

Tasot  
T1-H3

# Matematiikka ja matematiikan soveltaminen 4 osp, pakollinen

Tämän materiaalin avulla opiskelija voi suorittaa itsenäisesti tai ohjatusta matematiikan pakollisen osa-alueen. Materiaali soveltuu kaikille ammattialoille.

Materiaali ei sisällä tehtäviä, jotka vaativat monipuolista ja laaja-alaista tiedon soveltamista (H4-K5 -tasot).

## SISÄLTÖ

Kappale 1: Peruslaskutoimitukset

Kappale 2: Prosenttilaskenta

Kappale 3: Geometria

Kappale 4: Talous- ja tilastomatematiikan perusteet



NAO-hanke, päivitetty ALADIN- ja Osaajaksi – alla kan! -hankkeessa  
Keski-Pohjanmaan ammattiopisto, Mirka Rajaniemi 28.5.2022

CC BY 4.0

Päivitetty 30.7.2024



## 3.2.1 Matematiikka ja matematiikan soveltaminen

### Pakolliset osaamistavoitteet, 4 osp

#### Perusmatematiikan käyttö työ ja arkielämässä

##### Opiskelija

- laskee peruslaskutoimitukset kokonais-, desimaali- ja murtoluvuilla
- laskee prosenttilaskut
- tekee talousmatematiikan laskelmia (tulot, menot, korot, lainat ja verot)
- toteuttaa mittayksiköiden muunnoksia
- ratkaisee ensimmäisen asteen yhtälöitä
- laskee tavanomaisimpia pinta-ala ja tilavuuslaskutoimituksia
- laskee mittakaavaan liittyviä laskutoimituksia
- hyödyntää suorakulmaisen kolmion geometriaa käytännön ongelmien ratkaisemisessa.

#### Loogisen päättelykyvyn, matemaattisten menetelmien ja apuvälineiden käyttö matemaattisten ongelmien ratkaisemiseen

##### Opiskelija

- mallintaa yksinkertaisia ongelmia ensimmäisen ja vaillinaisen toisen asteen yhtälöillä, ratkaisee ne ja tulkitsee saatuja tuloksia
- käyttää laskinta, taulukkolaskentaohjelmaa ja muita apuvälineitä ongelmien ratkaisemiseen
- etsii taulukoista ja kuvaajista ongelmien ratkaisemisessa tarvittavaa tietoa
- käsittelee ja havainnollistaa tilastollisia aineistoja
- määrittää ja tulkitsee tunnuslukuja (keskiarvon, moodin ja mediaanin) tilastollisista aineistoista
- havaitsee suureiden välisiä riippuvuuksia ja verrannollisuuksia.

#### Tulosten oikeellisuuden, suuruusluokan ja käytetyn ratkaisumenetelmän arviointi

##### Opiskelija

- varmistaa laskelmien oikeellisuuden
- varmistaa, että tuloksen yksikkö ja numerotarkkuus on mielekäs
- arvioi käytetyn ratkaisumenetelmän käyttökelpoisuutta.

#### Matemaattisen osaamisen arviointi ja merkityksen tunnistaminen

##### Opiskelija

- tunnistaa omat vahvuutensa ja kehittämiskohteensa matemaattisessa osaamisessaan
- tunnistaa matematiikan merkityksen työvälineenä työ ja arkielämässä.

## Arviointi

Opiskelija	
Tyydyttävä 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• tarvitsee ajoittain tukea rutiinomaisissa tilanteissa</li> <li>• toimii tutuissa vuorovaikutustilanteissa asianmukaisesti</li> <li>• tuntee osa-alueen sisältämiä peruskäsitteitä ja tietoja</li> <li>• käyttää perustietoa kaavamaisesti</li> <li>• arvioi suoriutumistaan</li> </ul>
Tyydyttävä 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• toimii pääosin omatoimisesti rutiinomaisissa tilanteissa</li> <li>• toimii tutuissa vuorovaikutustilanteissa yhteistyökykyisesti</li> <li>• tuntee osa-alueen keskeiset käsitteet ja tiedot</li> <li>• käyttää perustietoa tarkoituksenmukaisesti</li> <li>• arvioi suoriutumistaan ja tunnistaa vahvuuksiaan ja kehittämisen kohteitaan</li> </ul>
Hyvä 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• toimii omatoimisesti rutiinomaisissa tilanteissa</li> <li>• toimii tavanomaisissa vuorovaikutustilanteissa yhteistyökykyisesti</li> <li>• ratkaisee tavanomaisia ongelmatilanteita</li> <li>• hallitsee osa-alueen keskeiset käsitteet ja tiedot</li> <li>• käyttää tietoa monipuolisesti</li> <li>• arvioi suoriutumistaan ja tekee ehdotuksia toimintansa kehittämiseksi</li> </ul>
Hyvä 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• toimii omatoimisesti rutiinomaisissa ja vaihtelevissa tilanteissa</li> <li>• toimii tavanomaisissa vuorovaikutustilanteissa yhteistyökykyisesti ja rakentavasti</li> <li>• ratkaisee ongelmatilanteita käyttäen monipuolisia tapoja</li> <li>• hallitsee osa-alueen käsitteet ja tiedot sekä tunnistaa siihen liittyviä erityispiirteitä</li> <li>• soveltaa tietoa monipuolisesti ja perustellusti</li> <li>• arvioi suoriutumistaan realistisesti sekä tunnistaa vahvuuksiaan ja kehittämisen kohteitaan</li> </ul>
Kiitettävä 5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• toimii omatoimisesti ja suunnitelmallisesti rutiinomaisissa ja vaihtelevissa tilanteissa</li> <li>• toimii vaihtelevissa vuorovaikutustilanteissa yhteistyökykyisesti ja rakentavasti</li> <li>• ratkaisee ongelmatilanteita monipuolisilla tavoilla ja tekee kehittämissuhteita</li> <li>• hallitsee osa-alueen käsitteet ja tiedot laaja-alaisesti ja syvällisesti</li> <li>• soveltaa tietoa monipuolisesti, perustellusti ja kriittisesti</li> <li>• arvioi suoriutumistaan realistisesti ja esittää perusteltuja ratkaisuja osaamisensa kehittämiseksi</li> </ul>

