



Oppilaat toimimaan!

Toiminnallisia tehtäviä

Tämä tehtäväsarja on koottu osana LUMATIKKA-täydennyskoulutusohjelmaa, jonka toteutuksesta vastaa LUMA-keskus Suomi -verkosto yhteistyökumppaneineen. Ohjelman rahoittaa Opetushallitus.

Koonneet:

Melike Öz, Helsingin yliopisto  
Jenny Kolström, Itä-Suomen yliopisto

Voit kopioida itsellesi muokatava version dioista täältä: <http://bit.ly/toiminnalliset>



**LUMA-KESKUS SUOMI**  
**LUMA-CENTER FINLAND**  
**LUMA CENTRE FINLAND**



# Sisällys

Funktion keksiminen

Pituuksien suhde värisauvoilla

Loogiset palat

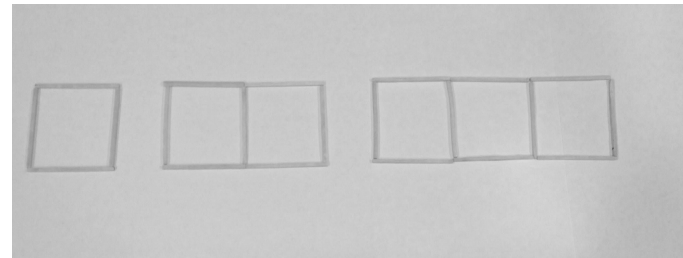
Peltipizza (murtoluvut)

Tangramtehtäviä

Harppi-viivain konstruktioita GeoGebralla

Matematiikkatarinat

# Funktion keksiminen 1



Muodosta tikuista rivi neliöitä (kuten kuvassa) ja laske eri kuvioiden rakentamiseen tarvittavien tikkujen lukumäärä.

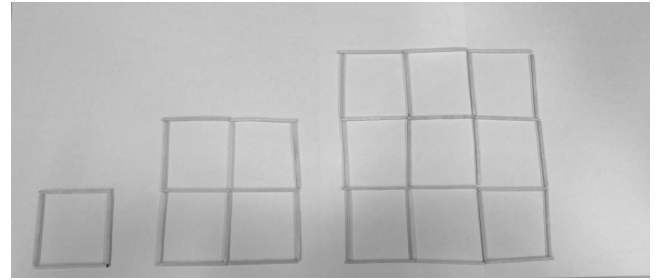
Kopioi seuraava taulukko vihkoosi ja täydennä sen viisi ensimmäistä saraketta.

neliöiden lkm ( $x$ )	1	2	3	4	5	11	21	35
tikkujen lkm ( $y$ )	4							

Tarkastellaan lukujen 4, . . . muodostamaa lukujonoa. Minkä säännönmukaisuuden havaitset? Täydennä sen avulla taulukko loppuun.

Koeta kirjoittaa löytämäsi säännönmukaisuus (funktio)  $x$ :n ja  $y$ :n välisenä yhtälönä.

# Funktion keksiminen 2



Muodostetaan tikuista neliöristikoita (kuten kuvassa) ja lasketaan eri kuvioiden rakentamiseen tarvittavien tikkujen lukumäärä.

Kopioi seuraava taulukko vihkoosi ja täydennä sen viisi ensimmäistä lokeroa:

neliön numero (x)	1	2	3	4	5	13	22	41
tikkujen lkm (y)	4							

Tarkastellaan lukujen 4, . . . muodostamaa lukujonoa. Minkä säännönmukaisuuden havaitset? Täydennä sen avulla taulukko loppuun.

Koeta kirjoittaa löytämäsi säännönmukaisuus (funktio)  $x$ :n ja  $y$ :n välisenä yhtälönä.

# Pituuksien suhde

Välineet: Värisauvat

Tehtävän tavoitteena on oppia ymmärtämään, mitä tarkoittaa kuvioiden suurentamisen ja pienentämisen yhteydessä: "pituudet muuttuvat samassa suhteessa".



