

Matemaattisen ajattelun tukeminen



Annette Ukkola työskentelee arviointiasiantuntijana Kansallisessa koulutuksen arviointikeskuksessa eli Karvissa. Taustaltaan hän on matematiikan ja äidinkielen opettaja. Hänen työtehtäviinsä kuuluvat erityisesti perusopetuksen oppimistulosten arvioinnit ja pitkittäisarviointi, jossa seurataan matematiikan ja äidinkielen taitojen kehittymistä ensimmäisen luokan alusta yhdeksännen luokan loppuun. Annette antaa vinkkejä siihen, miten matemaattista ajattelua voidaan tukea varhaiskasvatuksessa ja alkuopetuksessa.

Matemaattisen ajattelun varhainen tukeminen edistää lasten yhdenvertaisuutta

Karvin arviointien mukaan ensimmäisen luokan oppilaat aloittavat koulunkäynnin samankaltaisin taidoin eri puolilla Suomea. Myös tyttöjen ja poikien osaaminen on peruskoulun alussa samalla tasolla. Yksilöiden taidoissa ovat kuitenkin huomattavia eroja.



Valtaosa lapsista ymmärtää kouluun tullessaan lukukäsitteen

Ensimmäisen luokan alussa keskimääräistä matalampaa lähtötasoa osoittavista oppilaista valtaosa tunnistaa pieniä numeroita ja joitakin tasokuvioita. He tunnistavat myös värejä ja ymmärtävät samanlaisuuden ja erilaisuuden. Suurin osa heikoimpia taitoja osoittaneista oppilaista ei ymmärrä lainkaan kellonaikoja. He ymmärtävät kuitenkin arkisia matemaattisia käsitteitä kuten enemmän tai vähemmän.

Keskitasoisesti edistyneet oppilaat osaavat kouluun tullessaan vertailla asioita toisiinsa ja asettaa niitä järjestykseen. He ymmärtävät erilaisia yläkäsitteitä ja pystyvät seuraamaan kaksivaiheisia ohjeita. Lukukäsitteen eli lukusanan, lukumäärän ja numeromerkin yhteyden ymmärtäminen



onnistuu oppilailta todella hyvin luvuilla 1–9, ja he osaavat laskea yhteen- ja vähennyslaskuja lukualueella 1–10. Kymmenylitykset eivät kuitenkaan vielä suurimmalta osalta onnistu. Valtaosalla heistä oli myös jonkinlaista ymmärrystä kellonajoista.

Keskimääräistä taitavammat oppilaat laskevat sujuvasti yhteen- ja vähennyslaskuja lukualueella 0–100. He tunnistavat myös ainakin joitakin kolminumeroisia lukuja, ja heillä on hyvä ymmärrys kymmenjärjestelmästä. Murtoluvut ja negatiiviset luvut ovat heillekin haastavia. He osaavat laskea alkeellisia yhtälöitä pienillä luvuilla. Kaksinumeroiset luvut tuottavat yhtälöissä monille vaikeuksia, mutta osa laskee niilläkin sujuvasti. Edistyneimmät oppilaat osaavat myös muodostaa päässään oikean laskutoimituksen sanallisesti kuvatuista tilanteista.



Taidoissa on paljon vaihtelua kahden ensimmäisen kouluvuoden jälkeen

Alkuopetuksen aikana matematiikan taidot kehittyvät pääosin hyvin. Tyttöjen ja poikien osaaminen on edelleen samaa tasoa, mutta pojat menestyvät hieman tyttöjä paremmin matemaattisen ajattelun ja lukujen ja laskutoimitusten sisältöalueilla. Tytöt taas saavat poikia parempia pisteitä geometrian ja mittaamisen sekä tietojenkäsittelyn ja tilastojen sisältöalueella.

Matalinta osaamista matematiikassa osoittavat oppilaat osaavat laskea yhteen luvuilla 1–5. He tunnistavat tasokuvioita, mutta kappaleet eivät ole heille tuttuja. Monet heikoimpia taitoja osoittaneista oppilaista eivät ymmärrä kellonaikoja. On myös huomattava, että kokonaisten lauseiden lukeminen tuottaa heistä monelle vaikeuksia. Matalimpia pistemääriä saaneiden oppilaiden sanavarasto vaikuttaa suppealta.

