

Ideoita kokemuksillisiin oppitunteihin

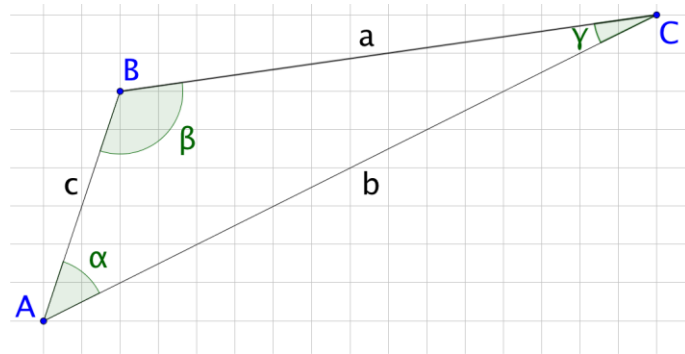
Teksti: Melike Öz, Helsingin yliopisto

Kokemuksellisen oppimisen teoriassa tulee esille, kuinka tärkeässä roolissa kokemukset ovat. Oppija tarvitsee oppiakseen uusia ja erilaisia kokemuksia. Miten matematiikan opetukseen voisimme tuoda kokemuksellisuutta? Osa oppilaista pitävät matematiikan tunteja tylsinä. Selvästi oppilaat tarvitsevat uusia kokemuksia, jotka syntyvät toiminnallisuuden kautta. Tässä tekstissä tarkoituksena on antaa muutama näkökulma, miten saada tuota toiminnallisuutta matematiikan opetukseen. Tässä tekstissä toiminnallisuudella viitataan kaikenlaiseen tekemiseen, kuten tutkimiseen, pelaamiseen, liikkumiseen, askartelemiseen ja teknologian käyttöön. Opetus konkretisoituu tekemisen avulla. Opetussuunnitelman perusteiden mukaan konkretia ja toiminnallisuus ovat keskeinen osa matematiikan opetusta ja opiskelua. Ne eivät ole siis pieni lisä, vaan opetus muodostuu toiminnallisuuden ympärille. Lisäksi toiminnallisuuden ei tarvitse rajoittua oppituntiin ja luokahuoneeseen, vaan se voi olla yhtä hyvin kouluajan ja -tilan ulkopuolella.

Matematiikkaa ulkona

Koulun lähimetsä on mainio paikka matematiikan opetusta varten. Siellä voi konkretisoida mittaaamista ja symmetriaa, tehdä tilastoja havaintojen pohjalta ja oppia mittakaavan käsite suunnistuksen yhteydessä. **Atte Jäsberg** on kirjoittanut diplomityön aiheenaan matematiikan ulkona opettaminen. Hän on suunnitellut kolme oppimiskokonaisuutta, joita voi toteuttaa ulkona. Matikkavaellus on yksi niistä (alkaa sivulta 141). Siinä päätoimintana on suunnistus, johon tarvitsee yllättävän paljon matematiikkaa. Suunnistaessa pitää osata arvioida kuljettu matka ja reitin kulkemiseen kuluva aika. Suunnistuksessa tarvitaan myös laskutaitoa: lasketaan reitin pituus kartan mittakaavan avulla, lasketaan oman askelparin pituus, selvitetään maaston kaltevuusprosentti ja ratkaistaan paikan korkeus merenpinnasta. Lisäksi oppilaan hahmotuskyky kehittyy, kun hänen pitää hahmottaa kaksiulotteinen kartta kolmiulotteisena.

Suunnistukseen voidaan liittää myös kolmion opetus. Kolmion yhdenmuotoisuutta käyttäen voidaan arvioida kaukaisen kohteen etäisyys ilman karttaa, jos kohteen korkeus tiedetään. Jos kohteen mittoja ei tiedetä, voidaan käyttää kolmiomittausta, jossa hyödynnetään kahden eri tarkastelukohdan välistä etäisyyttä, kolmion kulmien suuruutta ja sinilauseetta. Kolmiomittausta on käytetty maanmittausmenetelmänä, tästä toteutettuna esimerkkinä Suomen peruskartat. Sitä käytetään myös matkapuhelimen paikantamisessa, tukiasemapaikannuksessa, jossa mitataan kolmen tukiaseman avulla signaaliviiveitä.



