



KOLLABORATIVT LÄRANDE I MATEMATIK: UPPGIFTSTYPER

Text: Dimitri Tuomela, Uleåborgs universitet

Uppgiftstyperna baserar sig på forskningen som den engelska didaktikprofessorn Malcolm Swan utfört tillsammans med sina kollegor vid Shell Centre. Swan har forskat i och utbildat lärare om kollaborativt och undersökande lärande i matematik sedan 1979. Målet med uppgiftstyperna är att få eleverna att vara aktivt delaktiga, intressera sig för matematik och våga ta sig an lite mer utmanande uppgifter. Man kan läsa mer om temat i Swans bok *Improving learning in mathematics – challenges and strategies* eller i artikeln *Collaborative learning in mathematics*.

Kopieringsunderlaget innehåller exempel på följande uppgiftstyper:

1. kategorisering
2. påståenden
3. olika representationer
4. skapande och variering
5. analys av färdiga lösningar eller resonemang

Det här materialet har producerats inom LUMATIKKA-
fortbildningsprogrammet. Programmet har genomförts av LUMA-center
Finland-nätverket tillsammans med samarbetspartner. Programmet finansieras
av Utbildningsstyrelsen.

Blev du intresserad? Delta gärna i avgiftsfria
nätkurser inom programmet!



KATEGORISERING

Kategorisering är en metod som på flera olika sätt kan berika matematikundervisningen. Objekten som ska kategoriseras kan ges färdigt eller eleverna kan hitta på egna själva. De kan vara många eller få. Kategoriseringen hjälper eleverna att se skillnader och likheter och att ge motiveringar. Samtidigt utvecklar de en djupare förståelse av objekten de kategoriserar. Eleverna får med fördel påminnas om att det lönar sig att vara kreativ: Kan du komma på ett nytt objekt som passar in på alla kategoriseringskriterierna eller som inte passar in på något av dem? Kan du hitta på en ny kategori? Är vissa kategorier underkategorier till andra?

KATEGORISERINGSUPPGIFTER FÖR ÅRSKURSERNA 1–6

ÅK. 1–2: Eleverna får kategorisera små föremål, t.ex. små leksaker. En av eleverna väljer ut en egenskap (färg, användningsändamål, material, kön, djur, icke-levande osv.), som passar in på exempelvis två föremål, och visar upp föremålen för de andra eleverna utan att avslöja vilken egenskap de har gemensamt. De andra eleverna föreslår andra föremål, som den första eleven antingen godkänner eller avvisar. Så här fortsätter man, tills de andra kommer underfund med vilken egenskap det är fråga om.

ÅK. 3–6: Eleverna får i uppgift att skriva eller rita ett matematiskt objekt (tal, uttryck, ekvation, geometrisk form, tredimensionell kropp, geometriskt objekt) i sina häften, som anknyter till temat som senast behandlats. Därefter får alla tillsammans gå och skriva eller rita sitt objekt på tavlan, för att de sedan ska kunna kategoriseras. Uppgiften kan ge upphov till intressanta missförstånd som alla kan lära sig av. En del elever kan också avsiktligt få hitta på felaktiga objekt för att se om någon upptäcker dem. Eleverna ska också hitta på andra kategoriseringskriterier. En andra omgång kan gå ut på att hitta på ett objekt som skiljer sig från dem på tavlan.

ÅK. 4–6: Eleverna får kategorisera fyrhörningar i smågrupper: Månghörningarna på kopieringsunderlag 1 klipps ut och eleverna i varje grupp får diskutera sig fram till hur de kan kategoriseras. Elevgrupperna får namnge kategorierna de skapat som de vill. Därefter presenterar varje grupp sina kategorier för de andra grupperna, så att kategorierna kan jämföras. Det är inte meningen att komma fram till en officiell kategorisering av formerna utan att väcka diskussion och göra eleverna medvetna om likheter och skillnader och principer för kategorisering. **KOPIERINGSUNDERLAG 1**

PÅSTÅENDEN

Är påståendena sanna eller falska, eller beror det på situationen? Motivera ditt svar!

Du kan också undersöka specialfall, som talar för, eller försöka formulera generaliseringar kring det matematiska tema som påståendet anknyter till.

PÅSTÅENDEN FÖR ÅRSKURSERNA 1–6

ÅK. 1–2: KOPIERINGSUNDERLAG 2

ÅK. 3–4: KOPIERINGSUNDERLAG 3

ÅK. 5–6: KOPIERINGSUNDERLAG 4

OLIKA REPRESENTATIONER

Undersök olika representationer för samma matematiska objekt. Vilka representationer lämpar sig bäst för vilka ändamål?