Keskitasoisilla oppilailla on hyvä ymmärrys kymmenjärjestelmästä. He osaavat yhteen- ja vähennyslaskuja lukualueella 0–100 ja kertolaskuja pienillä luvuilla. Jakolaskuista heillä on jonkinlainen käsitys. Valtaosa on toisen luokan loppuun mennessä oivaltanut kertolaskun ja yhteenlaskun yhteyden. He ymmärtävät hajotelmia, järjestyslukuja ja puolittamisen idean. Monet heistä osaavat lukea taulukkoa ja muodostaa laskutoimituksia sanallisesti kuvatuista tilanteista, mutta heillä ei ole vielä selkeää käsitystä laskujärjestyksestä.

Edistyneimmät oppilaat laskevat sujuvasti yhteen- ja vähennyslaskuja lukualueella 0–1000. He hallitsevat myös jakolaskun pienillä luvuilla ja osaavat päätellä yhtälöiden ratkaisuja. He tuntevat koordinaatiston ensimmäisen neljänneksen, osaavat kertoa tasokuvioiden ominaisuuksia ja ymmärtävät myös todennäköisyyksiä.





Lapselle pitää tarjota monipuolisia kokemuksia ja mahdollisuuksia oppimiseen

Suomessa kouluuntulovaihe on kahden erilaisen arviointikulttuurin välissä. Varhaiskasvatuksessa arvioidaan toimintaa ja varhaiskasvatuksen laatua, kun taas perusopetuksessa arviointi kohdistuu oppilaan osaamiseen. Kuitenkin perusteasiakirjat määrittävät niin varhaiskasvatuksessa, esiopetuksessa kuin perusopetuksessakin opetuksen sisällöt ja tavoitteet. Joissakin päiväkodeissa ja perhepäivähoitoryhmissä tavoitteet toteutuvat kohtalaisesti tai heikosti. Varhaiskasvatuksen ammattilaisten omien kiinnostusten tai niiden puutteen ei pidä ohjata sitä, millaisia oppimiskokemuksia ja -mahdollisuuksia lapselle tarjotaan. Toimintaan osallistumista tai osallistumattomuutta ei voi jättää myöskään lasten itsensä vastuulle. Varhaiskasvatuksen tulee tukea jokaisen lapsen oppimisen edellytyksiä ja koulutuksellisen tasa-arvon edistämistä sekä toteuttaa lapsen leikkiin, liikkumiseen, taiteisiin ja kulttuuriperintöön perustuvaa monipuolista pedagogista toimintaa.

Yhdeksännen luokan lopussa taidoiltaan heikoimmilla oppilailla on puutteita erityisesti laskusujuvuudessa. Laskusujuvuus edellyttää lukukäsitteen vahvaa hallintaa, kymmenjärjestelmän ymmärtämistä ja lukujonotaitoja. Niiden perustaa aletaan rakentaa jo varhaiskasvatuksessa. Varhaiskasvatussuunnitelman perusteiden mukaan varhaiskasvatuksessa harjoitellaan muun muassa ympäristössä esiintyvien lukumäärien havainnoimista ja lukukäsitettä, asioiden ja esineiden luokittelua, vertailua, järjestykseen asettamista ja mittaamista, sijainti- ja suhdekäsitteitä, geometrista ajattelua ja matemaattisten havaintojen pohdintaa. Aikuisia ohjataan tukemaan lasten matemaattisen ajattelun taitojen kehittymistä havainnollistavasti ja leikinomaisesti. Tarkoituksena on, että aikuiset luovat lapsille mahdollisuuksia oivaltaa itse ja iloita oppimastaan. Samalla rakentuu myös pohja myönteiselle asennoitumiselle matematiikkaa kohtaan.





Matematiikan tulee näkyä ja kuulua varhaiskasvatuksen arjessa

Matemaattisen ajattelun perusta rakentuu jo ennen kouluikää, ja siten tukemalla matemaattisen ajattelun kehitystä varhaiskasvatuksen aikana voidaan edistää lasten yhdenvertaisuutta. Matemaattinen ajattelu ja kielellinen kehitys liittyvät vahvasti toisiinsa. Erittäin matalaa matematiikan lähtötasoa ensimmäisen luokan alussa selittääkin eniten puhutun kielen ymmärtämisen taito. Havainto koskee maahanmuuttotaustaisten oppilaiden lisäksi täysin suomen- ja ruotsinkielisiä oppilaita.