# Sisältö

1	PERUSLASKUTOIMITUKSET .....	6
1.1	Peruskäsitteitä.....	6
	Kymmenjärjestelmä.....	6
	Parillinen ja pariton luku.....	8
	Lukujen pyöristäminen .....	8
	Positiiviset ja negatiiviset luvut .....	11
	Vastaluku, käänteisluku ja itseisarvo.....	12
	Laskujärjestys.....	14
1.2	Mittayksiköt .....	15
	Pituusyksiköt.....	15
	Massayksiköt .....	16
	Pinta-alan yksiköt.....	17
	Tilavuusyksiköt .....	19
	Ajan yksiköt.....	20
1.3	Murtoluvut .....	21
	Murtoluku.....	21
	Laventaminen ja supistaminen .....	22
	Murtoluvun muuttaminen desimaaliluvuksi .....	24
	Desimaaliluvun muuttaminen murtoluvuksi .....	24
	Murtolukujen väliset laskutoimitukset* .....	26
1.4	Potenssi ja juuri.....	28
	Potenssi.....	28
	Neliöjuuri .....	29
	Kuutiojuuri*.....	30
2	PROSENTTILASKENTA .....	31
2.1	Yhtälöistä.....	31
	Ensimmäisen asteen yhtälö .....	31
	Verranto.....	34
2.2	Prosenttilaskentaa .....	36
	Prosentti ja promille .....	36
	Prosenttiarvon laskeminen .....	37
	Prosenttiluvun laskeminen.....	38
	Lisäys- ja vähennyskerroin.....	39

Muutosprosentti.....	42
Perusarvon laskeminen* .....	43
Prosenttiyksikkö* .....	44
3 GEOMETRIA .....	47
3.1 Mittakaava.....	47
3.2 Tasokuvioita.....	48
Suorakulmio.....	48
Neliö .....	49
Kolmio.....	50
Pythagoraan lause.....	51
Ympyrä .....	52
3.3 Kolmiulotteisia kappaleita.....	55
Suorakulmainen särmiö .....	55
Kuutio.....	56
Lieriö .....	57
Kartio.....	58
Pallo .....	59
4 TALOUS- JA TILASTOMATEMATIIKAN PERUSTEET .....	61
4.1 Palkka .....	61
4.2 Tilastomatematiikka.....	62
4.3 Arvonlisävero .....	65
Arvonlisäveron laskeminen verottomasta hinnasta .....	65
Arvonlisäveron laskeminen verollisesta hinnasta .....	66
4.1 Laina ja korko .....	69
LIITE: TESTAA TAITOSI! (Oppimisen seuranta).....	72
LIITE: MALLIKOKEITA .....	95
LIITE: VASTAUKSET .....	101

# 1 PERUSLASKUTOIMITUKSET

Tämä materiaali on kirjoitettu tasoille T1 - H3, jos tavoittelet parempaa arviointia (H4 - K5), niin sinun kannattaa hyödyntää myös jotain ammatillisen koulutuksen matematiikan oppikirjaa, josta löytyy enemmän soveltavia harjoitustehtäviä.

Huomioithan, että osa tämän materiaalin tehtäväosioiden kappaleista ja tehtävistä on merkitty \*-merkinnällä. Nämä \*-merkityt kappaleet ja tehtävät ovat vähintään H3-tasoisia.

## 1.1 Peruskäsitteitä

### Kymmenjärjestelmä

Jokaisella lukuyksiköllä on numerossa oma paikkansa. Seuraavissa tehtävissä kerrataan **kymmenjärjestelmä** ja opetellaan siirtämään pilkkua kerrottaessa ja jaettaessa kymmenellä, sadalla ja tuhannella.

