälöiden ratkaisussa. Sinun **EI** **TARVITSE** siis ratkaista yhtälöä loppuun. Yritä löytää myös toinen tapa lähteä liikkeelle.  
a) b) c)

**Kotitehtävä 2** Ratkaise yhtälö kahdella eri tavalla

Tavalla 1: Tavalla 2:

4.3 Lisää joustavia yhtälöitä

**Esimerkki 1** Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön seuraavilla tavoilla:

Aluksi lavennan murtoluvut vasemmalla puolella, että niillä on yhteinen nimittäjä.

Lasken vähennyslaskun vasemmalla puolella.

Kerron yhtälöä puolittain luvulla 20.

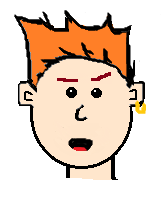
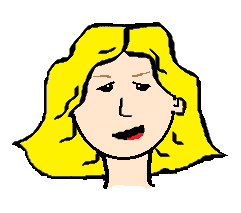
Sain ratkaisuksi

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Kerron yhtälöä puolittain luvulla , joka on nimittäjien pienin yhteinen jaettava

Tämän jälkeen sievensin yhtälön vasenta ja oikeaa puolta.

Lopuksi vielä laskin vasemmalla puolella yhteen ja .



1. Miksi Kalle kertoi yhtälöä aluksi luvulla 20? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.
2. Miksi Leena lavensi murtoluvut vasemmalla puolella ensimmäiseksi? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.
3. Mitä yhtäläisyyksiä ja eroavaisuuksia huomaat Kallen ja Leenan ratkaisutavassa? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

1. Ovatko Kalle ja Leena päätyneet oikeaan ratkaisuun? Mistä tiedät tämän? (Kirjoita tarkistus perusteluksi alle)
2. Kumpi ratkaisutavoista (Kallen vai Leenan) on mielestäsi yksinkertaisempi? Perustele.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**Tehtävä 1** Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön seuraavilla tavoilla:

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Ensin kerroin sulkeet auki.

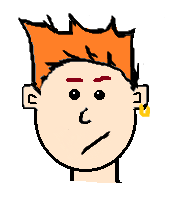
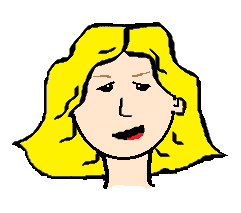
Seuraavaksi vähensin molemmilta puolilta .

Lopuksi kerroin molemmilta puolilta luvulla ja sain ratkaisuni.

Ensiksi kerroin yhtälöä molemmin puolin luvulla .

Sitten vähensin luvun molemmilta puolilta.

Tässä on ratkaisuni.



1. Mitä yhtäläisyyksiä ja eroavaisuuksia huomaat Kallen ja Leenan ratkaisutavassa? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

1. Ovatko Kalle ja Leena päätyneet oikeaan ratkaisuun? Mistä tiedät tämän? (Kirjoita tarkistus perusteluksi alle)
2. Kumpi ratkaisutavoista (Kallen vai Leenan) on mielestäsi soveltuvampi tälle yhtälölle? Perustele.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

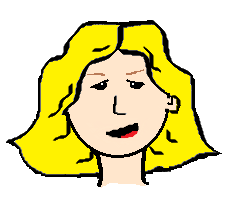
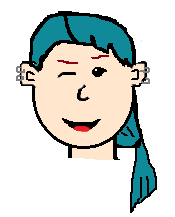
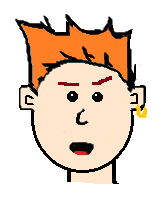
**Tehtävä 2** Ratkaise seuraavat yhtälöt

a) b)

c) d) .

**Tehtävä 3** Kalle, Leena ja Miia ovat ratkaisseet yhtälönseuraavilla tavoilla:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu | **Miian** ratkaisu |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |



1. Mitä yhtäläisyyksiä ja eroavaisuuksia huomaat Kallen, Leenan ja Miian ratkaisuissa?\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.
2. Mitä ratkaisutapaa käyttäisit tälle yhtälölle? Miksi? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.
3. Kirjoita Kallen, Leenan ja Miian käyttämien muunnosten lyhenteet ratkaisujen viereen näkyville.

**Jokeri 4** Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön seuraavilla tavoilla:

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Vähennän molemmilta puolilta ja sievennän.

Kerron yhtälöä puolittain luvulla

Vähennän molemmilta puolilta .

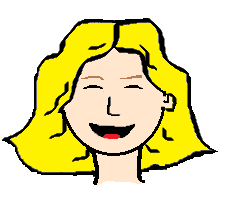
Lopuksi jaan yhtälöä puolittain luvulla , ratkaisuni yhtälölle on .

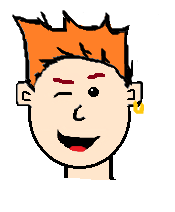
Ensin avasin sulkeet vasemmalla puolella.

Sievennän yhtälön vasenta puolta laskemalla laskut.

Lisään molemmille puolille ja sievennän.