Kielellinen kehitys edellyttää lapselta havainnointia, muistia ja ajattelua. Nämä taidot muotoutuvat siinä vuorovaikutuksessa, jonka vaikutuspiirissä lapsi kasvaa. Lapsi tarvitsee riittävästi itselleen suunnattua ja ymmärrettävää puhetta oppiakseen kieltä ja sen käsitteitä. Tietoinen asioiden ja esineiden nimeäminen arjen toimien lomassa, omien ajatusten ilmaisemiseen kannustaminen ja lapsen ajatuksia kehittävä ja laajentava puhe ovat tärkeitä keinoja kielitaidon ja sanavaraston systemaattiseen kartuttamiseen. Lapsen kanssa toimivien aikuisten onkin syytä tietoisesti kehittää omaa kielitietoisuuttaan ja lapsen tarpeet huomioivaa vuorovaikutusta, opetusta ja kasvatusa. Varhaiskasvatuksessa tulee kiinnittää huomiota rikkaan kielellisen ympäristön tarjoamiseen lapsille. Monipuolisen vuorovaikutuksen, laadukkaista saduista koostuvien lukuhetkien, riimittelyn ja loruttelun tulisi olla keskeinen osa jokaisen lapsen varhaiskasvatuspäivää.

Kielellisessä ympäristössä pitää huomioida myös matematiikan kieli. Matematiikkaa voidaan sanoittaa ja tehdä näkyväksi jatkuvasti lasten jokapäiväisissä perustoiminnoissa. Leikin avulla voidaan opetella matemaattisia käsitteitä ja arkikieltä. Loruihin on hyvä sisällyttää myös lukusanojen luettelemista, joka on myöhemmin tärkeä taito yhteen- ja vähennyslaskujen harjoittelussa. Leluja ja vaikkapa luonnonmateriaaleja voidaan vertailla, luokitella ja asettaa järjestyksiin eri sääntöjen mukaan. Leikkeihin voidaan sisällyttää lukumäärien laskemista, esineiden lajittelua ominaisuuksien perusteella tai tasokuvioiden havainnoimista ja muodostamista niin esineillä kuin kehollisesti. Lapsia kannustetaan löytämään ja tuottamaan säännönmukaisuuksia, esimerkiksi rakennuspalikoilla tai värikynillä. Kun lukusanojen luetteleminen on sujuvaa, lukusanoja voi käyttää apuna yhteen- ja vähennyslaskuissa.



Opettaja voi tukea matemaattisten käsitteiden oppimista yhdistämällä matemaattiseen kieleen lapsille tutumpaa arkista kieltä. Varhaiskasvatuksen henkilöstön on hyvä luoda lapsille päivittäin mahdollisuuksia käyttää matemaattista kieltä leikkien lomassa. Parhaimmillaan kielellisesti rikkaat vuorovaikutustilanteet lasten ja aikuisten välillä tukevat lasten laaja-alaista osaamista kehittäen samanaikaisesti lasten ajattelun taitoja, vuorovaikutustaitoja ja osallisuuden kokemuksia. Korkealaatuinen kielellinen ympäristö tukee kognitiivista kehitystä, käsitteenmuodostusta ja ajattelua sekä akateemisten taitojen oppimista.



Alkuopetuksen matematiikassa painottuvat lukujono- ja aritmeettiset taidot

Alkuopetuksessa vankistetaan lukukäsitteen ja kymmenjärjestelmän hallintaa, matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden ymmärtämistä ja kehitetään oppilaiden kykyä käsitellä tietoa ja ratkaista ongelmia. Tarkoituksena on kehittää oppilaiden kykyä ilmaista matemaattista ajatteluaan konkreettisilla välineillä, suullisesti, kirjallisesti ja piirtäen sekä tulkiten kuvia. Matematiikan opetus luo vahvan pohjan sekä luku- että laskutaidolle. Ensimmäisinä kouluvuosina matematiikassa painottuvat lukujonotaidot ja aritmeettiset taidot. Myös alkuopetuksessa konkretia ja toiminnallisuus ovat keskeinen osa matematiikan opetusta ja opiskelua.