### Tehtäviä

1 - 1 Laita kohdat a – k oikeisiin ruutuihin.

1	4	6	5	2	1	7	,	6	7	9

- a) sadat
- b) tuhannet
- c) sadasosat
- d) miljoonat
- e) kymmenesosat
- f) sadattuhannet
- g) desimaalipilkku
- h) kymmenettuhannet
- i) kymmenet
- j) tuhannesosat
- k) ykköset

1 - 2

Kerro ja jaa seuraavat luvut **kymmenellä**. Laske päässä-laskuna.

	Tulo	Osamäärä
120		
15		
0,84		
67,23		
1 573,12		

**Huom!**

**Tulolla** tarkoitetaan kertolaskun tulosta ja

**osamäärällä** tarkoitetaan jakolaskun tulosta.

1 - 3

Kerro ja jaa seuraavat luvut **sadalla**. Laske päässä-laskuna.

	Tulo	Osamäärä
540		
2,76		
0,23		
67,12		
3 546		

1 - 4

Kerro ja jaa seuraavat luvut **tuhannella**. Laske päässä-laskuna.

	Tulo	Osamäärä
41		
5,5		
0,54		
176		

## Parillinen ja pariton luku

Luku on **parillinen**, jos se on jaollinen luvulla 2. Parillisia positiivisia kokonaislukuja ovat 0, 2, 4, 6, ....

Luku on **pariton**, jos se ei ole jaollinen luvulla 2. Parittomia positiivisia kokonaislukuja ovat 1, 3, 5, 7, ....

## Tehtäviä

**1 - 5** Mistä tiedät onko luku parillinen?

**1 - 6** Mitkä seuraavista luvuista ovat parillisia lukuja?

- |          |        |        |
|----------|--------|--------|
| a) 9     | b) 120 | c) 455 |
| d) 1 098 | e) -6  | f) 0   |
| g) -123  | h) 99  | i) 1   |

## Lukujen pyöristäminen

**Luvun pyöristäminen** tarkoittaa luvun numeerisen arvon korvaamista sen likiarvolla. Lukuja pyöristetään, jotta saadaan helpommin kirjoitettava tai käsiteltävä arvo alkuperäiselle luvulle.

Pelisäännöt lukujen pyöristämiseen:

- ✓ Lopputulos voidaan antaa pääsääntöisesti sillä tarkkuudella kuin on epätarkin lähtöarvo.
- ✓ Rahasta puhuttaessa lopputulos kannattaa usein antaa kahden desimaalin eli senttien tarkkuudella.
- ✓ Jos pyöristettäessä ensimmäinen pois jätetty numero on 5 tai suurempi, korotetaan viimeinen mukaan tuleva numero yhdellä. Muulloin ei koroteta.
- ✓ Suomessa käteismaksut pyöristetään lähimpään 5 senttiin. Pyöristäminen ei koske tilisiirtoja.

**ESIM. 1.1**  $\pi$  (pii) on päättymätön desimaaliluku. Kahden desimaalin tarkkuudella sen likiarvo on 3,14.

**Huom!**

Muista käyttää likiarvoa merkittäessä symbolia  $\approx$ ,  
esim.  $\pi \approx 3,14$

**ESIM. 1.2** Luku 1 845 on  
kymmenten tarkkuudella 1 850  
satojen tarkkuudella 1 800  
tuhansien tarkkuudella 2 000

**ESIM. 1.3** Luku 3,274 on  
sadasosin tarkkuudella 3,27  
kymmenesosien tarkkuudella 3,3  
ykkösten tarkkuudella 3

**ESIM. 1.4** Käteisostoissa, kun pienin käytössä oleva kolikko on 5 senttiä  
75,31 €  $\approx$  75,30 €  
129,93 €  $\approx$  129,95 €  
67,56 €  $\approx$  67,55 €  
3,79 €  $\approx$  3,80 €

## Tehtäviä

**1 - 7** Ilmoita luku 2 852

a) kymmenten tarkkuudella	
b) satojen tarkkuudella	
c) tuhansien tarkkuudella	

**1 - 8** Ilmoita luku 6,835

a) ykkösten tarkkuudella	
b) kymmenesosien tarkkuudella	
c) sadasosien tarkkuudella	
d) tuhannesosien tarkkuudella	

1 - 9

Ilmoita  $\pi$ 

kymmenesosien tarkkuudella	$\pi \approx$
sadasosien tarkkuudella	$\pi \approx$
tuhannesosien tarkkuudella	$\pi \approx$

1 - 10

Täydennä seuraavaan taulukkoon maksujen määrät käteisostoissa (lähimpään 5 senttiin) ja tiliostoissa.