Lopuksi jaan puolittain luvulla ja sain vastaukseksi





1. Mitä yhtäläisyyksiä ja eroavaisuuksia huomaat Kallen, Leenan ja Miian ratkaisuissa? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

1. Mitä hyötyjä Kallen ratkaisutavassa on? Entä Leenan? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.
2. Miten itse ratkaisisit kyseisen yhtälön? Perustele. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

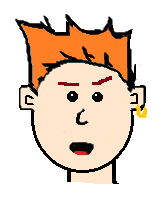
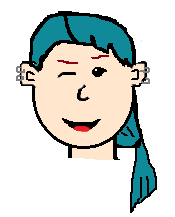
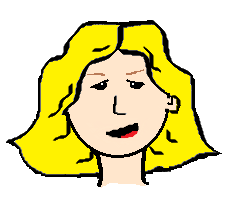
**Jokeri 5** Ratkaise seuraavat yhtälöt

1. b)

c) d)

**Jokeri 6** Kalle, Leena ja Miia ovat ratkaisseet yhtälön seuraavilla tavoilla:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu | **Miian** ratkaisu |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |



1. Käy huolella lävitse Kallen, Leenan ja Miian ratkaisu.
2. Kuka ratkaisi yhtälön oikein? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.
3. Ympyröi virheellisiin ratkaisuihin kohta, jossa virhe on tapahtunut.
4. Ratkaise virheelliset ratkaisut uudelleen siten, että vastaus on oikein. (Jatka siis ratkaisua siitä kohti, missä se viimeisen kerran oli oikein ja yritä edetä siten kuin ratkaisija oli edennyt)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2) | | | | | |
| Ryhmätaito | **Onnistuminen** | | | | |
| Autoimme ja rohkaisimme toisiamme |  |  |  |  |  | |
| Keskustelimme toisemme huomioiden |  |  |  |  |  | |
| Toistimme asioita tarvittaessa |  |  |  |  |  | |
| Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan |  |  |  |  |  | |
| Hyödynsimme virheitä oppiaksemme |  |  |  |  |  | |

**Kotitehtävä 1** Ratkaise seuraavat yhtälöt

a) b) c)

**Kotitehtävä 2** Mitä olet oppinut sulku- ja murtoyhtälöiden ratkaisemisesta?\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**Itsearviointi (täytetään yksin aina luvun päätteeksi)**

EOS = En osaa sanoa

1 = Erittäin heikosti

7 = Erinomaisesti

**Miten hyvin osaat seuraavat asiat**

* Lausekkeen ja yhtälön ero 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Yhtälön tasapaino 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Tutkia, onko yhtälö tosi/epätosi 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Olen oppinut tunneilla käsitellyt asiat. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistuin keskittymään perusteluihin vastausten sijaan. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistun löytämään ja esittämään kysymyksiä. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistuin kuvailemaan ajatteluani muille. 1    2    3    4    5    6    7 EOS
* Onnistuin hyödyntämään virheitä oppiakseni. 1    2    3    4    5    6    7 EOS

# 5 Kertaus

**Tehtävä 1** Kerratkaa oppimanne asiat yhdessä keskustellen.

* Samanmuotoiset termit
* Lausekkeen ja yhtälön ero
* Yhtälön totuusarvon tutkiminen
* Yhtälön ratkaisun etsiminen
* Yhtälön ratkaisun tarkistaminen
* Eri muunnokset ja niiden käyttäminen
* Tyyppiä olevan yhtälön ratkaiseminen

**Tehtävä 2** Tutki, ovatko seuraavat yhtälöt tosia vai epätosia. Perustele vastauksesi suullisesti.

a)

b)

c)

d)

**Tehtävä 3**

a) Laske lausekkeen arvo, kun .

**b)** Onko alla yhtälö/yhtälöitä, joiden ratkaisu on ?

Vastaus ja perustelu:

**Tehtävä 4** Täydennä matemaattinen ja sanallinen esitys

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Matemaattinen esitys** | **Muunnos** | **Sanallinen selitys** |
| 2 |  |  |
|  | ***L y*** | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ molemmille puolille |
|  |  |  |
|  | ***M M*** | Muokkaan yhtälöä puolittain laskemalla laskun \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ vasemmalla ja oikealla puolella. |
|  |  |  |
|  | ***V2*** | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ puolittain luvun |
|  |  |  |
|  | ***M M*** | Muokkaan yhtälöä puolittain suorittamalla laskut \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ja \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. |
|  |  |  |
|  | ***J 2 MM*** | Jaan yhtälön molempia puolia luvulla \_\_\_\_\_ ja suoritan syntyvät jakolaskut. |
|  |  | Yhtälön ratkaisu on \_\_\_\_\_\_\_\_\_. |

**Tehtävä 5** Kalle ja Leena ovat ratkaisseet yhtälön seuraavilla tavoilla

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



**

a) Minkä muunnokset Kalle on tehnyt ensimmäisenä? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Entä Leena? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

b) Tarkista, ovatko Kallen ja Leenan vastaukset oikein.

c) Ympyröi virheet. Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi välttää.