OLIKA REPRESENTATIONER FÖR ÅRSKURSERNA 1–6

ÅK. 4–6: KOPIERINGSUNDERLAG 5

ÅK. 5–6: KOPIERINGSUNDERLAG 6

SKAPANDE OCH VARIERING

Prova att skapa en ny variant av en uppgift eller en ny uppgift som andra ska lösa.

Hur kunde den här uppgiftstypen användas för att behandla temat som du härnäst ska undervisa om?

METODEN BESTÅR AV FÖLJANDE MOMENT:

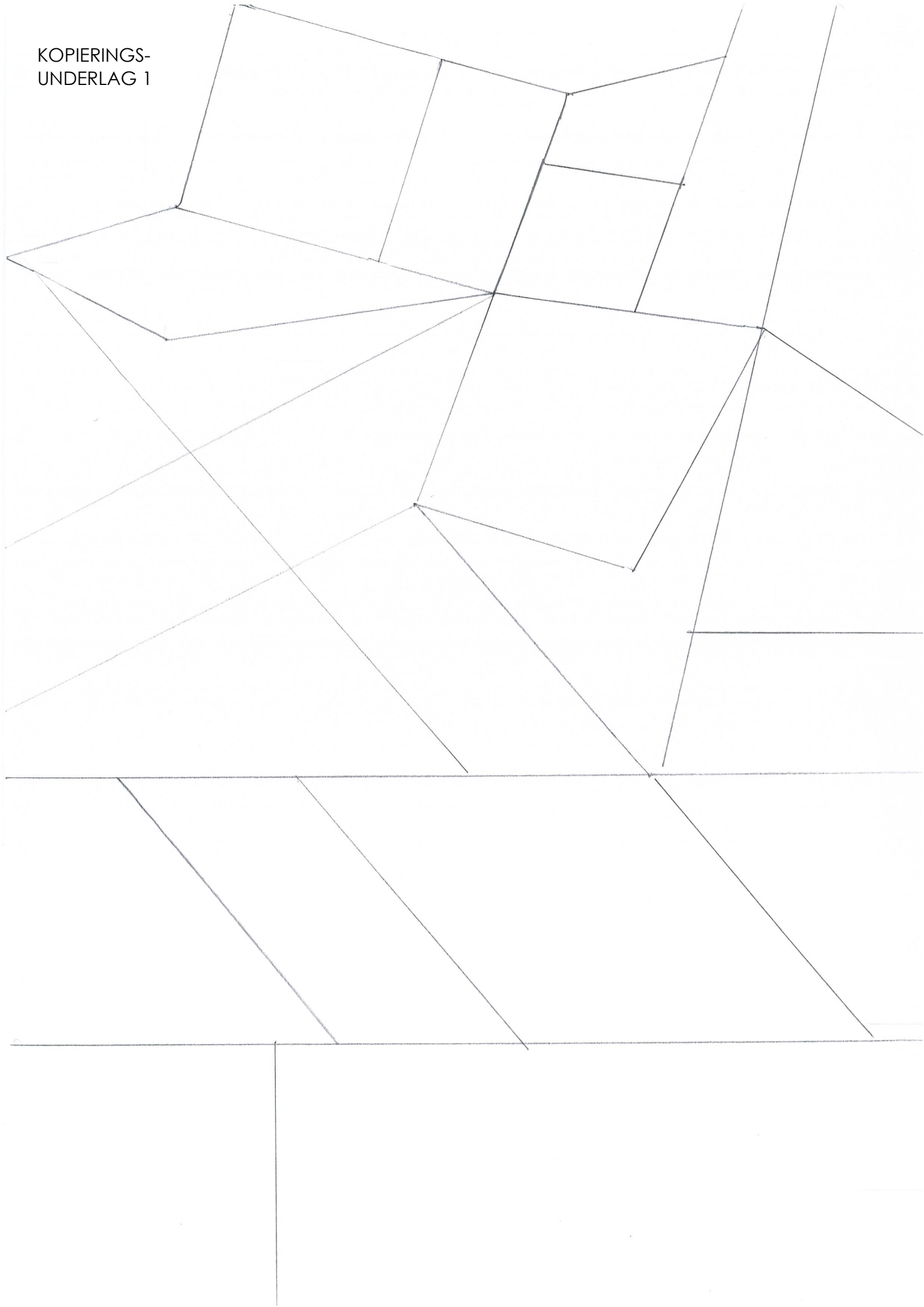
- 1) Uppgifterna skapas.
- 2) Eleverna visar uppgifterna för varandra (t.ex. på tavlan, gruppnamn ska vara med!)
- 3) Uppgifterna på tavlan jämförs med varandra och analyseras.
- 4) Eleverna löser varandras uppgifter och hjälper andra med sin egen uppgift.

