

Matematiikan perustaitojen kehittyminen

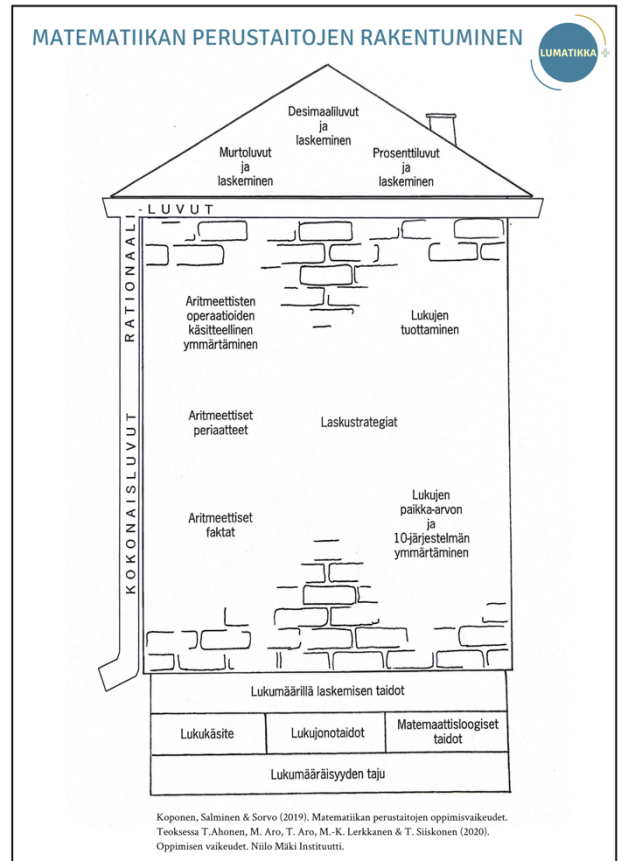
Matematiikan taitojen perustan kehittyminen alkaa varhain ja osa niistä on synnynnäisiä. Taitojen kehittyminen jatkuu läpi elämän. Katsotaan seuraavaksi vähän tarkemmin, miten Matematiikkatalossa esitetyt taidot kehittyvät.

Lukumääräisyyden taju ja lukukäsite

Jo pienet vauvat pystyvät erottamaan lukumäärät yksi, kaksi ja kolme toisistaan, ja suurempiakin lukuja, kunhan ne ovat riittävän erisuuruisia. Pienten lukumäärien erottaminen on edellytys lukumääriä vastaavien käsitteiden oppimiselle. Pienelle lapselle viisi ja sitä suuremmat lukusanat tarkoittavat “paljon”, mutta lukusanojen määrä laajenee jatkuvasti ja niiden määrällinen merkitys, lukukäsite, tarkentuu. Ennen esiopetuksen alkua lapset ovat tyypillisesti oppineet yhdistämään pieniä lukumääriä ja lukusanoja niitä vastaaviin numerosymboleihin. Monessa matematiikan tehtävässä ja sujuvassa laskemisessa nopea numerosymbolien prosessointi on tärkeää. Numeron, lukusanan ja lukumäärän vastaavuuden hallinta on siis yksi keskeisistä matematiikan perustaidoista, jonka pohjalle muu matematiikka rakennetaan. Tämä on tärkeää myös siitä näkökulmasta, miten oppia ymmärtämään puhuttua, visuaalisesti esitettyä sekä symbolisesti kirjoitettua matematiikkaa sekä näiden yhteydet toisiinsa.

Lukujonotaidot

Noin kahden vuoden iässä lapsi alkaa harjoitella myös lukusanoista muodostuvia lukujonoja, “yy kaa koo”. Myöhemmässä vaiheessa lukujono on keskeinen työkalu neljän ja sitä suurempien lukumäärien tarkkaan määrittämiseen. Aluksi lukujono on lorumainen, mutta automatisoituu harjoittelun myötä ja lapsi oppii luettelemaan lukuja myös lukujonon keskeltä sekä taaksepäin. Keskeinen vaihe lukujonon harjoittelussa, tyypillisesti noin 4-vuotiaana, on se, että lapsi ymmärtää viimeiseksi luetellun lukusanan kuvaavan koko joukon lukumäärää (kardinaalisuus-periaate). Tämän jälkeen hän pystyy käyttämään lukujonoa lukumäärien tarkkaan määrittämiseen eli laskemiseen. Kardinaalisuuden lisäksi on hallittava myös yksi yhteen -vastaavuus, eli lukusanat on osattava luetella oikeassa järjestyksessä ja jokainen



esine on laskettava vain kerran. Esiopetusiässä lapsi pystyy tyypillisesti luettelemaan lukuja 20:een asti ja aloittamaan luettelemisen annetusta luvusta eteen- ja taaksepäin lukualueella 1-10.

