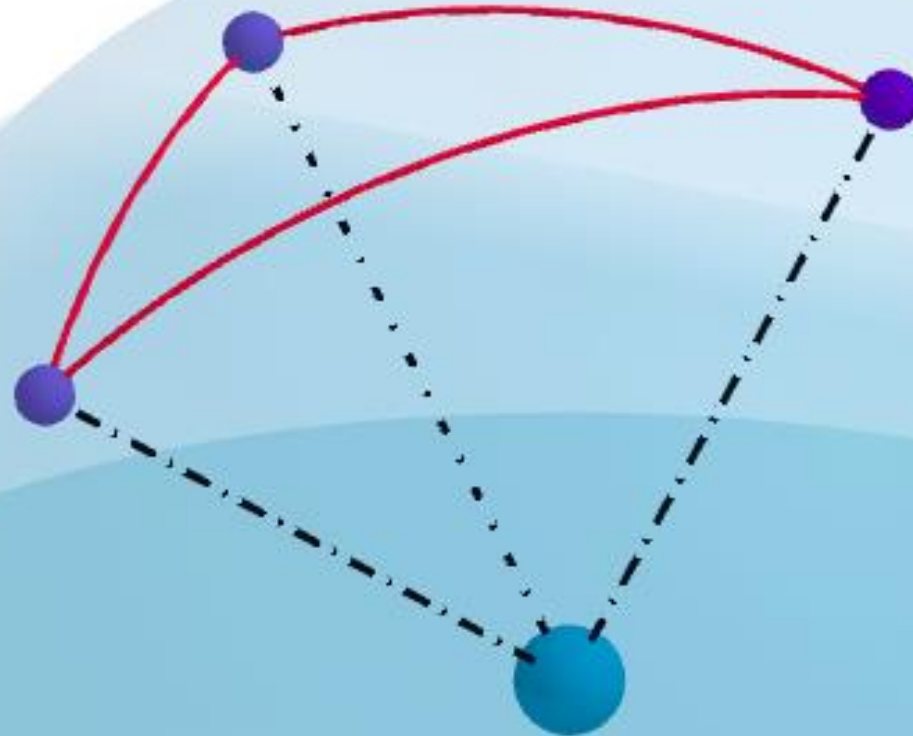


# Skolmatematikens berättelse

– illustrerad med klassiska problem och upptäckter



# Uppgift 1.

a) Förklara på basen av figuren varför summan

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9$$

motsvarar talet  $5^2$ .

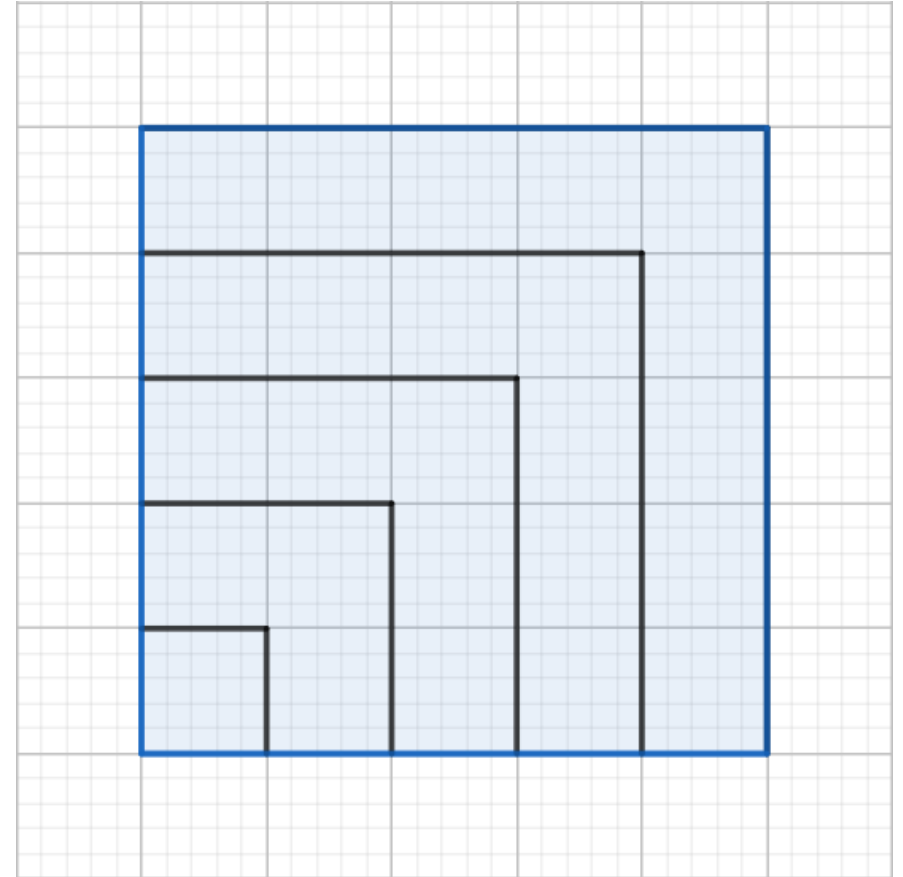
Undersök om resultatet kan generaliseras.

