



Avoimia tehtäviä yläkouluun



**LUMA-KESKUS SUOMI**  
**LUMA-CENTER FINLAND**  
**LUMA CENTRE FINLAND**



Tehtäväsarja on laadittu osana LUMATIKKA-täydennyskoulutusohjelmaa, jonka toteutuksesta vastaa LUMA-keskus Suomi -verkosto yhteistyökumppaneineen. Ohjelman rahoittaa Opetushallitus. Tehtävät koostanut Minna Hirvonen.

Voit ladata muokattavan version tehtäväsarjasta osoitteesta <http://bit.ly/avoimettehtavat>

# Neljä kertaa neljä

Tehtävänäsi on muodostaa kokonaisluvut 1–10 käyttäen hyväksesi neljää nelosta ja erilaisia laskutoimituksia.



# Neljä kertaa neljä – Opettajalle

- Voit jättää avoimeksi (ja oppilaiden itsensä keksittäväksi), mitkä kaikki laskutoimitukset ja merkinnät sallitaan: peruslaskutoimitukset, potenssit, neliöjuuri, sulut, kertoma...
- Tehtävä eriytyy sen mukaan, kuinka hyvin oppilas hallitsee erilaiset laskusäännöt.
- Nopeat voivat etsiä useita vaihtoehtoisia ratkaisutapoja tai edetä kymmentä suurempiin lukuihin.
- Vastaavaa voi kokeilla käyttäen kolmea kolmosta tai viittä vitosta.

# Hajuvesihuijaus

Eräs kosmetiikkayhtiö pyrkii lisäämään myyntiään hieman kyseenalaisin keinoin ja alkaa myydä hajuvettä pullossa, jonka todellinen vetoisuus on 30 ml, vaikka ulospäin pulloon näyttäisi mahtuvan jopa kaksinkertainen määrä tuotetta.

Suunnittele tarkoitukseen sopiva hajuvesipullo.



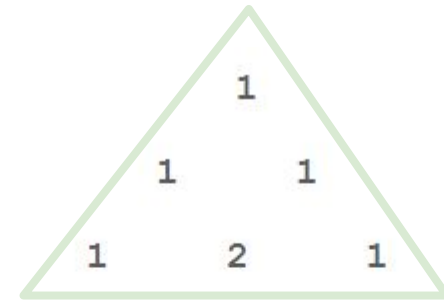
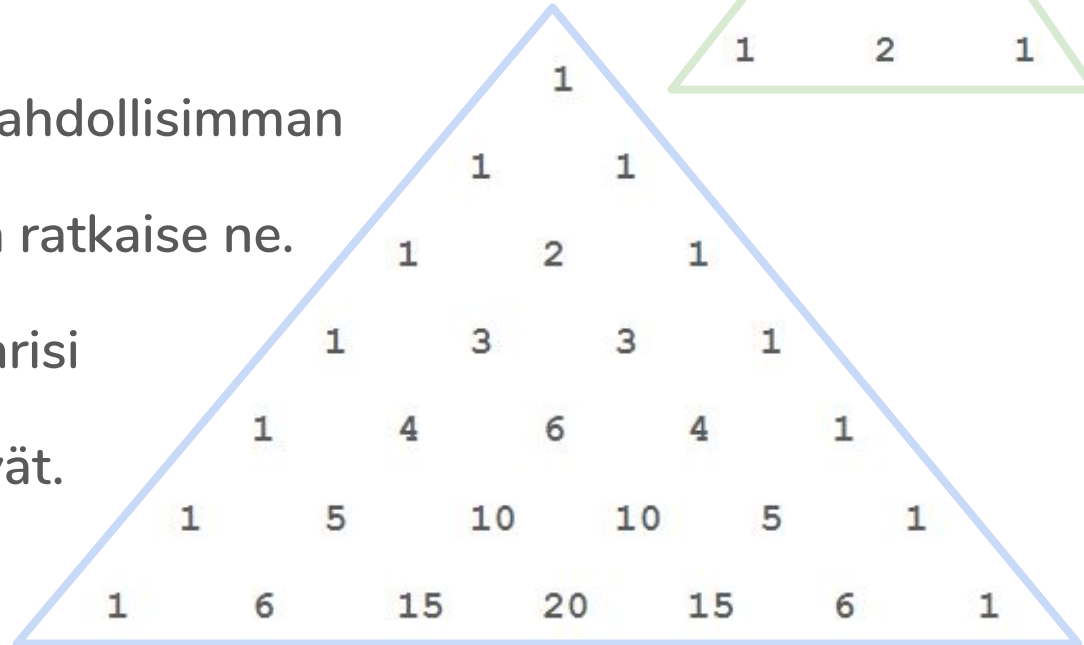
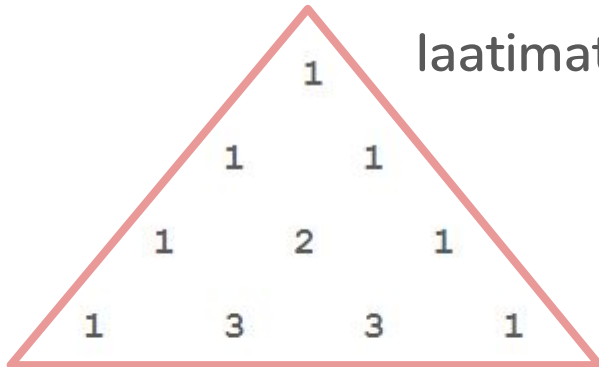
# Hajuvesihuijaus – Opettajalle