Maksu €	Käteisostoissa	Tiliostoissa
12,38 €		
12,60 €		
436,54 €		
9,33 €		
1 098,12 €		
0,98 €		

1 - 11

Tee taulukkolaskentaohjelmaa käyttäen taulukointi, josta ilmenee summille 50 € - 1 000 € (50 €:n välein) vastaavat arvot Yhdysvaltain dollareina. Etsi vaihtokurssi verkosta ja kirjaa se näkyviin.

Valuuttakurssi:

€	USD
50	
100	
...	
1 000	

1 - 12

Käytä seuraavissa tehtävissä verkosta löytyvää valuuttakurssia. Voit käyttää tehtävissä myös taulukkolaskentaohjelmaa.

a) Tilaat Yhdysvalloista tuotteen, joka maksaa 340 USD. Kuinka paljon tuote maksaa euroissa?

Vaihdettava summa:  USD  
 Valuuttakurssi:   
 Vaihtosumma:  €

b) Varaosaliikkeellä erääntyy 8 940 Englannin punnan suuruinen lasku. Kuinka paljon lasku on arviolta euroina?

Laskun summa:	8 940	GBP
Valuuttakurssi:		
<b>Laskun summa:</b>		€

## Positiiviset ja negatiiviset luvut

- ✓ Luku on **positiivinen**, jos se on suurempi kuin nolla.
- ✓ Luku on **negatiivinen**, jos se on pienempi kuin nolla.
- ✓ Positiivisen luvun edessä voidaan käyttää etumerkkiä +, mutta se voidaan jättää myös pois.
- ✓ Negatiivisen luvun edessä etumerkki – on aina pakollinen.

## Tehtäviä

**1 - 13** Laske päässä paljonko annat seuraavista ostoksista asiakkaalle takaisin, kun asiakkaalla on vain yksi 100 €:n seteli, jolla hän maksaa ostokset.

Ostosten summa €	Takaisin €
1,50 €	
97,40 €	
50,50 €	
23,67 €	
9,52 €	
10,42 €	
0,93 €	

1 - 14

Laske

a)  $6 + (-6) =$

b)  $-6 + 6 =$

c)  $-6 + (-6) =$

d)  $-6 - 6 =$

**Huom!**

Jakolasku voidaan merkitä

$$6 : 3 = \frac{6}{3} = 2$$

1 - 15

Laske

a)  $4 \cdot (-3) =$

b)  $-4 \cdot (-3) =$

c)  $-4 \cdot 3 =$

d)  $\frac{-6}{3} =$

e)  $\frac{-6}{-3} =$

f)  $\frac{6}{-3} =$

**Merkkisäännöt:**

$$+ \cdot + = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$- \cdot - = +$$

$$\frac{+}{+} = +$$

$$\frac{+}{-} = -$$

$$\frac{-}{+} = -$$

$$\frac{-}{-} = +$$

1 - 16

Ulkona on  $-9$  astetta pakkasta. Ilma jäähtyy vielä yön aikana 4 astetta. Paljonko lämpötila oli yöllä? Kirjoita laskutoimitus näkyviin.

1 - 17

Seuraavana aamuna lämpötila on  $-6$  astetta. Aurinkoisena kevätpäivänä ilma lämpenee päivän aikana 10 astetta ja illan aikana taas jäähtyy 5 astetta. Paljonko lämpötila on illalla? Kirjoita laskutoimitus näkyviin.

## Vastaluku, käänteisluku ja itseisarvo

Luvun ja sen **vastaluvun** summa on 0.

**ESIM. 1.5** Luvun 2 vastaluku on  $-2$ , koska

$$2 + (-2) = 0.$$



## Laskujärjestys

**Laskujärjestys** on järjestys, jossa matemaattisen lausekkeen laskutoimitukset tehdään.

Pelisäännöt laskujärjestykseen

- ✓ Ensin suoritetaan kerto- ja jakolaskut siinä järjestyksessä kuin ne on kirjoitettu.
- ✓ Tämän jälkeen suoritetaan yhteen- ja vähennyslaskut (järjestys on vapaa).
- ✓ Suluilla voidaan muuttaa laskujärjestystä. Sisäkkäisissä suluissa aloitetaan aina sisimmistä suluista.

### ESIM. 1.9

$$15 : 3 \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10$$

### ESIM. 1.10

$$20 : 2 - 4 \cdot 2 = 10 - 8 = 2$$

### ESIM. 1.11

$$4 - 2 \cdot (5 + 2) = 4 - 2 \cdot 7 = 4 - 14 = -10$$

## Tehtäviä

### 1 - 21

Laske

a)  $8 + 3 \cdot 6 =$

b)  $4 \cdot 6 : 3 =$

c)  $4 - 2 \cdot 9 + 1 =$

d)  $-3 + 2 \cdot 3 =$

e)  $5 + 2 \cdot (3 \cdot 2 + 2) =$

f)  $9 : 3 \cdot 3 =$

## 1 - 22 Laske

a)  $2 \cdot (-3) \cdot 4 =$

b)  $-4 \cdot (-2) \cdot 2 =$

c)  $-2 \cdot (-2) \cdot (-3) =$

d)  $\frac{-8}{-2 \cdot 2} =$

e)  $2 - (-3) \cdot 3 =$

f)  $-9 - 12 : 3 =$

## 1.2 Mittayksiköt

Mittayksiköiden avulla voidaan asioita vertailla ja arvioida. Tummennetuissa ruuduissa olevat mittayksiköt ovat useimmiten arkielämän ja monen ammatin kannalta tärkeimmät.