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Kuva 1: Kolmiomittausta havainnollistava piirros

Toinen ulkona toteutettava toiminnallinen oppimiskokonaisuus on Luonnon arkkitehti (alkaa sivulta 182), jossa tutustutaan luonnossa esiintyvään ilmiöön, kerätään siitä tietoa ja mallinnetaan sitä matemaattisesti. Tässä tehtävässä oppilaat pääsevät ulos havainnoimaan ja mittaamaan kaatuneen puun tyveä ja oksia. He mittaavat muun muassa puun ja sen haarautumien pituutta, halkaisijaa tyvestä ja haarautumiskorkeuksien suhteita. Tarkoituksena on kerätä puusta mahdollisimman paljon tietoa. Tämän jälkeen toiminnallisuus siirtyy metsästä omaan luokkatilaan, jossa saatuja mittoja tutkitaan, ja etsitään niiden välisiä riippuvuuksia eli korrelaatiota piirtämällä ja laskemalla. Piirtämiseen ja laskemiseen kannattaa käyttää taulukkolaskentaohjelmaa, jolloin oppilaiden tieto- ja viestintäteknologian käyttötaidot kehittyvät.



Kuva 2: Kävyen peitinsuomujen spiraalirakenteessa esiintyy Fibonaccin lukuja.

Onko tosiaan saatujen mittojen välillä jotakin riippuvuutta? Jo 500 vuotta sitten Leonardo da Vinci huomasi, että puun runko oksineen vastaa yhteispoikkipinta-alaltaan joka korkeudella puun tyven poikkipinta-alaa. Fibonaccin lukujono, joka tulee monta kertaa luonnossa vastaan, näkyy tässäkin, sillä osassa puulajeissa oksien haaroittuminen noudattaa melko tarkasti Fibonaccin lukujonoa. Tämän oppimiskokonaisuuden avulla oppilaat näkevät, että matematiikka esiintyy luonnossa, ja oppivat tekemään matemaattista mallintamista. Mallintamisesta kerromme lisää MOOC-kurssin kuudennessa luvussa.

Musiikin matematiikkaa

Matematiikan kauneus ei ole ainoastaan silmin nähtävä, vaan voimme myös kuulla sitä. Sen kauneus kantautuu korviimme musiikin avulla. Matematiikka on vahvasti läsnä myös musiikissa, vaikka emme heti tule ajatelleeksi sitä. Musiikki oli antiikin aikana lukuteorian, geometrian ja astrologian lisäksi yksi matematiikan neljästä osa-alueesta. Jos musiikki oli antiikin aikana osa matematiikkaa, niin nykypäivänä se voi olla osana matematiikan opetusta. Musiikissa löytyy valtava

määrä matemaattista sisältöä: murtoluvut, suhdeluvut, logaritmit ja lukujen monikerrat. Sen vuoksi käsittelemme seuraavaksi, miten matematiikka ja musiikki liittyvät toisiinsa, ja kuinka niiden avulla saadaan toiminnallinen matematiikan opetus.



Kuva 3: Pythagoras tutkimassa erikokoisten kellojen tuottamaa ääntä.

Antiikin ajan filosofi Pythagoras on tehnyt muutakin kuin tutkinut suorakulmaisia kolmioita. Hän loi perusteet muun muassa musiikinteorialle. Pythagoras havaitsi, että sävelkorkeus on suhteessa soittimen kielen pituuteen: soittimen kielen pituus on kääntäen verrannollinen kielestä lähtevän äänen korkeuteen. Kahden sävelen välistä korkeuseroa kutsutaan intervalliksi. Pythagoras löysi kokonaislukusuhteiden ja musiikin intervallien välisen yhtenevyyden.

Tutkitaan tilannetta jakamalla kieli kahteentoista yhtä suureen askelväliin. Kielen perusääni syntyy, kun kieli näpätään värähtelemään koko

pituudeltaan. Oktaavia korkeampi ääni saadaan, kun kieli painetaan pohjaan koko kielen puolesta välistä. Tällöin oktaavi voidaan samaista lukusuhteeksi $12 : 6$ eli $2 : 1$. Samalla tavalla muut intervallit, kuten kvartti $4 : 3$, kvintti $3 : 2$ ja duodesiimi $3 : 1$, voidaan merkitä lukusuhteiden avulla. Matematiikan tunnilla murtolukujen opetuksessa voidaan hyödyntää soittimia ja intervaleja, jotka konkretisoivat murtoluvun käsitettä ja innostavat harjoittelemaan murtolukujen laskutoimituksia.