- Tehtävänannossa avoimeksi jää pullon muoto ja materiaalin paksuus.
- Toisaalta säiliön ei tarvitse olla samanmuotoinen kuin pullo on ulkoapäin!
- Halutessasi voit jättää avoimeksi myös pullon koon, jolloin tehtävänannossa voidaan puhua esimerkiksi “todellista vetoisuuttaan tilavamman näköisistä pulloista”.

# Kiehtovat kolmiot

Keksi oheisista kolmioista mahdollisimman  
monta erilaista tehtävää ja ratkaise ne.

Ratkaise myös parisi  
laatimat tehtävät.



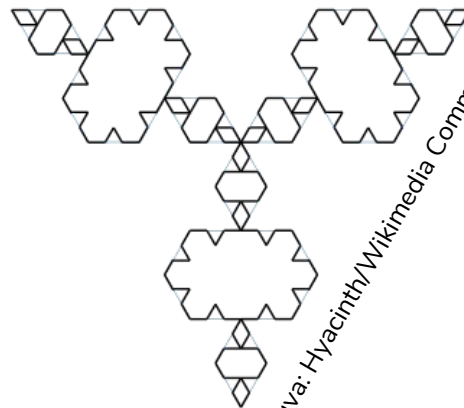
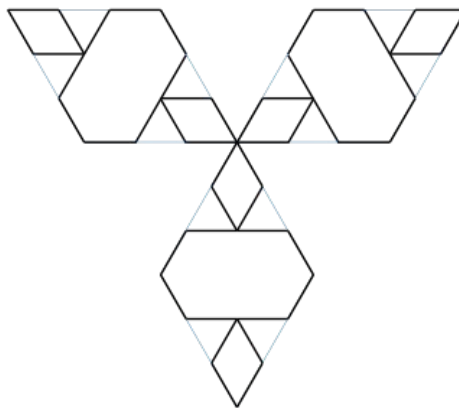
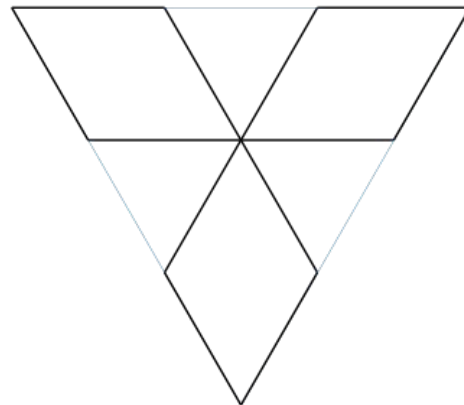
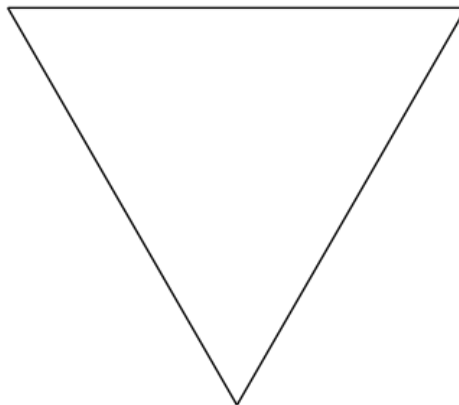
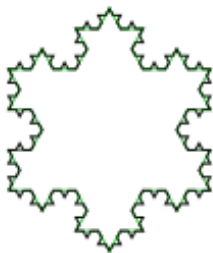
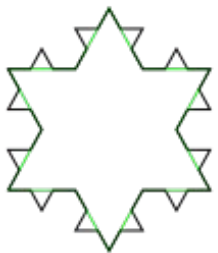
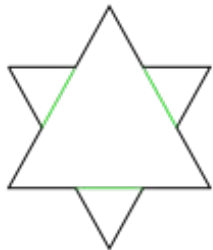
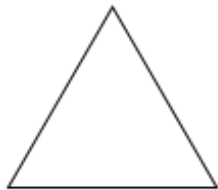
# Kiehtovat kolmiot – Opettajalle