ANALYS AV FÄRDIGA LÖSNINGAR OCH RESONEMANG

Jämför olika sätt att lösa en uppgift, sätt olika faser i ett resonemang i rätt ordning eller undersök orsaker till olika typer av fel.

ANALYSUPPGIFTER FÖR ÅK. 1–6 FINNS I KOPIERINGSUNDERLAGEN 7 OCH 8

KOPIERINGS-
UNDERLAG 1



KOPIERINGSUNDERLAG 2

Hundra är ett stort tal.

Det minsta möjliga talet är 1.

Fem möss är mindre än fem tigrar.

Siffran 5 betyder olika saker i talen 25 och 52.

Resultatet av addition kan kontrolleras med subtraktion.

Med subtraktion kan man ta reda på skillnaden mellan två tal.

Vartannat tal är jämnt.

KOPIERINGSUNDERLAG 3 (1/3)

Fyra gånger fem är detsamma som fem gånger fyra.

Man får hälften av ett tal genom att dividera det med två.

Fyra bullar kan delas jämnt mellan åtta barn.

Ett tal blir alltid större om det multipliceras med två.

Det finns tal som är större än 0 och mindre än 1.

Ett tal som består av två siffror är alltid större än 10.

Av två tal ska det mindre alltid subtraheras från det större.

När två på varandra följande tal adderas är resultatet udda.

Ett bråktal blir mindre när nämnaren blir större.

KOPIERINGSUNDERLAG 3 (2/3)

När ett bråktal förlängs divideras täljaren och nämnaren med samma tal.

Bråktalen $\frac{3}{8}$ och $\frac{12}{24}$ är lika stora.

Alla bråktal kan förlängas.

När ett bråktal förlängs med två blir det dubbelt så stort.

När liknämninga bråktal adderas läggs täljarna ihop.

Oliknämninga bråktal har olika nämnare.

Bråktalet $\frac{6}{12}$ kan förkortas både med talet 2 och med talet 3.

Förlängning betyder att täljaren och nämnaren multipliceras med samma tal.

När ett bråktal förlängs ändras dess storlek.

KOPIERINGSUNDERLAG 3 (3/3)

Täljaren i ett bråktalet visar hur många lika stora delar en hel har delats i.

Ett decimaltal innehåller alltid ett eller flera heltal.

Ett ental är 10 tiondelar.

Ett decimaltal kan inte innehålla fler än 100 hela.

Decimalkommat ska alltid placeras mellan heltal och tiondelar.

Decimaltalet 2,4 är lika stort som decimaltalet 2,04.

När ett bråktalet förkortas med två blir det hälften mindre.

Decimaltalet 3,400 är större än decimaltalet 3,4.

Bråktalet $\frac{1}{10}$ och decimaltalet 0,1 är lika stora.

KOPIERINGSUNDERLAG 4 (1/3)

Varje elev i klassen kan tilldelas var sitt påstående. Alla ska fundera på om det påstående de har fått är sant. Till slut ska man diskutera igenom alla påståendena med hela gruppen, så att alla är överens om huruvida påståendena är alltid, ibland eller aldrig sanna. Hitta på motiveringar till och exempel på sanningsvärdet.

Olivia köpte $\frac{3}{4}$ kilogram lösgodis. Vad betyder talet $\frac{3}{4}$?

- A. 3,4 kilogram godis.
- B. Tre av fyra lika stora delar av ett kilogram.
- C. Tre lika stora delar av fyra delar av ett kilogram.
- D. Olivia köpte 750 gram godis.

20 % av våra elever cyklar till skolan. Vad menas med 20 % här?

- A. Det finns hundra elever, och 20 av dem cyklar till skolan.
- B. Du får veta antalet elever som cyklar till skolan genom att multiplicera antalet elever i skolan med talet $\frac{20}{100}$.
- C. Per varje grupp på 100 elever cyklar tjugo stycken till skolan.
- D. I medeltal cyklar var femte elev till skolan.

KOPIERINGSUNDERLAG 4 (2/3)

Är det korrekt att skriva $1,500 = 1,50 = 1,5$?

- A. Ja, eftersom nollorna i slutet av talet inte har någon betydelse.
- B. Ja, eftersom $\frac{5}{10}$, $\frac{50}{100}$ och $\frac{500}{1000}$ betyder alla en halv.
- C. Ja, eftersom decimalkommat behålls mellan 1 och 5.
- D. Nej, eftersom $5 \neq 50 \neq 500$.