### Pituusyksiköt

km	hm	dam	<b>m</b>	dm	cm	mm
kilometri	hehtometri	dekametri	<b>metri</b>	desimetri	senttimetri	millimetri
1 000 m	100 m	10 m	<b>1 m</b>	0,1 m	0,01 m	0,001 m

#### ESIM. 1.12

$$120 \text{ mm} = 12 \text{ cm} = 1,2 \text{ dm} = 0,12 \text{ m}$$

#### ESIM. 1.13

$$5 \text{ km} = 50 \text{ hm} = 500 \text{ dam} = 5\,000 \text{ m}$$

#### Huom!

Kun yksikkö pienenee,  
niin luku aina suurenee,

ja

kun yksikkö suurenee,  
niin luku aina pienenee.

## Tehtäviä

1 - 23 Muunna metreiksi.

- a) 9 km                      b) 5 cm  
c) 12 mm                    d) 2 dm

1 - 24 Muunna kilometreiksi

- a) 25 m                      b) 145 cm  
c) 1,5 m                    d) 1 200 cm

1 - 25 Muunna senttimetreiksi

- a) 3 mm                      b) 14 dm  
c) 11 m                      d) 0,6 km

## Massayksiköt

kg	hg	dag	<b>g</b>	dg	cg	mg
kilo-gramma	hehto-gramma	deka-gramma	<b>gramma</b>	desi-gramma	sentti-gramma	milli-gramma
1 000 g	100 g	10 g	<b>1 g</b>	0,1 g	0,01 g	0,001 g

ESIM. 1.14

$$165 \text{ mg} = 16,5 \text{ cg} = 1,65 \text{ dg} = 0,165 \text{ g}$$

ESIM. 1.15

$$0,12 \text{ kg} = 1,2 \text{ hg} = 12 \text{ dag} = 120 \text{ g}$$

**Huom!**

1 tonni (t) = 1 000 kg

## Tehtäviä

1 - 26 Muunna grammoiksi.

- a) 4 kg                      b) 324 mg  
c) 0,575 kg                d) 2 mg

1 - 27 Muunna kilogrammoiksi.

- a) 750 g                      b) 540 mg  
c) 1 200 g                  d) 1 253 dg

1 - 28 Montako 15 gramman voipalaa saat 0,5 kg:n voipaketista?

1 - 29 Paljonko maksaa 250 grammaa irtokarkkeja, jos karkkien kilohinta on 11,25 €?

1 - 30 Merikontin paino on 2 300 kg. Paljonko paino on tonneina?

1 - 31 Montako 25 kg:n turvesäkkiä saa laittaa yhdelle lavalle, kun täysi lava saa painaa 0,6 tonnia ja lavan paino on 29 kg?

## Pinta-alan yksiköt

km <sup>2</sup>	ha	a	m <sup>2</sup>	dm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>
neliö- kilometri	hehtaari	aari	<b>neliömetri</b>	neliö- desimetri	neliö- senttimetri	neliö- millimetri

Siirryttäessä seuraavaan yksikköön luku joko jaetaan tai kerrotaan sadalla, jolloin pilkku siirtyy aina kahden yli.

### ESIM. 1.16

$$2 \text{ km}^2 = 200 \text{ ha} = 20\,000 \text{ a} = 2\,000\,000 \text{ m}^2$$

### ESIM. 1.17

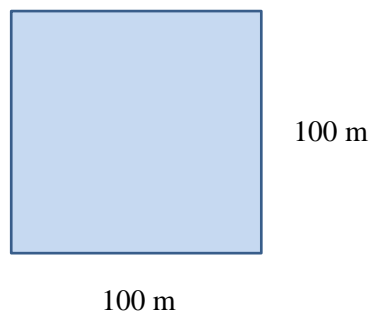
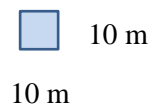
$$340 \text{ mm}^2 = 3,4 \text{ cm}^2 = 0,034 \text{ dm}^2 = 0,000 34 \text{ m}^2$$

#### Huom!

Aareista ja hehtaareista puhutaan kuvattaessa maa-alaa esim. peltoalaa, metsäalaa ja tontin alaa.

