

Tehtäviä
matemaattisesta
mallintamisesta



LUMA-KESKUS SUOMI
LUMA-CENTER FINLAND
LUMA CENTRE FINLAND



Tehtäväsarja on laadittu osana LUMATIKKA-täydennyskoulutusohjelmaa, jonka toteutuksesta vastaa LUMA-keskus Suomi -verkosto yhteistyökumppaneineen. Ohjelman rahoittaa Opetushallitus. Tehtävät koostanut Minna Hirvonen.

Voit ladata muokattavan version diasarjasta osoitteesta <http://bit.ly/mallintaminen>

Superportaat



STAIRS

SUPER
STAIRS

Superportaati

- Katso [video](#).
- Kuinka monta askelmaa juoksija juoksee?
- Kuinka kauan superportaaiden juoksemiseen kuluu?
- Tee ensin arviointi!
- Mitä tietoja asian selvittäminen vaatii?

Superportaati: Vastaus

- Tarkistakaa arvionne katsomalla [video](#).

Superportaat: Opettajan ohje

- Kootkaa alussa yhteen oppilaiden arviot. Kirjatkaa ylös matalin ja korkein arvio.
- Jos oppilaat kysyvät askelmien lukumäärää, pyydä heitä ensin antamaan arvionsa ja vertaamaan arvioitaan keskenään. Voit tämän jälkeen kertoa, että askelmia on 21.
- Jos oppilaat ovat kiinnostuksia nopeudesta tai portaissa kulkemiseen kuluva ajasta, video voidaan katsoa useaan kertaan. Aikaa voidaan mitata kännykän sekuntikellolla.
- Lähestymistapoja on monta. Oppilaat saattavat huomata, että kääntyminen vie aikaa tai että juoksija kulkee eri nopeudella ylös- ja alaspäin. He voivat kellottaa niin tavallisissa kuin superportaissakin kuluva aikaa. Muita huomioitavia asioita voivat olla esimerkiksi väsyminen ja se, että juoksijan on pidettävä huolta siitä, että hän kääntyy oikealla askelmalla.

Superportaat: Opettajan ohje

- Eri ryhmissä päädytään erilaisiin malleihin. Jokainen malli sisältää oletuksia, joiden myötä lopputulokseen syntyy virhettä. Oppilaille voi täsmentää, että tarkoituksena on löytää paras mahdollinen malli.
- Tavoitteena on keksiä, että superportaissa on 20×21 askelmaa. Taulukointi voi auttaa. (Idea alkaa hahmottua, kun taulukkoa jatkaa hieman pidemmälle.)

Askelma	Askelten lukumäärä	Askelia yhteensä
1	2	2
2	4	6
3	6	12
...

Muki-
pino



Mukipino

- Kuinka monta mukia täytyy pinota päällekkäin, jotta pino yltäisi opettajan pääläelle?



Kuva: Juni/Pixabay

Mukipino - Opettajalle

- Kerro oppilaille pituutesi. Mittaa (tai pyydä jotakuta oppilaista) mittaamaan mukin korkeus.
- Pyydä laskemaan pinoon tarvittavien mukien lukumäärä.
- Todennäköisesti saat vastaukseksi pituutesi jaettuna mukin korkeudella. Näytä, mihin kysymykseen itse asiassa vastattiin (kuvassa).
- Ryhtykää ratkaisemaan tehtävää pienissä ryhmissä. Anna kullekin ryhmälle viivotin sekä 10 kertakäyttömukia.
- Pyydä oppilaita piirtämään kuvaaja pinon korkeudesta. Mikä on suoran vakiotermi, entä kulmakerroin?
- Kootkaa ryhmien arviot taululle suuruusjärjestykseen pienimmästä alkaen. Pinotkaa mukit ja tarkistakaa, montako mukia todellisuudessa tarvitaan.