Talet $\frac{4}{5}$ är större än talet $\frac{2}{3}$, eftersom ...

- A. fyra och fem är större tal än 2 och 3.
- B. kvoten mellan 4 och 5 är större än kvoten mellan 2 och 3.
- C. talet $\frac{4}{5}$ innehåller 4 delar och talet $\frac{2}{3}$ bara 2 delar.
- D. en femtedel är mindre än en tredjedel.

Dimmy har 50 % mer fickpengar än Viktor. Det betyder att ...

- A. Dimmy har 50 € fickpengar.
- B. Viktor har hälften så mycket pengar som Dimmy.
- C. Dimmy har en och en halv gånger den summa som Viktor har.
- D. Dimmy har dubbelt så mycket pengar som Viktor.
- E. Viktor har $\frac{3}{4}$ av den summa pengar som Dimmy har.

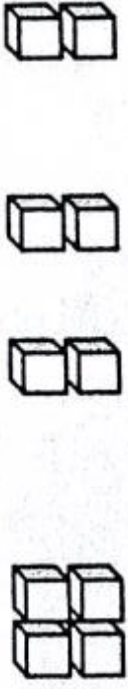
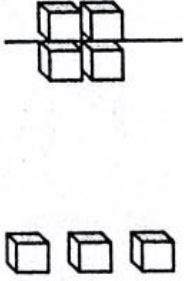
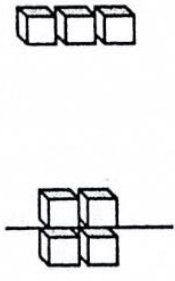
KOPIERINGSUNDERLAG 4 (3/3)

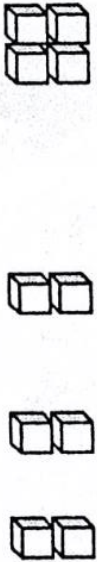
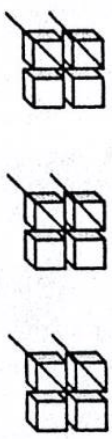
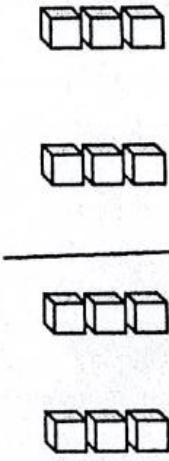

Isla har hälften fler böcker än Jekaterina. Det betyder att ...

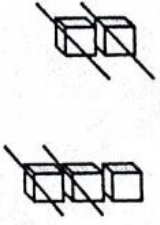
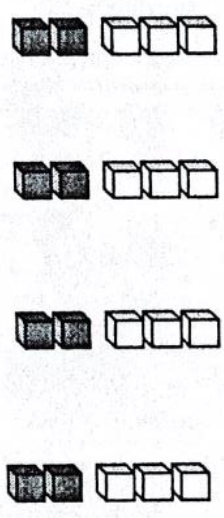

- A. Jekaterina har hälften av det antal böcker som Isla har.
- B. Isla har en och halv gånger så många böcker som Jekaterina.
- C. Antalet böcker som Jekaterina har är $\frac{2}{3}$ av antalet böcker Isla har.
- D. Isla har dubbelt så många böcker som Jekaterina.

KOPIERINGSUNDERLAG 5 (1/3)

Para ihop bild, verbal representation och räkneuppgift.

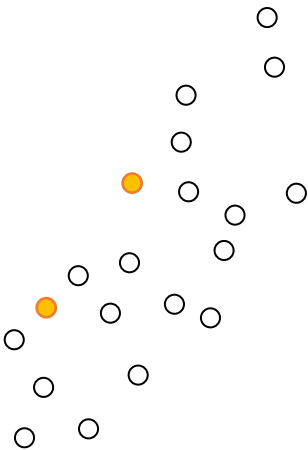
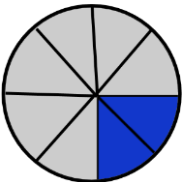
<p>Addera talet fyra och produkten av tre och två.</p>		$4 + 3 \cdot 2 =$
<p>Addera talet tre och kvoten av talen tre och två.</p>		$3 + 4 : 2 =$
<p>Addera kvoten av talen 4 och 2 och talet tre.</p>		$4 : 2 + 3 =$