### Tehtäviä

**1 - 32** Kumpi seuraavista neliöistä kuvaa yhden aarin aluetta ja kumpi yhden hehtaarin aluetta?



**1 - 33** Muunna neliömetreiksi.

- |                     |                       |
|---------------------|-----------------------|
| a) $4 \text{ km}^2$ | b) $432 \text{ cm}^2$ |
| c) 20 a             | d) 500 ha             |

**1 - 34** Muunna aareiksi.

- |                         |                       |
|-------------------------|-----------------------|
| a) $90 \text{ m}^2$     | b) $0,2 \text{ km}^2$ |
| c) $1 250 \text{ cm}^2$ | d) 5 ha               |

## Tilavuusyksiköt

**Tilavuutta** voidaan kuvata joko kuutiomitoilla tai vetomitoilla.

km <sup>3</sup>	hm <sup>3</sup>	dam <sup>3</sup>	<b>m<sup>3</sup></b>	dm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	mm <sup>3</sup>
kuutio- kilometri	kuutio- hehtometri	kuutio- dekametri	<b>kuutio- metri</b>	kuutio- desimetri	kuutio- senttimetri	kuutio- millimetri

Kuutiomitoissa siirryttäessä seuraavaan yksikköön luku joko jaetaan tai kerrotaan tuhannella, jolloin pilkku siirtyy aina kolmen yli.

### ESIM. 1.18

$$5 \text{ m}^3 = 5\,000 \text{ dm}^3$$

### ESIM. 1.19

$$120 \text{ mm}^3 = 0,12 \text{ cm}^3$$

kl	hl	dal	<b>l</b>	dl	cl	ml
kilolitra	hehtolitra	dekalitra	<b>litra</b>	desilitra	senttilitra	millilitra
0,001 kl	0,01 hl	0,1 dal	<b>1 l</b>	10 dl	100 cl	1 000 ml

Kuutiomittojen ja vetomittojen välillä vallitsee seuraavat yhtäsuuruudet:

$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ l}$ $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$ $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$
---

### ESIM. 1.20

$$0,5 \text{ l} = 5 \text{ dl} = 50 \text{ cl} = 500 \text{ ml}$$

### ESIM. 1.21

$$125 \text{ ml} = 12,5 \text{ cl} = 1,25 \text{ dl} = 0,125 \text{ l}$$



## 1.3 Murtoluvut

### Murtoluku

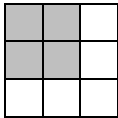
Murtoluvussa on **osoittaja** ja **nimittäjä**:

$$\frac{1}{4}$$

osoittaja  
murtoviiva  
nimittäjä

Murtoluku kertoo, montako osaa jostakin kokonaisesta otetaan.

#### ESIM. 1.22



Neliöstä tummennettuna on  $\frac{4}{9}$ .

Sellaista murtolukua, jossa on kokonaisosa, kutsutaan **sekaluvuksi**, esimerkiksi

$$\text{kokonaisosa} \longrightarrow 3 \frac{1}{4} \longleftarrow \text{murto-osa}$$

Osoittaja voi olla myös nimittäjää suurempi.

#### ESIM. 1.23

$$3 \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

Osoittaja lasketaan  $3 \cdot 4 + 1 = 13$  ja nimittäjä ei muutu.

#### ESIM. 1.24

$$2 \frac{3}{10} = \frac{23}{10}$$

Osoittaja lasketaan  $2 \cdot 10 + 3 = 23$  ja nimittäjä ei muutu.

#### Huom!

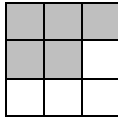
Kokonaisluvusta tulee murtoluku, kun nimittäjäksi laitetaan 1:

$$5 = \frac{5}{1}$$

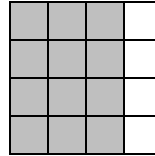
## Tehtäviä

1 - 42 Mikä osa seuraavista neliöistä on tummennettuna?

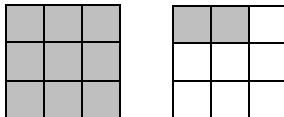
a)



b)



c)



1 - 43 Muunna murtoluvuksi.

a)  $1\frac{1}{3}$

b)  $2\frac{3}{4}$

c)  $6\frac{1}{5}$

d)  $12\frac{1}{4}$

1 - 44 Muunna sekaluvuksi

a)  $\frac{10}{3}$

b)  $\frac{12}{4}$

c)  $\frac{50}{5}$

d)  $\frac{9}{4}$

## Laventaminen ja supistaminen

**Laventamisessa** sekä osoittaja että nimittäjä kerrotaan samalla luvulla.

**ESIM. 1.25**

$$\begin{array}{l} 2)2 \\ \square 5 \end{array} = \frac{4}{10}$$

**ESIM. 1.26**

$$\begin{array}{l} 3)6 \\ \square 7 \end{array} = \frac{18}{21}$$

## Tehtäviä

1 - 45 Lavenna.

$$\text{a) } \frac{2^1}{3} =$$

$$\text{b) } \frac{3^3}{4} =$$

$$\text{c) } \frac{6^1}{5} =$$

$$\text{d) } \frac{5^1}{4} =$$

**Supistamisessa** osoittaja ja nimittäjä jaetaan samalla luvulla.

ESIM. 1.27

$$\frac{4^{(2)}}{10} = \frac{2}{5}$$

ESIM. 1.28

$$\frac{18^{(3)}}{21} = \frac{6}{7}$$

## Tehtäviä

1 - 46 Supista.