Lukujonotaidot ovat tärkeä pohja muille matemaattisille taidoille ja niiden oppimiselle: esiopetusiässä arvioitu lukujonotaito kertoo paljon siitä, millainen laskutaito on kouluiässä. Lukujonotaitojen harjoittelu jatkuu läpi kouluiän, ja siksi sen hallintaan kannattaa kiinnittää huomiota. Esimerkiksi yläkoulussa ne linkittyvät moniin algebrallisiin sisältöihin, jolloin oppilaiden taitoa tutkia ja muodostaa lukujonoja syvennetään. Myös toisella asteella esimerkiksi lukion opetussuunnitelmissa on erikseen mainittu aritmeettinen ja geometrinen lukujonon ja summa keskeiseksi sisältöaiheeksi sekä taloudellisiin tilanteisiin soveltuvat matemaattiset mallit, joissa hyödynnetään lukujonoja ja summia. Lukujonotaidot ovatkin hyvin oleellisia taitoja itse kullekin kouluiän jälkeen arjessa ja usein työelämässään. Vielä yliopistomatematiikassa esimerkiksi analyysiin perustuvilla kursseilla, kuten Sarjat aihealueet ovat keskiössä ja myös todennäköisyyslaskennassa ja tilastoissa.

Lukumäärillä laskemisen taidot: kokonaisluvut

Lukumäärien laskeminen luo pohjaa laskujen ratkomiselle. Esiopetusikäinen harjoittelee laskuja konkreettisilla lukumäärillä ja käyttää usein apuna laskujen luettelemista tai sormia. Vähitellen lapsi oppii, miten konkreettisilla esineillä esitetyt laskutoimitukset ja ongelmanratkaisutehtävät esitetään numeroin ja merkein ja näin siirrytään kohti symboleilla laskemista. Tässä aritmeettisen laskutaidon kehityksen alkuvaiheessa lapsi tyypillisesti ratkoo laskutehtäviä lukuja luettelemalla tai sormia ja esineitä apuna käyttäen.

Vähitellen laskusujuvuuden kehittyessä lapsi siirtyy mielessä tapahtuvaan luettelemalla laskemiseen. Tehokkaan laskemisen strategian yksi tunnusmerkki on se, että lukuja tarvitsee luetella mahdollisimman vähän. Esimerkiksi yhteenlaskussa laskeminen aloitetaan suuremmasta luvusta ($2+6 \rightarrow 6, 7, 8$). Vähennyslaskussa $9-7$ puolestaan on helpompi luetella seitsemästä kaksi eteenpäin kuin yhdeksästä seitsemän taaksepäin.

Yksinumeroisilla luvuilla laskemisen ohella lapsen täytyy hallita hyvin lukujen suuruusluokka ja ymmärtää lukujärjestelmän säännönmukaisuus eli loogisuus. Vasta silloin hän pystyy soveltamaan pienemmillä luvuilla opittuja laskutoimituksia isommille lukualueille. Kun lukualue laajenee kaksinumerosiin ja sitä suurempiin lukuihin, tulee lapsen ymmärtää lukujen rakenne eli paikka-arvo ja kymmenjärjestelmä eli se, että numeron suuruus on tulkittavissa niiden paikan perusteella. Haasteet näissä taidoissa heijastuvat myöhemmin vaikkapa opeteltaessa desimaalilukuja.



Murto-, desimaali- ja prosenttiluvut: rationaali- ja reaaliluvut

Kun kokonaisluvuista siirrytään murtolukuihin ja desimaalilukuihin, käytetään käsitteitä rationaaliluvut ja reaaliluvut. Murtolukujen hallinta ja niiden yhdistäminen desimaali- ja prosenttilukuihin on keskeinen taito, jota arjessakin paljon tarvitaan. Murtolukujen yhteydessä on hyvä kiinnittää huomiota niiden erityispiirteisiin verrattuna kokonaislukuihin. Murtolukuja käsiteltäessä olennaista on lukujen välinen suhde, ei yksittäisen numeron suuruus (esim. $5/99$ on pienempi kuin $5/9$). Kokonaislukujen lainalaisuudet esimerkiksi kerto- ja jakolaskuissa eivät päde murtoluvuissa, mikä tekeekin murtolukujen hallinnasta ison kehityksellisen haasteen. Tärkeää on siis rakentaa tikapuut eli ymmärrys, joka kantaa, kun opetus menee yläluokille ja siitä eteenpäin.

Lähde: Koponen, T., Salminen, J. & Sorvo, R. 2020 Matematiikan perustaitojen oppimisvaikeudet. Teoksessa Ahonen, T., Aro, M., Aro, T., Lerkkanen, M.-K. & Siiskonen, T. (toim.) Oppimisen vaikeudet. Niilo Mäki Instituutti.