<p>Addera produkten av tre och två och talet fyra.</p>		$3 \cdot 2 + 4 =$
<p>Multiplitera differensen mellan talen 4 och 2 med talet 3.</p>		$(4 - 2) \cdot 3 =$
<p>Dividera produkten av talen 4 och 3 med talet 2.</p>		$4 \cdot 3 : 2 =$
<p>Subtrahera talet 4 från produkten av talen tre och två.</p>		$3 \cdot 2 - 4 =$

<p>Subtrahera talet 4 från summan av talen 3 och 2.</p>		$3 + 2 - 4 =$
<p>Multiplitera summan av talen tre och två med talet fyra.</p>		$(3 + 2) \cdot 4 =$
<p>Multiplitera summan av talen 4 och 3 med talet 2.</p>		$(4 + 3) \cdot 2 =$

KOPIERINGSUNDERLAG 6 (1/2)

FYLL I RUTONA I TABELLEN MED SÅ MÅNGA OLIKA EXEMPEL PÅ SAMMA BEGREPP SOM MÖJLIGT. FÖRSÖK HITTA PÅ FLERA OLIKA ALTERNATIV I VARJE RUTA!

BILD	SYMBOLER	VERBAL BESKRIVNING
	10% 0,10 1/10 ...	En av tio elever i vår skola äger en moped.
		

KOPIERINGSUNDERLAG 6 (2/2)

KOPIERINGSUNDERLAG 7 (1/3)

Välj ut lämpliga uppgifter t.ex. ur läroboken eller låt eleverna själva hitta på uppgifter enligt vissa begränsningar. Eleverna jobbar med samma uppgift i par eller grupper, så att alla först självständigt försöker lösa uppgiften. Här övar eleverna att skriva ut stegen i lösningsprocessen, dvs. beräkningarna uttrycks på matematikens språk. Därefter jämförs elevernas svar och lösningsmetoder. Tillsammans ska man fundera på för- och nackdelar med olika metoder. Först kan man analysera och jämföra färdiga alternativa lösningsstrategier t.ex. med hjälp av uppgifterna nedan.

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9=$$

Metod 1

$$\begin{aligned} &1+2+3+4+5+6+7+8+9 \\ &= 3+3+4+5+6+7+8+9 \\ &= 6+4+5+6+7+8+9 \\ &= 10+5+6+7+8+9 \\ &= 15+6+7+8+9 \\ &= 21+7+8+9 \\ &= 28+8+9 \\ &= 36+9 \\ &= 45 \end{aligned}$$

Metod 2

$$\begin{aligned} &1+2+3+4+5+6+7+8+9 \\ &= (1+9) + (2+8) + (3+7) + (4+6) + 5 \\ &= 10+10+10+10+5 \\ &= 45 \end{aligned}$$

KOPIERINGSUNDERLAG 7 (2/3)

$$530 - 98 =$$

Metod 1

$$\begin{aligned} 530 - 98 \\ = 530 - 100 + 2 \\ = 430 + 2 \\ = 432 \end{aligned}$$

Metod 2

$$\begin{aligned} 530 - 98 \\ = 530 - 90 - 8 \\ = 530 - 30 - 60 - 8 \\ = 500 - 60 - 8 \\ = 440 - 8 \\ = 432 \end{aligned}$$

$$2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 =$$

Metod 1

$$\begin{aligned} 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 \\ = 8 \cdot 6 \cdot 5 \\ = 48 \cdot 5 \\ = 40 \cdot 5 + 8 \cdot 5 \\ = 200 + 40 \\ = 240 \end{aligned}$$

Metod 2

$$\begin{aligned} 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 \\ = (2 \cdot 5) + (4 \cdot 6) \\ = 10 \cdot 24 \\ = 240 \end{aligned}$$

KOPIERINGSUNDERLAG 7 (3/3)

$7+9=$	
Metod 1	Metod 2
$7+9$ $= (5+2)+(5+4)$ $= (5+5)+(2+4)$ $= 10+6$ $= 16$	$7+9$ $= 9+7$ $= 9+(1+6)$ $= (9+1)+6$ $= 16$

KOPIERINGSUNDERLAG 8

Exempeluppgifter vars lösningar eleverna får jämföra i par eller i smågrupper.

$45 + 36 =$	$384 + 155 =$	$22 - 17 =$
$76 - 29 =$	$312 - 167 =$	$9 \cdot 7 =$
$23 \cdot 9 =$	$40 \cdot 70 =$	$3 \cdot 267 =$
$21 : 7 =$	$392 : 8 =$	$16 : 3 =$
$7 : 9 =$	$78 + 49 - 32 =$	$3 \cdot 27 + 13 \cdot 3 =$