b) Kan även summan

$$1 + 3 + 5 + \dots + 1001,$$

skrivas som kvadraten av något heltal  $k^2$ ?

Vilket heltal i så fall?



# Uppgift 2.

a) Förklara på basen av figuren varför det gäller att

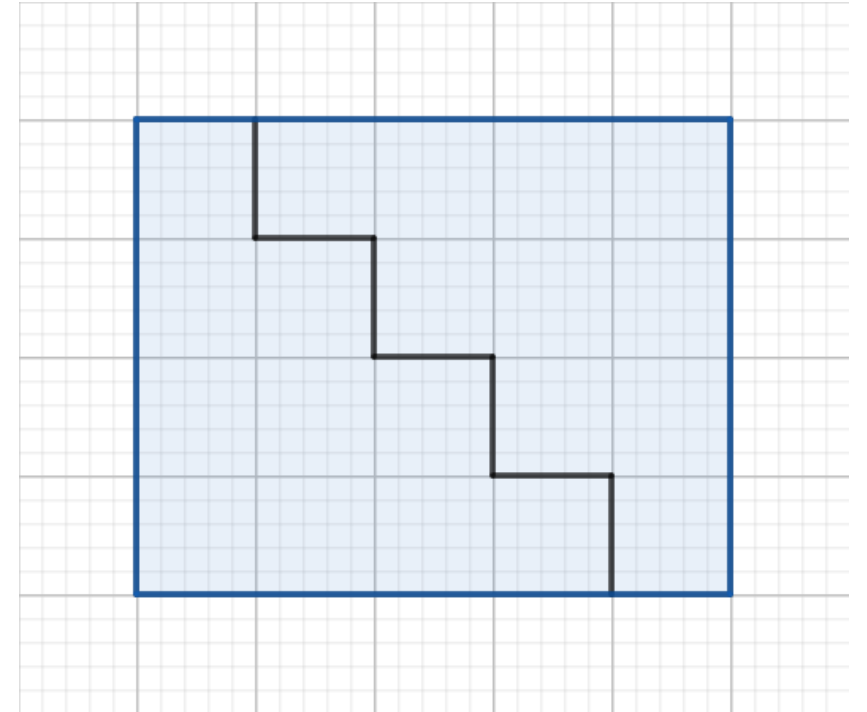
$$1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4(4 + 1)}{2}$$

Undersök om resultatet kan generaliseras.