Kuva: Jjuni/Pixabay

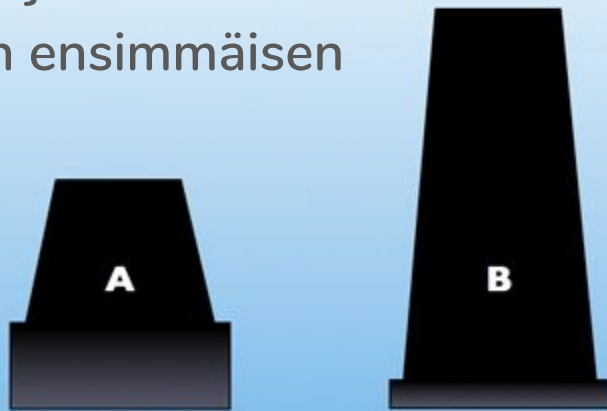
Mukipino - Apukysymyksiä

- Mistä osista muki koostuu?
- Millä osalla on eniten merkitystä, kun pino kasvaa?
- Miten saisit selville, kuinka korkea on 60 kupista koostuva pino?
- Entä toiseen suuntaan: miten laskisit, kuinka monta kuppia on kaksi metriä korkeassa pinossa?

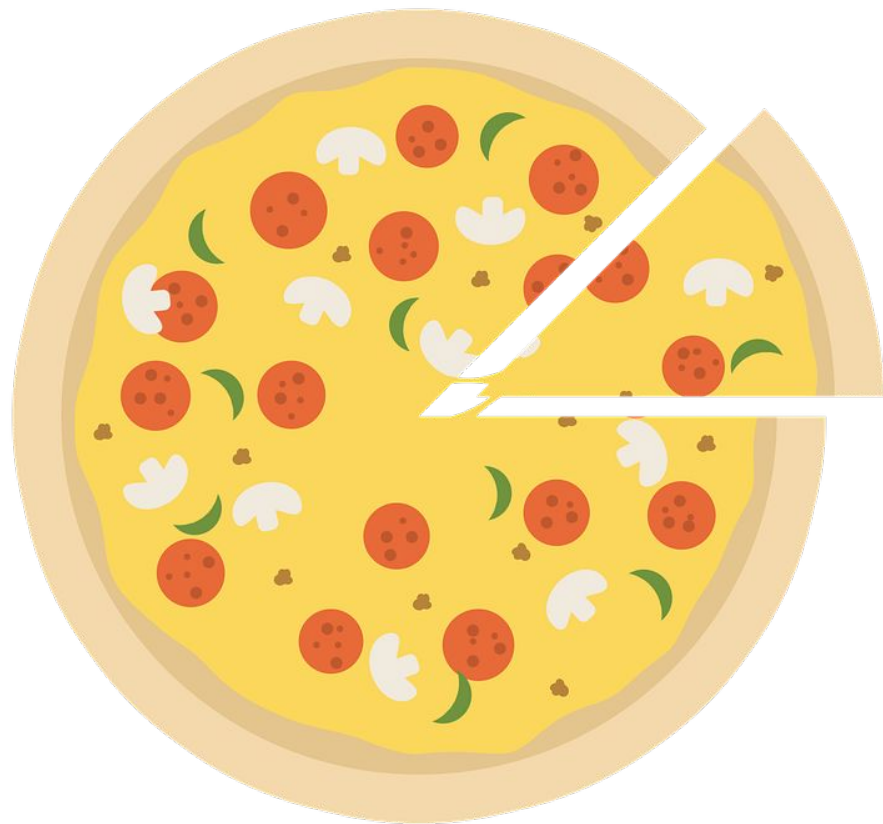
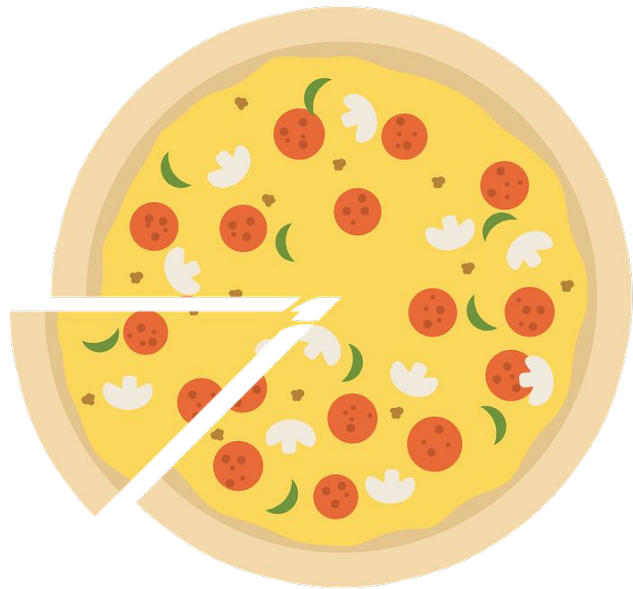
Mukipino - Jatkoahaaste

Kasataan pinot A ja B, jotka koostuvat kuvassa näkyvistä mukeista.