$$\text{a) } \frac{6^{(2)}}{8} =$$

$$\text{b) } \frac{6^{(6)}}{24} =$$

$$\text{c) } \frac{7^{(7)}}{14} =$$

$$\text{d) } \frac{20^{(10)}}{90} =$$

1 - 47 Millä supistaisit seuraavat murtoluvut? Tee supistaminen.

$$\text{a) } \frac{9}{18} =$$

$$\text{b) } \frac{18}{48} =$$

## Murtoluvun muuttaminen desimaaliluvuksi

Usein murtoluvuilla laskeminen on hankalampaa kuin desimaaliluvuilla, joten murtoluvut voi usein laskiessa muuttaa ensin desimaaliluvuiksi.

### ESIM. 1.29

$$\frac{3}{4} \text{ kg} = 0,75 \text{ kg}$$

Muutettaessa murtolukua desimaaliluvuksi, joudutaan usein tekemään pyöristyksiä.

### ESIM. 1.30

$$\frac{1}{3} \text{ m} = 0,33333 \dots \text{ m} \approx 0,33 \text{ m}$$

**1 - 48** Muunna desimaaliluvuksi.

a)  $\frac{1}{5}$

b)  $\frac{6}{7}$

c)  $3\frac{1}{5}$

d)  $1\frac{1}{3}$

## Desimaaliluvun muuttaminen murtoluvuksi

Muutettaessa desimaaliluku murtoluvuksi tulee huomioida, että

- kokonaisosa tulee pilkun vasemmalle puolelle
- pilkun oikealla puolella on kymmenesosat, sitten sadasosat ja tuhannesosat jne...

### ESIM. 1.31

$$0,1 = \frac{1}{10}$$

### ESIM. 1.32

$$0,13 = \frac{13}{100}$$

### ESIM. 1.33

$$0,133 = \frac{133}{1000}$$

### ESIM. 1.34

$$1,07 = 1 \frac{7}{100}$$

**ESIM. 1.35** Toisinaan on tarpeen myös supistaa, esimerkiksi

$$2,5 = 2 \frac{5}{10} = 2 \frac{1}{2}$$

## Tehtäviä

**1 - 49** Muunna murtoluvuksi.

a) 0,6

b) 0,06

c) 1,9

d) 12,25

**1 - 50** Laita seuraavat luvut suuruusjärjestykseen.

$$\frac{4}{5} \quad 0,85 \quad \frac{60}{100} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{5}{7}$$

**Huom!**

< pienempi kuin

> suurempi kuin

**1 - 51** Irtokarkkeja on 300 g ja saat niistä  $\frac{1}{6}$ . Paljonko on osuutesi?

**1 - 52** Matkan pituus on 325 km. Siitä on ajettu  $\frac{1}{5}$ . Paljonko matkaa on vielä jäljellä?

**1 - 53** Laudan pituus 3 m. Laudasta tarvitaan  $\frac{2}{3}$ . Paljonko lautaa jää käyttämättä?

## Murtolukujen väliset laskutoimitukset\*

**Yhteen- ja vähennyslaskussa** murtoluvut on tarvittaessa tehtävä *samannimisiksi* laventamalla. Yhteenlaskussa osoittajat lasketaan yhteen ja nimittäjäksi tulee yhteinen nimittäjä. Tulos ilmoitetaan aina mahdollisimman sievässä muodossa.

### ESIM. 1.36

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} + \frac{5}{8} = \frac{6+5}{8} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$$

Vähennyslaskussa osoittajat vähennetään ja nimittäjäksi tulee yhteinen nimittäjä. Sekaluvut kannattaa usein muuttaa epämurtoluvuksi seuraavan esimerkin mukaisesti.

### ESIM. 1.37

$$1\frac{1}{6} - \frac{2}{3} = \frac{7}{6} - \frac{4}{6} = \frac{7-4}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

**Kertolaskussa** osoittajat kerrotaan keskenään ja nimittäjät kerrotaan keskenään.

### ESIM. 1.38

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 3} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

**Jakolaskussa** jaettava kerrotaan jakajan käänteisluvulla.

### ESIM. 1.39

$$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4} : \frac{2}{1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

Huomaathan edellisessä esimerkissä, että kun jokin luku jaetaan kahdella, päädytään samaan tulokseen, kun kyseinen luku kerrotaan puolella.