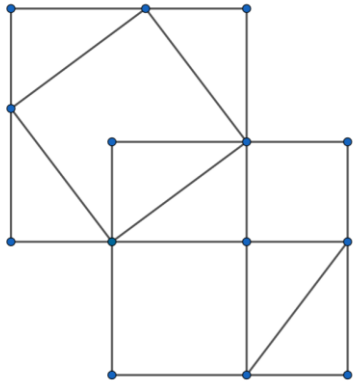
b) Är likheten

$$1 + 2 + \dots + 1001 = \frac{1001(1001 + 1)}{2}$$

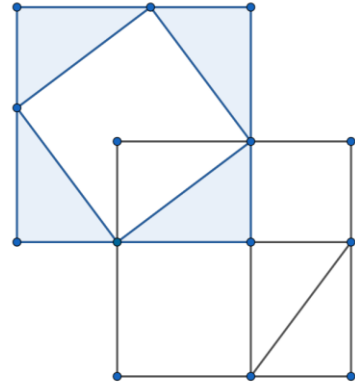
sann?



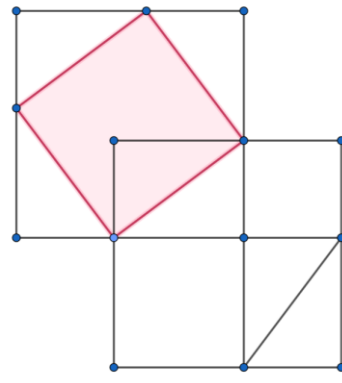
# Uppgift 3.



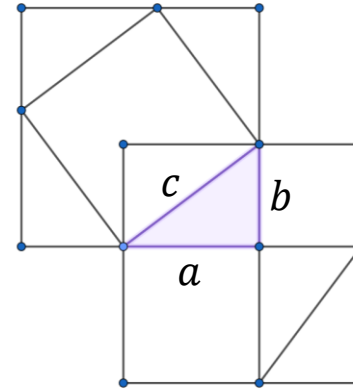
a) Hitta fem kvadrater i figuren ovan. Vilka två är identiska?



b) Har de blåa områdena lika stor area? Varför?



c) Har de röda områdena lika stor area? Varför?



d) Enligt Pythagoras sats gäller det för en rätvinklig triangel att  $a^2 + b^2 = c^2$ , där  $a$  och  $b$  är triangelns kateter och  $c$  är hypotenusan. Färglägg de kvadrater vars area är  $a^2$ ,  $b^2$  ja  $c^2$

e) Jämför Pythagoras sats med c) och d). Vad noterar du?

# Uppgift 4.

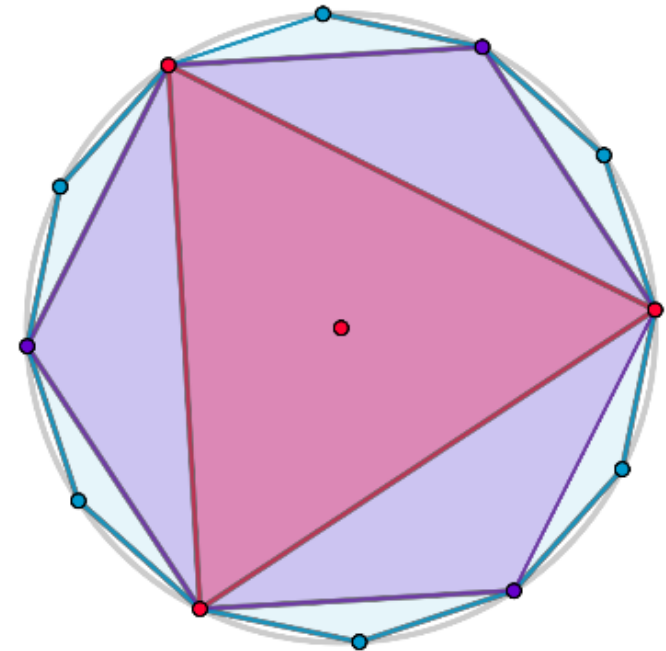
a) Cirkeln i figuren har arean  $\pi$ . Vad är dess radie?

b) I cirkeln inskrivs en liksidig triangel, regelbunden 6-hörning och en regelbunden 12-hörning med hjälp av linjal och passare. Polygonernas hörn ligger på cirkelns rand.