Kuvan lähde: Google Images CC BY-SA 3.0

# Pituuksien suhde

Etsi kuviin sopivat sauvat.

Etsi kaksi sauvaa, joiden pituuksien suhde on yhtä suuri kuin kuvassa olevien sauvojen pituuksien suhde. Etsi kaikki mahdolliset vaihtoehdot.

a)



b)



# Loogiset palat

Levitä looginen kokoelmasi pöydälle. Järjestä kokoelma pöydälle ja tarkista, että kaikki palat ovat tallella laskematta palojen kokonaislukumäärää. Tutki, millä eri tavoin tämän tarkistamisen voi tehdä.

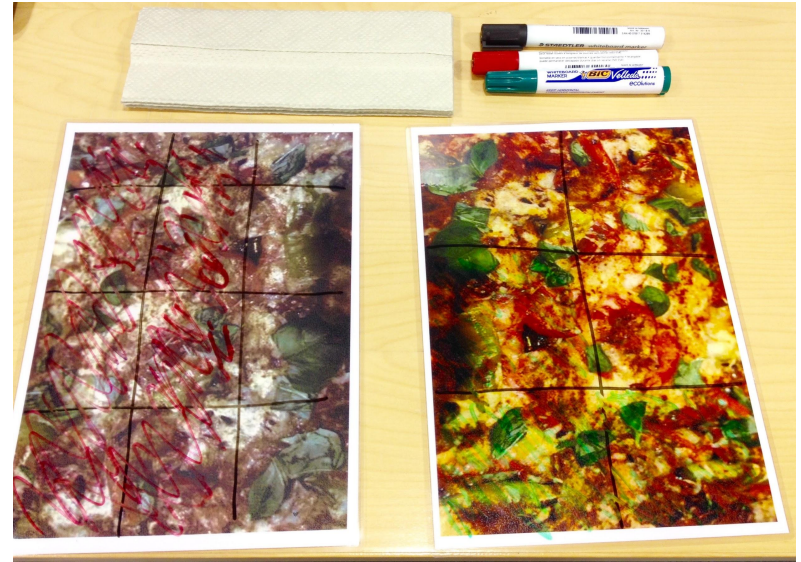
## **Paritehtävä:**

Keksi tietty sääntö, jonka mukaan järjestät loogiset palat riviin. Parisi saa arvata, minkä säännön mukaan olet järjestänyt palat!

# Peltipizza (murtoluvut)

Välineet: laminoitu pizza, tussi ja pyyhkijä.  
Vaihtoehtoisesti käy myös ruuduton paperi.

Jokaiselle oppilaalle annetaan laminoitu pizza, tussi ja pyyhkijä. Tehtävissä yksi kokonainen on yksi pizza. Peltipizza on suorakaiteenmuotoinen pizza. Pizzat jaetaan yhtä suuriin osiin tussin avulla. Kun yksi tehtävä on tehty, pyyhitään pizzat ja siirrytään seuraavaan tehtävään.



Tehtävän lähde: Ristiluoma, M. (2017). Murtolukujen opetus toiminnallisesti - opetuskokeilu peltipizzamallilla. Pro gradu -tutkielma. Matematiikan ja tilastotieteen laitos. Helsingin yliopisto.

Alkuperäinen tehtävänanto ja kattavampi tehtävän selitys ovat pro gradu -tutkielman sivuilla 25–34 ja 65–72.

# Peltipizza (murtoluvut)

## Tutustutaan peltipizzaan

Jani, Sami ja Karri tekevät pellillisen pizzaa. Puolet pizzasta täytetään tonnikalalla ja toinen puoli kinkulla. He jakavat pizzan niin, että jokainen saa kumpaakin täytettä yhden palan.

- Miten piirtäisit tämän pizzan?  
Jaa pizza piirtämällä leikkaukset.
- Kuinka suuren osan pizzasta kukin saa?
- Kuinka suuri osa pizzasta on tonnikalapizzaa?
- Kuinka suuri osa pizzasta yksi pala on?