Koulupolun alussa matemaattisten taitojen kehittyminen vaatii paljon harjoittelua ja toistoa lukujen, lukujonojen sekä kymmenjärjestelmän ymmärryksessä. Monet lapset laskevat yhteen- ja vähennyslaskuja aluksi lukujonoja luetellen. Lukujonoharjoituksissa voidaan hyödyntää konkreettisia välineitä, esimerkiksi helminauhoja tai koulun portaita.

Laskujen automatisoitumista edistää se, että lapsi osaa osittaa lukuja pienemmiksi luvuiksi sekä koota lukuja suuremmiksi luvuiksi. Kun yksinkertaiset ja toistuvat yhdistelmät automatisoituvat, laskeminen nopeutuu. Näiden hajotelmataitojen myötä myös kymmenylitykset helpottuvat ja kymmenjärjestelmän ymmärtäminen vahvistuu, kun oppilas hahmottaa luvun koostuvan luvusta kymmenen ja kymmenen ylittävistä osista. Hajotelmia voidaan opetella toiminnallisesti esimerkiksi eriväristen palikoiden tai luonnonmateriaalien avulla.



Edistyneet oppijat tarvitsevat haasteita omalla tasollaan

Matematiikan taitojen tukemisessa on syytä muistaa myös edistyneimmät oppijat. Suomessa koulutulokkailta ei edellytetä oppiainekohtaisia taitoja, mutta silti oppilailta oli kouluun tullessaan jo monipuolista osaamista matematiikassa ja äidinkielessä. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa esitetään toisen vuosiluokan jälkeiseen nivelkohtaan oppimisprosessin kannalta keskeisiä arvioinnin ja palautteen antamisen kohteita. Kahden ensimmäisen kouluvuoden aikana matematiikan oppiaineessa arvioidaan edistymistä lukujonotaidoissa, lukukäsitteen ja kymmenjärjestelmän ymmärtämisessä, laskutaidon sujuvuudessa, kappaleiden ja kuvioiden luokittelussa ja matemaattisessa ongelmanratkaisussa. Monella oppilaalla nämä taidot ovat vahvoja jo kouluun tullessa.

Koulutulokkaiden taitavin viidennes yltää koulun aloitusvaiheessa alussa sille tasolle, jolla taidoiltaan heikoin viidennes on kahden vuoden koulunkäynnin jälkeen. Edistyneimmät kolme prosenttia koulutulokkaista yltävät jo ensimmäisen luokan alussa sellaiseen osaamiseen, jolla keskitasoiset oppilaat aloittavat kolmannen luokan. Koko Suomen tasolla tämä tarkoittaa vuosittain yli tuhatta lasta. Erityisesti motivaation kannalta on tärkeää, että hekin pääsevät kehittämään ja laajentamaan osaamistaan ensimmäisinä kouluvuosina. Sopivia haasteita voivat tarjota esimerkiksi luonnollisten lukujen ominaisuuksien havainnoiminen, erilaisten lukujonojen muodostaminen ja tutkiminen, geometriset ongelmat, peruslaskutoimitusten soveltavat tehtävät ja luova ongelmanratkaisu.



Matematiikka on paljon muutakin kuin numeroita

Matematiikan osaaminen on kykyä muotoilla, tulkita ja käyttää matematiikkaa eri tilanteissa eli se sisältää paljon muutakin kuin kykyä ratkaista numeerisesti muotoiltuja laskutoimituksia. Matemaattinen ajattelu, käsitteiden ymmärtäminen ja oman ratkaisun selittäminen edellyttävät kykyä kuvata kielellisesti omaa ajatteluaan. Siksi ammattilaisten niin varhaiskasvatuksessa kuin kouluissa täytyy muistaa, että kielelliset ja matemaattiset taidot kehittyvät vastavuoroisesti.

Matematiikka on oppiaineena kumuloituva, joten perusasioiden hallinta on välttämätön edellytys uusien sisältöjen oppimiselle. Jokainen lapsi kehittyy omassa tahdissaan, joten yksilöllinen tuki ja huomio ovat avainasemassa. Varhaiskasvatuksessa ja koulussa henkilöstön tehtävänä on luoda innostava ja kannustava ympäristö, jossa oppijat voivat kehittää monipuolisesti taitojaan. Tiedollisten taitojen kehityksestä ei tarvitse valtaosan kohdalla olla huolissaan. Lasten yksilölliset tuen tarpeet tulee kuitenkin kyetä tunnistamaan, ja niihin tulee tarvittaessa vastata mahdollisimman varhain.