Hur kan man konstruera (rita) en regelbunden 24-hörning? Fungerar samma princip för att rita en regelbunden 48-hörning och 96-hörning?

**Tillägg:** Cirkelns area (talet  $\pi$ ) kan approximeras med arean av en inskriven regelbunden månghörning.

Approximera talet  $\pi \approx 3,14$  genom att beräkna arean för en regelbunden inskriven 96-hörning.



# Uppgift 5.

- Verifiera Arkhimedes resultat nedan genom direkt räkning via formler (radie  $r = 1$ ):
  - a) Klotets area är fyra gånger arean av den violetta cirkeln.
  - b) Klotets area är två tredjedelar av arean av den cirkulära cylindern.
  - c) Klotets volym är två tredjedelar av volymen av den cirkulära cylindern.
- Vad är förhållandet mellan klotets area och arean av cylinderns mantelyta? Är detta överraskande?
- Jämför b) och c). Vad noterar du?

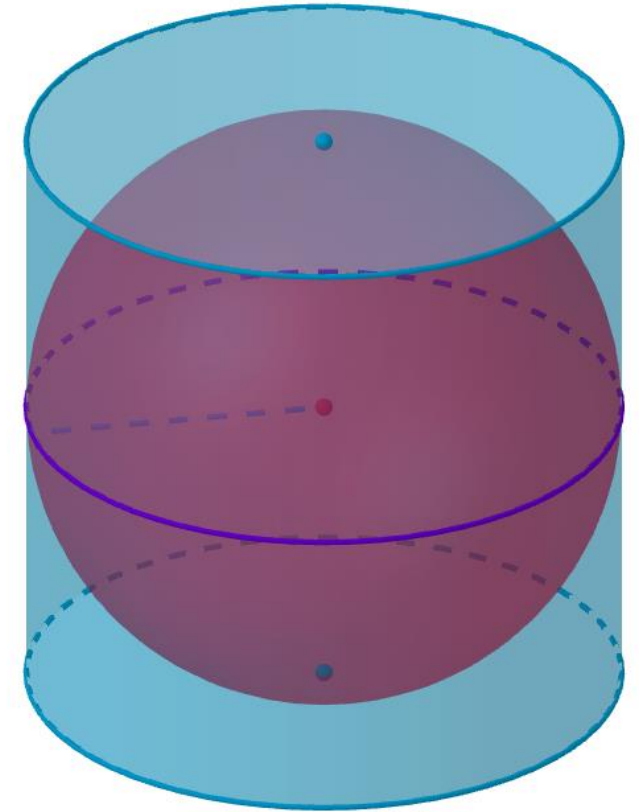
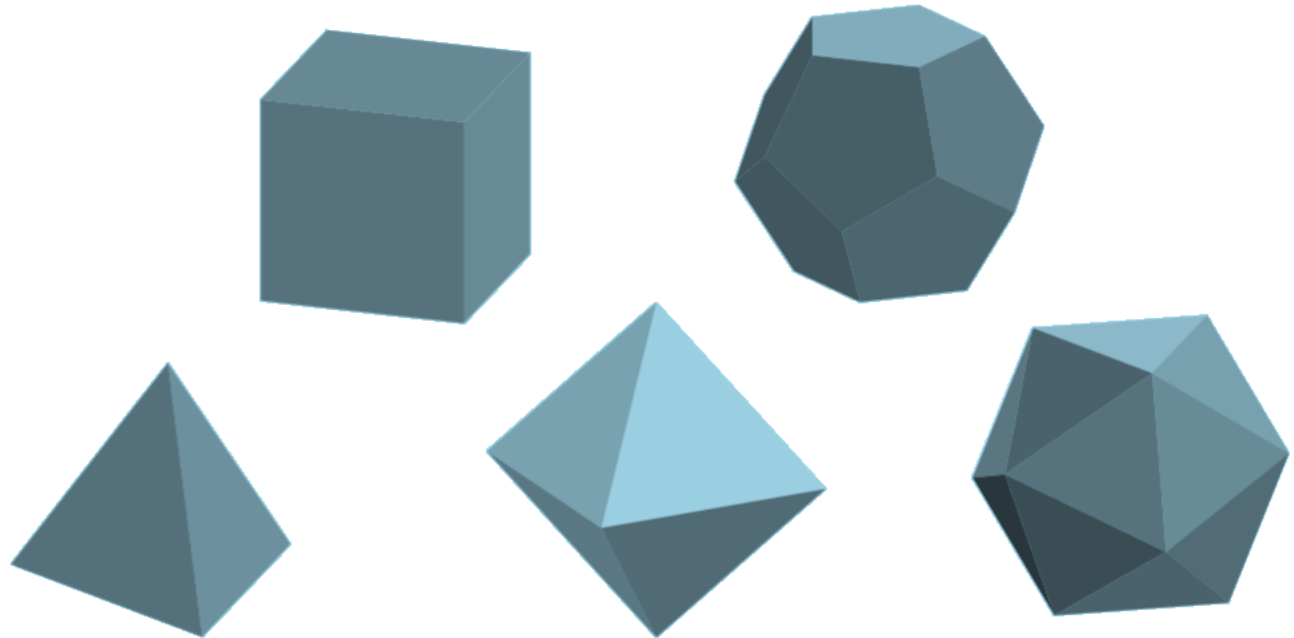