- Kumpi pino on korkeampi kolmen mukin jälkeen?
- Kumpi pino on korkeampi sadan mukin jälkeen?
- Kuinka monen mukin jälkeen pino A on ensimmäisen kerran korkeampi kuin pino B?



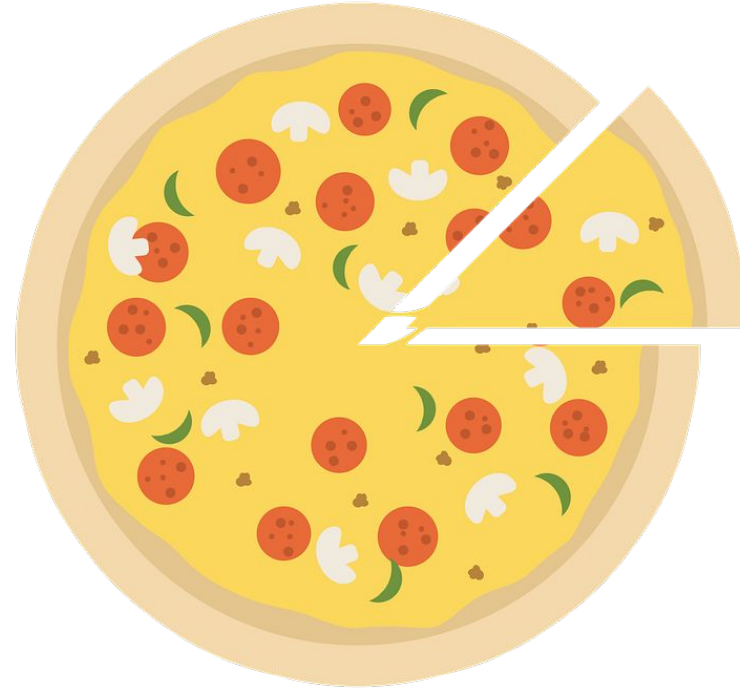
Pizzan tilaamisen taito



Pizzan tilaamisen taito

Olette tilaamassa pizzaa porukalla.
Yksi pitää perhepizzan tilaamista
järkevimpänä vaihtoehtona, toinen
kannattaa ehdottomasti omia pizzoja.

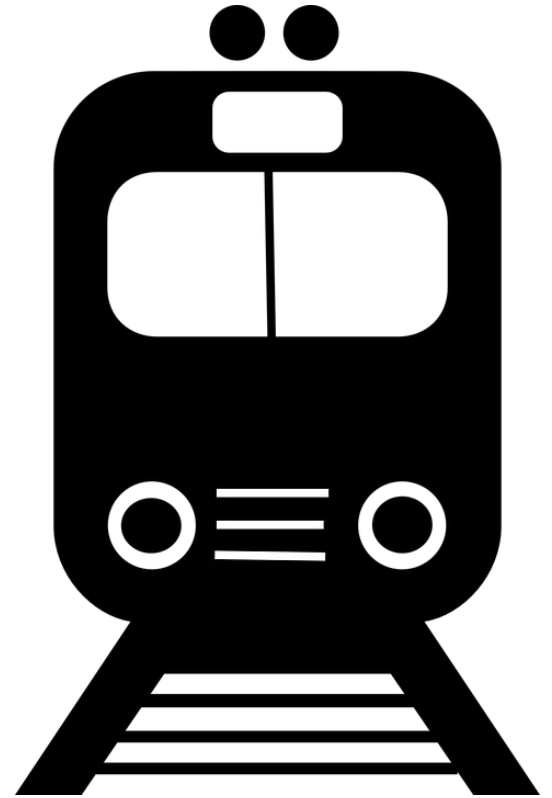
Laadi matemaattinen malli
helpottamaan valintaanne.