Musiikkia voidaan hyödyntää jopa lukiossa logaritmin opetuksen yhteydessä, sillä sävelasteikko on logaritminen. Sävelasteikko koostuu kahdentoista sävelen sykleistä. Sama sävel toistuu asteikossa, kun sitä vastaava taajuus kaksinkertaistuu. Jos haluamme selvittää kahden taajuuden välisen eron oktaaveissa, se saadaan suhteena $\log_2 \frac{f_2}{f_1}$.

Meri Kiema on opinnäytetyössään suunnitellut matematiikkaa ja musiikkia ehdyttävän oppitunnin. Tunnin alussa kerrotaan ensin lyhyt tarina Pythagorasta, joka sepänpajan läpi kulkiessaan kiinnitti huomiota vasaroiden tuottamaan ääneen alasimeen osuessa, ja näin lähti tutkimaan, mitkä asiat vaikuttivat sävelkorkeuteen. Tarinan jälkeen oppilaat pääsevät tekemään musiikkia ilman ja veden avulla käyttäen koeputkia apuna. Koeputket täytetään eri määrä vedellä, minkä jälkeen koeputkiin puhalletaan kuten huiluun ja kuunnellaan syntyviä ääniä. Oppitunnin tarkempi suunnitelma löytyy opinnäytetyön sivulta 20.



Kuva 4: Nuottien avulla voidaan harjoitella murtolukuja ja päinvastoin.

Musiikin avulla saadaan matematiikan tunnille tuotua jokin konteksti, jonka avulla oppilaat saadaan paremmin sitoutumaan matematiikan tunnille. Musiikki antaa merkityksen opitulle matematiikalle ja antaa oppilaille mahdollisuuden soveltaa sitä, jolloin oppilaiden käsitteellinen ymmärrys kasvaa.

Yhdysvalloissa on tehty tutkimusta, jossa vertailtiin kahta kolmosien luokkaa. Vertailuryhmälle annettiin perinteistä opettajakeskeistä opetusta, jossa oppivälineenä käytettiin oppikirjaa, kun taas musiikkiryhmälle annettiin matematiikan opetusta musiikin avulla. Musiikkiryhmä käytti opetusvälineinä instrumentteja, kuten käsikelloa, pianoa ja rumpua. Musiikkia soittamalla ja säveltämällä oppilaat oppivat kertotaulua ja murtolukuja, harjoittelivat ajan mittaamista ja lukusuoran käyttöä. Nämä oppilaat saivat rakentaa oman soittimensa, minkä yhteydessä he tutustuivat pinta-alan ja piirin käsitteeseen. Tutkimuksessa huomattiin, että oppilaiden, jotka olivat mukana eheytyksessä opetuksessa, menetelmälliset taidot kehittyivät, ja heidän itseluottamuksensa, motivaationsa ja asenteensa matematiikkaa kohtaan kohenivat. Opetusjakso kesti yhdeksän viikkoa, johon kuului yhteensä 14 eheytettyä opetusta. Tämän MOOC-kurssin neljännellä luvulla käsitellään lisää matematiikan eheyttämisestä muiden oppiaineiden kanssa.

Music is the pleasure that the human mind experiences from counting without being aware that it is counting.

Gottfried Leibniz

Fisken (1999) ja Ericksonin (2001) mukaan opetus taiteen kautta edistää oppilaiden välistä kommunikaatiota, antaa mahdollisuuden eriyttää opetusta ylöspäin, haastaa oppilaiden korkeamman asteen ajattelutaitoja ja auttaa oppilaita tiedon yhdistämisessä. Samalla opetusympäristö muuttuu, opettajat pystyvät tavoittamaan oppilaita, joihin ei ole muuten helppoa saada yhteyttä ja koulussa opittu linkittyy oikeaan elämään. (An, Capraro & Tillman 2013). Lumatikan valinnaiset kurssit *Matematiikka ja taide* sekä *Matematiikkaa kehollisesti ja liikkuen* tarjoavat lisää opetusvinkkejä, joiden avulla pystytään yhdistämään taidetta matematiikan opetukseen muun muassa kuvataiteen ja tanssin keinoin.

Toiminnalliset kotitehtävät

Oppilaat voivat tehdä toiminnallisia tehtäviä oppitunnin lisäksi myös kotona. Kotitehtävät voivat olla sellaisia, joissa he harjoittelevat ja käyttävät juuri oppivaansa taitoa omassa elämässään. Esimerkiksi, jos oppitunnilla on käsitelty suorakulmioiden piirien ja pinta-alojen laskemista, niin kotitehtävänä voi olla kodin pöytien piirin ja pinta-alan laskeminen. Koulussa oppilaat voivat vertailla ja tarkistaa toistensa tehtäviä arvioimalla kaverinsa ratkaisussaan käyttämien arvojen oikeellisuutta ja varmistamalla käytettyä laskukaavaa. Tarkastajalla ei ole heti tiedossa tehtävän oikea vastaus, vaan se pitää selvittää itse.