# Peltipizza (murtoluvut)



Työskentelette seuraavaksi pareittain. Ottakaa molemmat Toinen teistä jakaa pizzan aina vaakasuorassa ja toinen pystysuorassa. Tehkää jaot tasavälein.

Toinen teistä jakaa pizzansa vaakasuorassa kolmeen yhtä suureen osaan ja toinen jakaa pystysuorassa neljään yhtä suureen osaan. Muistakaa, että osien tulee olla yhtä suuret eli tasajaot.

Pizzasta, joka on jaettu kolmeen osaan, syödään yksi kolmasosa ( $1/3$ ) ja pizzasta, joka on jaettu neljään osaan, syödään yksi neljäsosa ( $1/4$ ). Värittäkää/viivoittakaa pizzaanne itse syömänne osat.

- Kumpi söi enemmän? Miten nähdään, miten olisi helppo vertailla?
- Jos söisitte molemmat samasta pizzasta, niin kuinka suuri osa yhdestä pizzasta olisi syöty yhteensä?
- Miten laskisitte laskun murtoluvuilla ilman peltipizzaa? Kirjoittakaa lasku.

# Peltipizza (murtoluvut)

Parityöskentely jatkuu. Ottakaa molemmat yksi peltipizza. Toinen teistä jakaa pizzansa vaakasuorilla jaoilla ja toinen pystysuorilla jaoilla. Toinen teistä syö pizzastaan  $\frac{1}{2}$  ja toinen  $\frac{1}{3}$ .

- Kumpi teistä on syönyt enemmän pizzaa.
- Kuinka paljon enemmän toinen teistä on syönyt?
- Kirjoittakaa lasku.



# Peltipizza (murtoluvut)



Tee seuraava esimerkki ja tehtävä omaan pizzaasi.

Voit pohtia tehtävää yhdessä parisi kanssa.

**Esimerkki:** Ratkaise kertolasku  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$  pizzojen avulla. Kertolaskussa otetaan siis yksi kolmasosa puolikkaasta. Jaa pizza vaakasuoraan puoliksi ja väritä pizzasta  $\frac{1}{2}$  eli puolikas. Miten saat tästä otettua yhden kolmasosan? Jaa pizza pystysuorassa kolmeen yhtä suureen osaan ja väritä  $\frac{1}{3}$  pizzasta. Nyt yksi kolmasosa puolikkaasta pizzasta on väritetty kahteen kertaan. Huomaa, että se on yksi kuudesosa koko pizzasta, joten  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ .

**Tehtävä:** Ratkaise lasku  $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$  samalla tavalla kuin edellinen esimerkki. Nyt siis otetaan  $\frac{1}{3}$  luvusta  $\frac{2}{5}$ .

# Peltipizza (murtoluvut)



Tee seuraava esimerkki ja tehtävä yhdessä parisi kanssa.

**Esimerkki:** Laskekaa jakolasku  $\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$ . Toinen teistä jakaa pizzansa vaakasuoraan ja värittää luvun  $\frac{3}{4}$ . Toinen taas jakaa pizzansa pystysuoraan ja värittää luvun  $\frac{1}{4}$ . Lisätkää pizzoihinne kaverin pizzan jakoviivat. Laskekaa väritetyt pizzapalat. Ensimmäisen pizzan paloja on 12 ja toisen 4. Saadaan, että  $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = 12 : 4 = 3$ . Näin murtolukujen jakolasku muutettiin pizzapalojen jakolaskuksi.

**Tehtävä:** Tehkää samalla tavalla jakolasku  $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$ . Kirjoittakaa lasku. Todistakaa lasku todeksi murtolukujen jakolaskusäännöllä: jaettava kerrotaan jakajan käänteisluvulla.

# Tangram

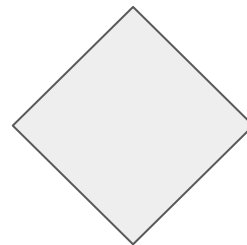
Tangram on kiinalainen pulmatehtävä, joka koostuu seitsemästä geometrisesta palasta. Lähtökohtana on neliö, mutta paloista voi muodostaa hyvinkin erilaisia kuvioita, kuten eläimiä - näihin löytyy malleja hakemalla!