Pizzan tilaamisen taito – Opettajalle

- Hintatietoja voidaan etsiä netistä.
- Mielekkäät koot pizzoille voidaan arvioida (pizzan leikkaaminen paperista voi helpottaa hahmottamista) tai tieto voidaan etsiä netistä.
- Mallin monimutkaisuutta voi säädellä sen mukaan, mitä kaikkea otetaan huomioon. Anna oppilaiden keksiä itse!
- Esimerkkejä:
 - Kuinka monta syöjää on?
 - Haluavatko kaikki samat täytteet? Miten kompromissien tekeminen huomioidaan?
 - Otetaanko lisätäytteitä? Miten pizzan koko vaikuttaa lisätäytteiden hintaan?
 - Pitävätkö syöjät reunasta ja täyteosuudesta yhtä paljon?
 - Vaikuttaako pizzan koko reunojen suhteelliseen osuuteen?
 - Onko joukossa joku, joka ei syö reunoja?
 - Halutaanko löytää paras hinta-määräsuhde, saada mahdollisimman paljon pizzaa vai saada kaikille jonkin verran syötävää mahdollisimman halvalla?

Mutkia matkassa



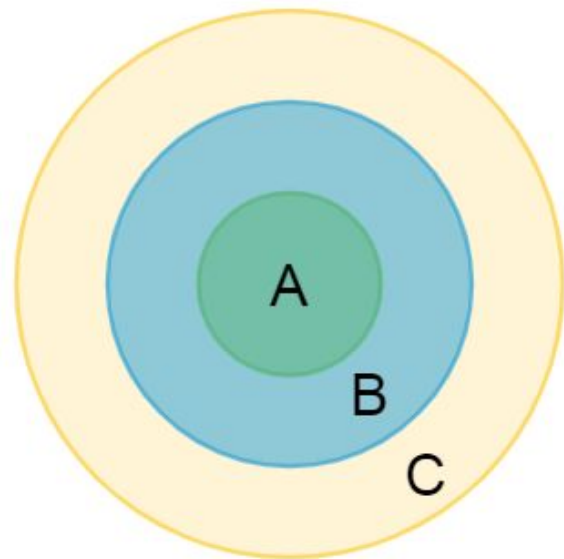
Mutkia matkassa

Joukkoliikenteessä on käytössä malli, jossa kaupunki on jaettu kolmeen sisäkkäiseen vyöhykkeeseen.

Lippuja voi ostaa joko yhdelle vyöhykkeelle, kahdelle vierekkäiselle vyöhykkeelle tai kaikille kolmelle vyöhykkeelle.

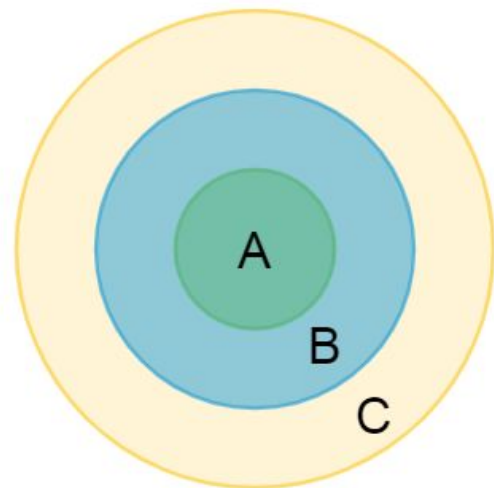
Joukkoliikenteeseen myydään sekä kausi- että kertalippuja. Kausilipun matkustusaluetta voi tarvittaessa laajentaa ostamalla lisävyöhykelipun yksittäistä matkaa varten.

Mallinna, millainen lippu kannattaa ostaa. Hinnaston näet seuraavalta kalvolta.



Joukkoliikennelippujen hinnat

Vyöhyke	Kausilippu, 30 päivää (euroa)	Lisäpäivät 30 päivän jälkeen (euroa)	Kertalippu (euroa)
Yksi vyöhyke	40	1,20	1,90
AB tai BC	60	1,80	2,80
ABC	100	3,10	4,70



Lisävyöhykelipun hinta yhdelle lisävyöhykkeelle on 2,50 euroa ja kahdelle lisävyöhykkeelle 4,10 euroa.