**Tehtävä 6** Ratkaise seuraavat yhtälöt.

a) b)

c) d)

**Tehtävä 7**a)Laske yhtälö vähintään kahdella eri tavalla.

Tavalla 1 Tavalla 2

b) Kumpi ratkaisutapa on mielestäsi sopivampi tähän tehtävään? Miksi? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**Jokeri 8** Kalle ja Leena ovat ratkoneet yhtälöitä ja vertailevat nyt ratkaisujaan samoille yhtälöille. Vastaa annettuihin kysymyksiin ja toimi opettajana tarkistaen Kallen ja Leenan ratkaisut yhtälöille.

|  |  |
| --- | --- |
| **Kallen** ratkaisu | **Leenan** ratkaisu |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



1. Kerro, mitä Kalle ja Leena ovat tehneet ratkaistessaan yhtälön . Kumpi ratkaisi oikein?

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

1. Ympyröi virheellisestä ratkaisusta kohta, jossa virhe on tapahtunut.
2. Muotoile omin sanoin lyhyt ohje, miten kyseisen virheen voi yhtälöä ratkaistaessa välttää.

**Jokeri 9** Täydennä yhtälön ratkaisun matemaattinen esitys kahdella eri tavalla.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Matemaattinen esitys** | **Muunnos** | **Matemaattinen esitys** | **Muunnos** |
|  |  |  |  |
|  | **K4** |  | **M** |
|  |  |  |  |
|  | **M M** |  | **V** |
|  |  |  |  |
|  | **V** |  | **M M** |
|  |  |  |  |
|  | **M M** |  |  |
|  |  |  |  |
|  | **J4 M M** |  |  |
|  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| RYHMÄARVIOINTI (ryhmätaidot selitetty tarkemmin sivulla 2) | | | | | |
| Ryhmätaito | **Onnistuminen** | | | | |
| Autoimme ja rohkaisimme toisiamme |  |  |  |  |  | |
| Keskustelimme toisemme huomioiden |  |  |  |  |  | |
| Toistimme asioita tarvittaessa |  |  |  |  |  | |
| Keskityimme perusteluihin vastausten sijaan |  |  |  |  |  | |
| Hyödynsimme virheitä oppiaksemme |  |  |  |  |  | |

**Jokeri 10** Muodosta yhtälö ja ratkaise se.  
a) Tiina ja Ville jakavat 60 euron palkan. Tiina teki töitä kaksi kertaa niin paljon kuin Ville. Kuinka paljon kumpikin saa palkkaa?

b) Kolmen peräkkäisen kokonaisluvun summa on 108. Mikä on pienin luvuista?

c) Lippu Robinin konserttiin maksoi aikuisille (eli yli 12-vuotiaille) 20 euroa ja alle 12-vuotiaille 10 euroa. Selvitä, montako lasten ja montako aikuisten lippua myytiin, kun tiedetään, että lippuja myytiin yhteensä 350 kappaletta ja lipunmyyntituloja saatiin yhteensä 4000 euroa.

**Jokeri 11** Muodosta mahdollisimman haastava yhtälö ja ratkaise se.

# Loppuitsearviointi

**Vastaa seuraaviin kysymyksiin.**

7 = Erinomaisesti

1 = Erittäin heikosti

**Miten hyvin osaat seuraavat asiat**

* Lausekkeen rakenne 1    2    3    4    5    6    7
* Lausekkeen sieventäminen 1    2    3    4    5    6    7
* Lausekkeen ja yhtälön ero 1    2    3    4    5    6    7
* Yhtälön tasapaino 1    2    3    4    5    6    7
* Tutkia, onko yhtälö tosi/epätosi 1    2    3    4    5    6    7
* Yhtälön ratkaisun etsiminen 1    2    3    4    5    6    7
* Yhtälön ratkaisun tarkistaminen 1    2    3    4    5    6    7
* Eri muunnokset 1    2    3    4    5    6    7
* Sopivan muunnoksen löytäminen 1    2    3    4    5    6    7
* Tyyppiä olevan yhtälön ratkaiseminen 1    2    3    4    5    6    7
* Kertoa sanallisesti/ääneen, miten tehtävä ratkaistaan 1    2    3    4    5    6    7
* Olen oppinut kurssilla käsitellyt asiat. 1    2    3    4    5    6    7
* Onnistuin keskittymään perusteluihin vastausten sijaan. 1    2    3    4    5    6    7
* Onnistun löytämään ja esittämään kysymyksiä. 1    2    3    4    5    6    7
* Onnistuin kuvailemaan ajatteluani muille. 1    2    3    4    5    6    7
* Onnistuin vertailemaan tehtävien eroavaisuuksia ja yhtäläisyyksiä. 1    2    3    4    5    6    7
* Onnistuin löytämään ja vertailemaan eri ratkaisutapoja 1    2    3    4    5    6    7
* Onnistuin hyödyntämään virheitä oppiakseni. 1    2    3    4    5    6    7

Minkä asian olet oppinut parhaiten?

Missä sinulla on eniten opittavaa?

Palautetta yhtälöiden opiskelusta:

**Itsearviointi oman oppimisen tueksi**