Ohjeet leikkaamiseen A4-paperista taittelun ja saksien avulla:  
<http://www.mattoteline.fi/fakiirimatto/tangram-A4-ja-sakset.pdf>

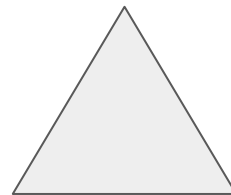
# Tangram I

Minkälaisia geometrisia muotoja paloista löytyy?

Rakenna kaksi samanlaista neliötä paloista.



Rakenna kaksi samanlaista kolmiota paloista.



# Tangram II

Kokoa neliö käyttäen kaikkia paloja.

## 1. Nimeä osat

- a. murtolukuna,
- b. desimaalilukuna ja
- c. prosentteina, kun koko neliö on 1.

## 2. Nimeä osat

- a. murtolukuna,
- b. desimaalilukuna ja
- c. prosentteina, kun pieni neliö on 1.

Muodosta neliöt, joiden pinta-alat ovat puolet ja neljäsosa alkuperäisestä.

# Tangram III

Miten selvittäisit

1. sivujen pituudet, kun pienen neliön pinta-ala on  $1 \text{ m}^2$ ?
2. palojen hinnat, kun
  - a) tangramin kokonaishinta on 25 €?
  - b) pienen neliön hinta on 25 €?

# Harppiirroksia GeoGebralla I

- A. Piirrä kahden pisteen kautta kulkeva suora.
- B. Käyttäen sovelluksen harppityökalua apuna piirrä suoralle normaali.
- C. Käyttäen sovelluksen harppityökalua apuna piirrä yhdensuuntainen suora alkuperäiselle suoralle.

Kokeile siirtää toista kahdesta ensimmäisestä pisteestä, mitä tapahtuu?

# Harppiirroksia GeoGebralla II

- A. Piirrä kolmen pisteen ja kahden puolisuoran muodostama kulma.
- B. Käyttäen sovelluksen harppityökalua apuna piirrä kulmanpuolittaja.

Muuta kulman suuruutta siirtämällä toista sivua, pysyykö piirtämäsi kulmanpuolittaja?

# Matematiikkatarinat

Kirjoita alla olevan kuvan pohjalta tarina:



1. Kirjoita kysymys tarinasta, joka vastaa kuvaa.
2. Vastaa kysymykseen sanallisesti.
3. Kirjoita kysymys matematiikan kielellä.
4. Kirjoita lasku ja sen ratkaisu matematiikan kielellä.

# Matematiikkatarinat

Kirjoita kysymys alla olevan tarinan pohjalta:

*Sakari ja Ruu auttoivat Siljaa ja Viljaa muutossa. Heillä oli 31 laatikkoa kannettavanaan. Sakari kantoi laatikon kolmessa minuutissa, Ruu kahdessa minuutissa. Silja kantoi viisi laatikkoa ja Vilja siivosi. Palkkioksi Sakari ja Ruu saivat kolme pizzaa ja puolitoista karkkipussia, jonka he jakoivat tasapuolisesti tekemänsä työmäärän mukaan.*

1. Piirrä tarina ja kysymys kuvaksi.
2. Vastaa kysymykseen sanallisesti.
3. Kirjoita kysymys matematiikan kielellä.
4. Kirjoita lasku ja sen ratkaisu matematiikan kielellä.



# Matematiikkatarinat

Kirjoita alla olevan lausekkeen pohjalta tarina:

$$3x + 45 + 6x - 2x$$

1. Kirjoita kysymys tarinasta, joka vastaa lauseketta.
2. Piirrä tilanteesta kuva.
3. Vastaa kysymykseen sanallisesti.
4. Kirjoita lasku ja sen ratkaisu matematiikan kielellä.