Kuva 5: Puhelimen GPS-paikannusta voidaan hyödyntää toiminnallisessa matematiikan opetuksessa.

Toiminnallinen tehtävä voi olla myös osana nuoren kauppareissua, jossa hänen täytyy valita neljä juotavaa, joiden sokeripitoisuuksia ja tilavuuksia hän kirjoittaa ylös. Tehtävänä on määrittää näiden juomien sokeripitoisuus. Tehtävän yhteydessä oppilaat ymmärtävät, miten paljon sokeria mehut ja energiajuomat sisältävät. Vaihtoehtoisesti tehtävän voi tehdä kotona etsimällä tuotteiden tietoja netistä. Tehtävän avulla oppilaat pääsevät harjoittelemaan prosenttilaskuja ja saavat valmiuksia esimerkiksi kemian tehtäviin, joissa selvitetään massa- ja tilavuusprosentteja.

Oppilaan kotimatkaa voidaan hyödyntää matematiikan tehtävässä. Oppilas älypuhelimensa karttasovelluksen avulla selvittää, kuinka paljon aikaa kuluu koulusta kotiin. Hän merkitsee säännöllisin väliajoin, kuinka monta metriä on kulkenut. Saamistaan tuloksista oppilas piirtää kuvaajan, jossa aika (t) on x-akselilla ja matka (s) y-akselilla. Kuvaaja voidaan piirtää GeoGebralla tai käsin. Kuvaajasta oppilaat voivat laskea oman kävelynopeutensa. (Tehtäväidea on peräisin Aittokallion kirjasta Patikkaretkiä matematiikan maisemaan, s. 95)

Lähteet:

- Aittokallio, T. (2009). *Patikkaretkiä matematiikan maisemaan*. Naantali: Matikkaretket.
- An, S., Boren, R., Tillman, D & Wang, J. (2014). Fostering Elementary Students' Mathematics Disposition through Music-Mathematics Integrated Lessons. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, (15)3.
- An, S., Capraro, M. & Tillman, D. (2013). Elementary Teachers Integrate Music Activities into Regular Mathematics Lessons: Effects on Students' Mathematical Abilities. *Journal for Learning through the Arts*, 9(1).
- Fred, H. Konsonanssi ja dissonanssi musiikissa. *Solmu*, 3/2015. Viitattu 31.12.2018. <https://matematiikkalehtisolmu.fi/2015/3/musiikki.pdf>
- Jäsberg, A. (2015). *Yläasteen oppimiskokonaisuus matematiikan ulkona opettamiseen*. Diplomityö. Tampereen teknillinen yliopisto. <https://dspace.cc.tut.fi/dpub/bitstream/handle/123456789/23878/jasberg.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Kiema, M. (2016). *Matematiikka musiikin oppimisen ja ymmärtämisen välineenä*. Opinnäytetyö. Metropolia ammattikorkeakoulu. https://www.theseus.fi/bitstream/handle/10024/109743/Kiema_Kiema.pdf?sequence=1
- Koivunen, V. (2015). *Logaritmin opetus ja sen kehittäminen*. Pro gradu –tutkielma. Matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta. Helsingin yliopisto. <https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/155040/gradu.pdf?sequence=2>
- Wikipedia. Kolmiomittaus. Viitattu 26.12.2018. <https://fi.wikipedia.org/wiki/Kolmiomittaus>

Kuvalähteet:

- Kuva 1: Jäsberg, A. (2015). *Yläasteen oppimiskokonaisuus matematiikan ulkona opettamiseen*. Diplomityö. Tampereen teknillinen yliopisto. s.174.
- Kuva 2: Grizdave. Math Pine Cone. 5.7.2008. CC BY-NC-SA 2.0. Tulostettu 26.12.2018. <https://www.flickr.com/photos/grizdave/2736846377>
- Kuva 3: tulostettu 29.12.2018 https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pythagoras_with_bells.png
- Kuva 4: tulostettu 29.12.2018 <https://pixabay.com/en/piano-music-score-music-sheet-1655558/> ja https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Music_notes.svg
- Kuva 5: tulostettu 30.12.2018 <https://pixabay.com/en/navigation-gps-location-google-2049643/>