- Esimerkkitehtäviä:
  - Keksi sääntö, jonka mukaan kolmio on muodostettu.
  - Piirrä kolmio, jossa on 10 riviä.
  - Kuinka monta lukua on kolmiossa, jossa on kahdeksan riviä?
  - Laske rivien summat. Mikä on 10. rivin summa?
  - Mitä säännönmukaisuuksia löydät kolmiosta?
  - Väritä kaikki parittomat luvut. Mitä huomaat? (Väritettävän kolmion kannattaa olla melko suuri.)



# Fraktaaleja

Tutki oheisia kuvioita.



Kuva: Hyacinth/Wikimedia Commons

# Fraktaaleja – Opettajalle

- Esimerkkitehtäviä:
  - Päätellään, miten fraktaalit muodostuvat ja piirretään muutamia iteraatioita.
  - Vertaillaan kuvioita keskenään. (Fraktaalit tunnetaan nimillä Kochin lumihiutale ja Kochin antilumihiutale.)
  - Lasketaan muutaman ensimmäisen iteraation pinta-aloja ja piirejä. Mitä niille näyttäisi tapahtuvan uusien iteraatioiden myötä?

# Kolikoita kerrakseen

Keksi kuvasta niin monta tehtävää kuin mahdollista.



# Opiskelijabudjetilla

Olet päättänyt hakea opiskelemaan toiselle paikkakunnalle peruskoulun jälkeen.