Bild: Det röda klotet, den blåa cylindern och den violetta cirkeln har alla samma radie  $r$ . Den cirkulära cylindern har höjden  $2r$ .

# Uppgift 6.

- De Platonska kropparnas sidor är regelbundna månghörningar och därtill möts lika många sidor i varje hörn. Alla Platonska kroppar ses intill.
- Bygg Platonska kroppar med tandpetare och skumgodis!
- Varför finns det inte någon Platonsk kropp där fyra kvadrater möts i varje hörn? Eller sex liksidiga trianglar?



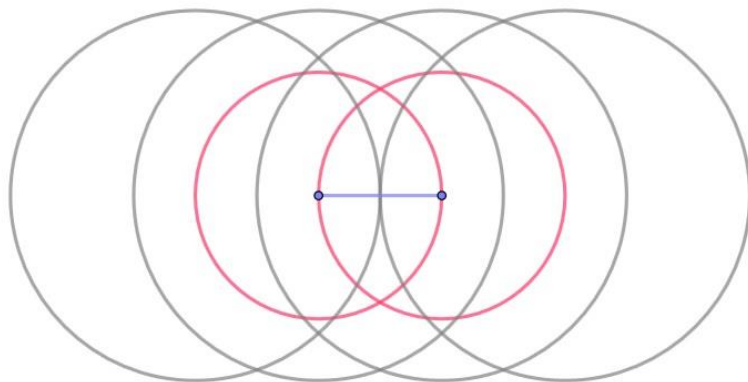
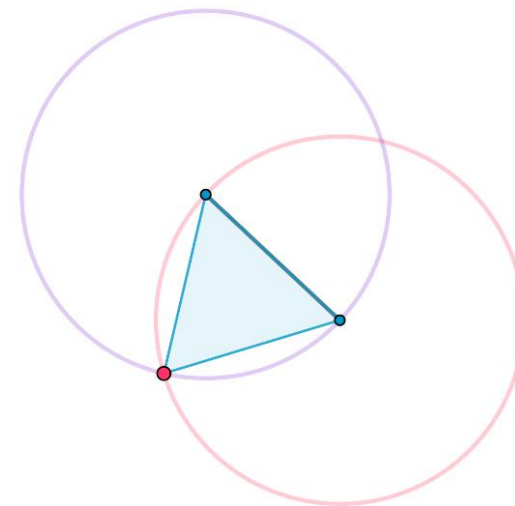
Tekijä: UStas

# Uppgift 7.

a) En liksidig triangel kan konstrueras med passare och linjal enligt illustrationen intill? Motivera varför triangeln är liksidig.