Mutkia matkassa – Opettajalle

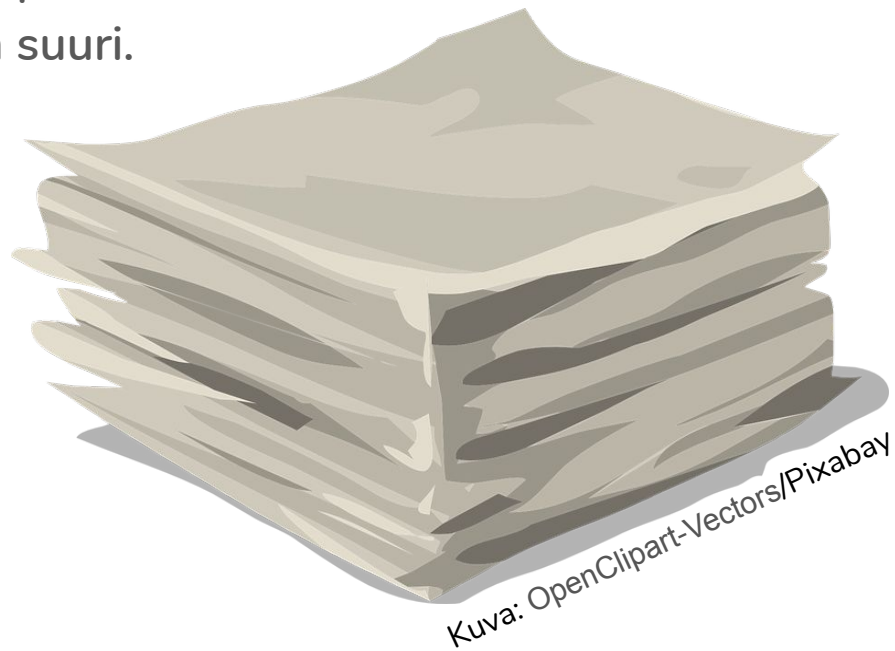
- Anna oppilaiden keksiä itse, mitä tietoja tarvitaan. Kaikkien mallien ei tarvitse olla samanlaisia! Samalla tehtävä eriytyy eri taitotasoille.
- Voi olla mielenkiintoista tietää esimerkiksi jotain seuraavista:
 - Asunnon ja koulun/työpaikan sijainti
 - Harrastukset, matkat kavereiden tai sukulaisten luo sekä muu liikkuminen
 - Erilaisten matkojen määrä ja säännöllisyys
 - Mahdolliset muut matkustustavat
 - Onko matkustaminen samanlaista ympäri vuoden?
 - Käytettävissä oleva rahamäärä

Kuuhun ja
takaisin



Kuuhun ja takaisin

- Kuinka monta kertaa paperi pitäisi taittaa kahtia, jotta se yltäisi kuuhun saakka?
 - Anna arvio, joka on mielestäsi liian pieni.
 - Anna arvio, joka on mielestäsi liian suuri.
 - Anna paras mahdollinen arviosi ja ratkaise sitten ongelma.



Kuva: OpenClipart-Vectors/Pixabay

Kuuhun ja takaisin – Opettajalle

- Anna oppilaiden selvittää tarvittavat tiedot.
- Itse paperia taittelemalla voidaan havaita, että kerroksien määrä todella kasvaa erittäin nopeasti, ja hyvin pian taitteleminen käy mahdottomaksi. Tuntuuko, että arvioita olisi ehkä syytä päivittää?
- Entä montako kertaa paperia pitäisi taittaa, jos sen haluttaisiin yltävän kuuhun ja takaisin?
- Kuun etäisyys Maasta on noin 384 000 kilometriä ja paperin paksuudeksi voidaan arvioida 0,1 mm. Kuulostaa uskomattomalta, mutta taitoksia tarvitaan vain 42, jotta taiteltu paperiarkki ylittäisi maasta kuuhun!

Lähteet

Kannen kuva: Gerd Altmann / Pixabay, muokattu

Superportaati

Suomennettu ja muokattu Dan Meyerin Super stairs -materiaalin pohjalta. Alkuperäinen on julkaistu lisenssillä [CC-NC-BY 3.0](#) ja on saatavilla [täältä](#). Lisäksi lähteenä on käytetty Dan Meyerin esitystä [Fake-World Math: When Mathematical Modeling Goes Wrong and How to Get it Right](#).

Mukipino

Suomennettu ja muokattu Dan Meyerin Stacking cups -materiaalin pohjalta. Alkuperäinen on julkaistu lisenssillä [CC-BY 4.0](#) ja on saatavilla [täältä](#). Kansikuva Bruno Glätsch/Pixabay.

Pizzan tilaamisen taito

Kuva: Dean Norris/Pixabay

Lähteet

Mutkia matkassa

Kuvat: Mohamed Hassan / Pixabay & Clker-Free-Vector-Images/Pixabay

Kuuhun ja takaisin

Tehtävän idean on esitellyt muun muassa Ethan Siegel [Starts With A Bang -blogissaan](#). Kansikuva: Sly/Pixabay.