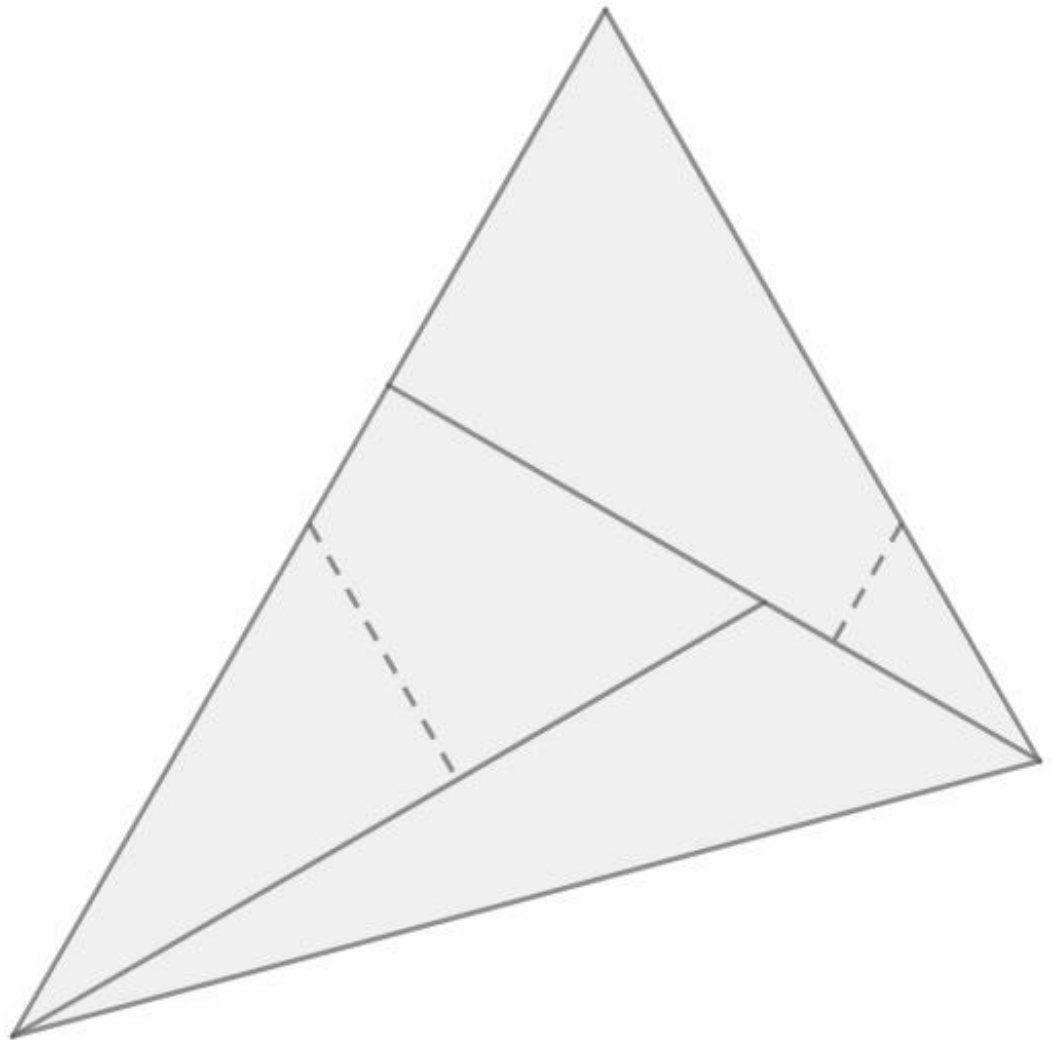
Mitä kaikkea sinun tulee ottaa huomioon?

Hanki tarvittavat tiedot ja suunnittele itsellesi

realistinen budjetti.

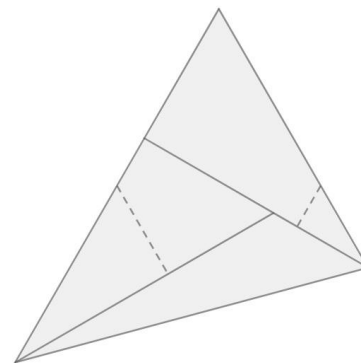
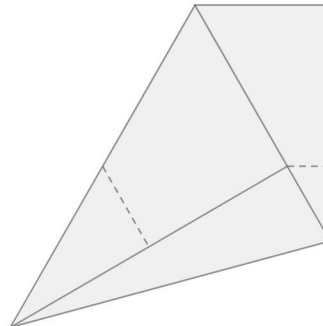
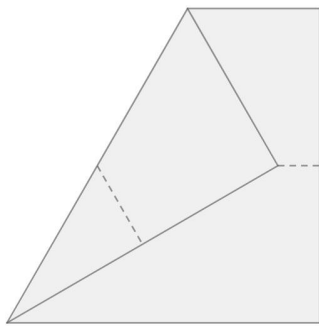
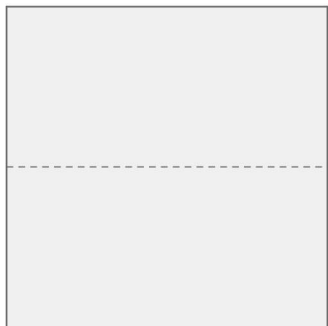


Origami-  
kolmio



# Origamikolmio

1. Taita neliönmuotoinen paperi puoliksi kannan suuntaisesti ja avaa taitos.
2. Taita vasen yläkulma paperin keskiviivalle kuvan mukaisesti.
3. Taita sitten oikea alakulma keskiviivalle.
4. Taita vielä oikea yläkulma edellisten taitosten päälle siten, että muodostuu kolmio.