Rita sedan en mittpunktsnormal till sträckan mellan de blå punkterna

b) Tillämpa insikterna från a-fallet och rita in tre sträckor i figuren nedan som tillsammans med den violetta sträckan bildar en kvadrat.

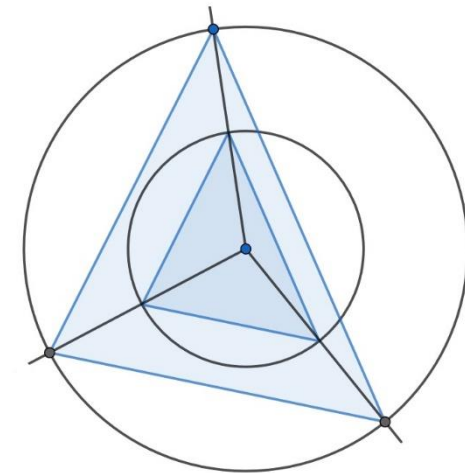
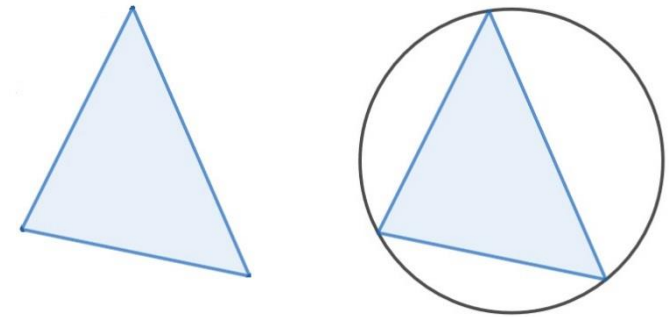


# Uppgift 8.

Rita en godtycklig triangel. Rita sedan med hjälp av passare och linjal en större likformig triangel vars hörn ligger på randen till en cirkel med radien 5 cm.

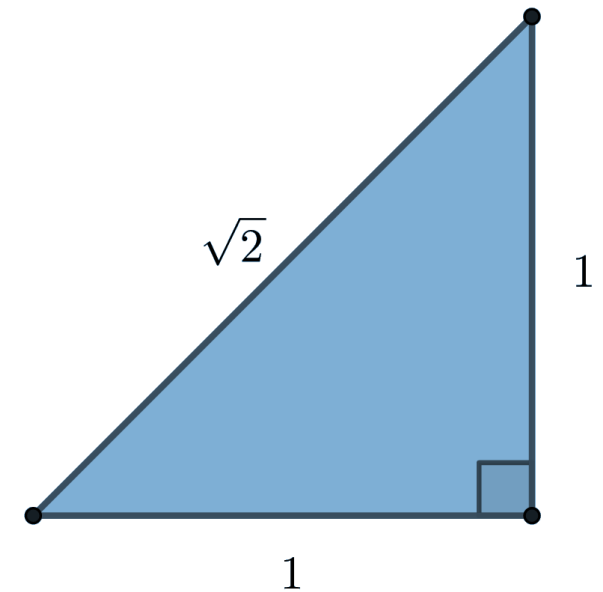
Ta hjälp av bildserien intill.

Tips: Cirkelns medelpunkt finns i skärningspunkten av mittpunktsnormalerna till triangelns sidor.



# Uppgift 9.

- Rita med hjälp av passare och linjal en annan rätvinklig triangel vars kateter är  $\sqrt{2}$  och 1. Hur lång är hypotenusan?
- Hur kan detta generaliseras?



# Uppgift 10.

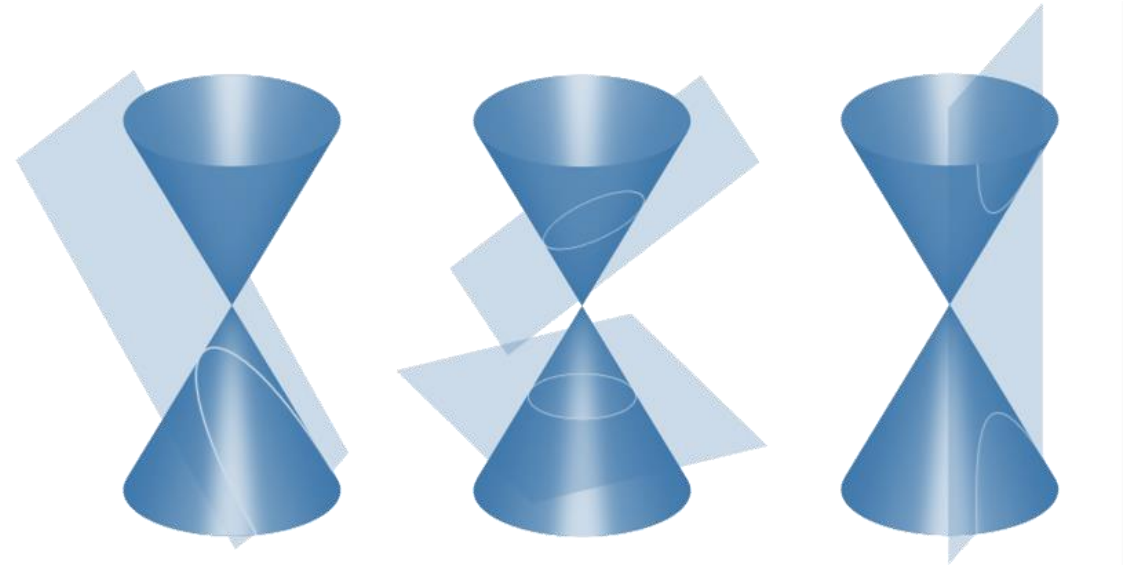
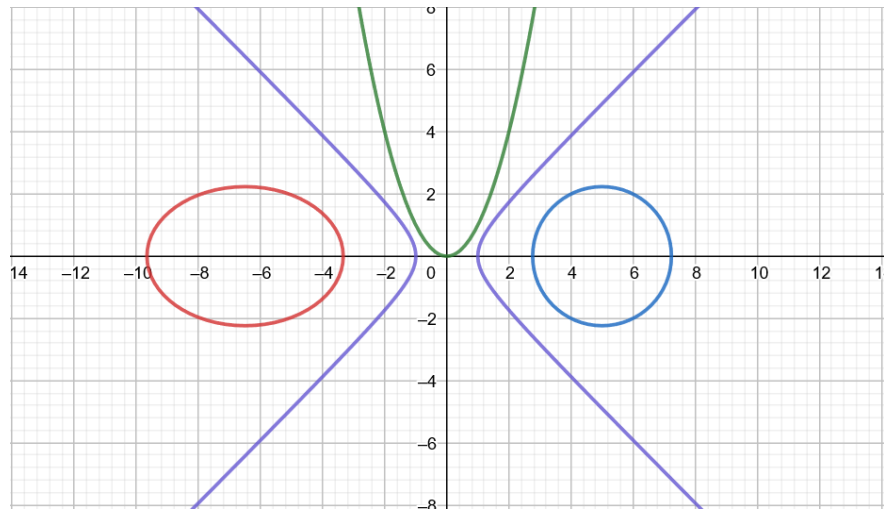


Bild: Pbroks13, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5919064>

Bestäm var man hittar följande kurvor i figurerna ovan:

a) cirkel b) ellips c) parabel d) hyperbel?