Tutki näin muodostuvaa kolmiota.

# Opettajalle

- Mahdollisia tutkimustehtäviä:
  - Kulmien suuruuksien arvioiminen
  - Kulmien suuruuksien selvittäminen (mittaamalla tai päättelemällä)
  - Sivujen pituuksien selvittäminen (mittaamalla tai laskemalla)
  - Pinta-alan laskeminen
  - Piirin laskeminen
  - Mihin kolmiota voisi hyödyntää?
    - Taittelu tunnetaan englanniksi nimellä *paper protractor* eli paperinen astelevy.
- Seuraavalla dialla on esitetty ratkaisu kulmien suuruuksien selvittämiseen päättelemällä.

# Origamikolmio – Kulmien suuruus

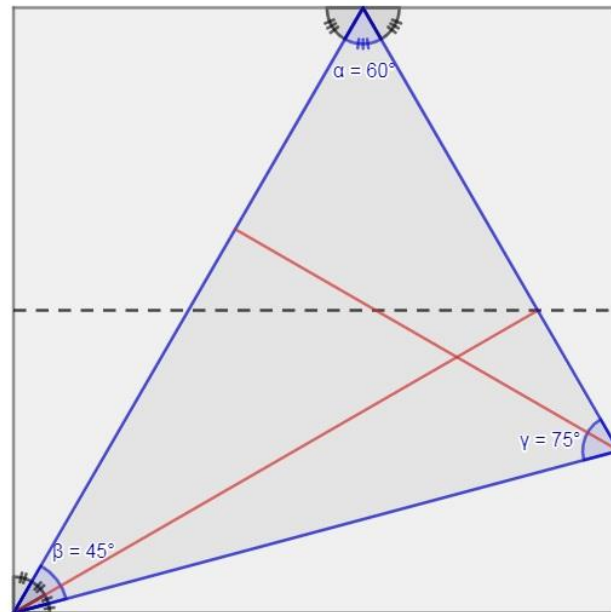
Oheiseen kuvaan on merkitty tehdyt taitokset. Ensimmäinen, paperin puolittava apulaitos on merkitty katkoviivalla. Myöhemmät taitokset on merkitty sinisellä, ja siniset janat muodostavat samalla kolmion sivut. Punaiset janat kuvaavat sitä, mihin alkuperäisen neliön sivut kuvautuvat tehtyjen taitosten jälkeen.

Tehtyjä taitoksia tutkimalla huomataan, että identtisiä kulmia  $\alpha$  muodostuu kolme kappaletta päällekkäin, ja yhdessä ne muodostavat oikokulman. Siten kulman  $\alpha$  suuruus on 60 astetta.

Myös kulman  $\beta$  suuruutta määritettäessä voidaan hyödyntää taitoksia. Huomataan, että vasempaan alanurkkaan syntyy neljä kulmaa, jotka yhdessä muodostavat suoran kulman. Koska kulmat muodostetaan taittelemalla (taitokset voi ajatella suorakulmaisten kolmioiden peilaamisena: peilaussuorina käytetään lopputuloksena muodostuvan kolmion sivuja!), syntyy itse asiassa kahdenlaisia kulmia, kaksi kappaletta kumpaakin. Kulma  $\beta$  muodostuu kahdesta erilaisesta kulmasta ja sen suuruus on siten puolet suorasta kulmasta, siis 45°.

Kulman  $\gamma$  suuruus saadaan vähentämällä 180 asteesta kolmion muiden kulmien suuruudet.

$$\text{Siten } \gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$$





# Lähteet

**Kannen kuva:** Gerd Altmann/Pixabay

## **Neljä kertaa neljä**

Tehtävä vapaasti suomennettu [Wikipedia-artikkelin](#) pohjalta.

## **Hajuvesihuijaus**

Tehtävä muokattu NZ Maths -sivuston tarjoaman [materiaalin](#) pohjalta.