### ESIM. 1.40

$$2\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{13}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{39}{10} = 3\frac{9}{10}$$

## Tehtäviä

**1 - 54\*** Laske seuraavat murtolukulausekkeet. Ilmoita tulos mahdollisimman sievässä muodossa.

a)  $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$

b)  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$

c)  $1\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$

**1 - 55\*** Laske seuraavat murtolukulausekkeet. Ilmoita tulos mahdollisimman sievässä muodossa.

a)  $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$

b)  $2\frac{4}{5} - \frac{1}{2}$

c)  $3\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$

**1 - 56\*** Laske seuraavat murtolukulausekkeet. Ilmoita tulos mahdollisimman sievässä muodossa.

a)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}$

b)  $1\frac{3}{4} \cdot 5$

c)  $2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6}$

**1 - 57\*** Laske seuraavat murtolukulausekkeet. Ilmoita tulos mahdollisimman sievässä muodossa.

a)  $\frac{3}{5} : 2$

b)  $\frac{5}{8} : \frac{2}{3}$

c)  $1\frac{2}{7} : \frac{1}{4}$

**1 - 58\*** Montako tuntia on  $\frac{2}{3}$  vuorokaudesta?

**1 - 59\*** Pullotetaan 10 l mustikkamehua  $\frac{3}{4}$  litran pulloihin. Kuinka monta pulloa tarvitaan?

## 1.4 Potenssi ja juuri

### Potenssi

Potenssimerkintä  $2^3$  tarkoittaa, että luku 2 kerrotaan 3 kertaa itsellään. Vastaavasti

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16.$$

Yllä lukua 2 kutsutaan **kantaluvuksi** ja lukua 4 **eksponentiksi**.

### Tehtäviä

**1 - 60** Miten syötät laskimeen seuraavat potenssit?

a)  $4^2$

b)  $4^3$

c)  $4^{10}$

#### ESIM. 1.41

$$10^1 = 10 \quad (\text{joku luku potenssiin 1 on aina luku itse})$$

$$8^0 = 1 \quad (\text{joku luku potenssiin 0 on aina 1})$$

**ESIM. 1.42** Negatiivisen luvun kohdalla muista käyttää sulkuja. Vertaa seuraavia merkin-  
töjä:

$$-6^2 = -6 \cdot 6 = -36$$

$$(-6)^2 = (-6) \cdot (-6) = 36$$

$$(-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = -216$$

### Tehtäviä

**1 - 61** Kirjoita potenssimuotoon

a)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

b)  $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$

**1 - 62** Laske seuraavat potenssit

- |           |             |             |
|-----------|-------------|-------------|
| a) $7^2$  | b) $4^3$    | c) $2^5$    |
| d) $15^1$ | e) $4^0$    | f) $3^{10}$ |
| d) $-3^2$ | e) $(-3)^2$ | f) $(-3)^3$ |

## Neliöjuuri

**Neliöjuuri** on käänteinen laskutoimitus toiseen potenssiin korottamiselle. Neliöjuurta tarvitaan esimerkiksi pinta-alatehtävissä.

Neliöjuuren ja toisen potenssin välillä vallitsee seuraava yhteys:

**ESIM. 1.43**

$$\sqrt{16} = 4, \text{ koska } 4^2 = 16$$

**ESIM. 1.44** Jos neliön pinta-alasta otetaan neliöjuuri, saadaan yhden sivun pituus. Jos neliön ala on  $25 \text{ m}^2$ , niin yhden sivun pituus on 5 m.

$$\sqrt{25 \text{ m}^2} = 5 \text{ m}, \text{ koska } (5 \text{ m})^2 = 25 \text{ m}^2$$

Neliöjuuri määritellään vain ei-negatiivisille luvuille. Negatiivisen luvun neliöjuuri ei ole määritelty (reaalilukujoukossa). Nollan neliöjuuri on  $\sqrt{0} = 0$ .

## Tehtäviä

**1 - 63** Miten syötät laskimeen  $\sqrt{25}$ ?

**1 - 64** Laske seuraavat neliöjuuret.

- |                |                |                 |
|----------------|----------------|-----------------|
| a) $\sqrt{4}$  | b) $\sqrt{81}$ | c) $\sqrt{100}$ |
| d) $\sqrt{32}$ | e) $\sqrt{1}$  | f) $\sqrt{-2}$  |

**1 - 65** Neliön muotoinen tontti pinta-ala on  $900 \text{ m}^2$ . Kuinka pitkä on tontin yksi sivu?

## Kuutiojuuri\*

**Kuutiojuuren** avulla voidaan ratkaista esimerkiksi mikä luku korotettuna kolmanteen potenssiin on 27. Tällöin

$$\sqrt[3]{27} = 3, \text{ koska } 3^3 = 27.$$

Esimerkiksi, jos kuution tilavuus on  $27 \text{ m}^3$ , on kuution yhden särmän pituus tällöin 3 m.

Kuutiojuuri voidaan ottaa myös negatiivisesta luvusta.

### ESIM. 1.45

$$\sqrt[3]{-8} = -2, \text{ koska } (-2)^3 = -8.$$

## Tehtäviä

**1 - 66\*** Miten syötät laskimeen  $\sqrt[3]{125}$ ?

**1 - 67\*** Laske seuraavat kuutiojuuret.

a)  $\sqrt[3]{64}$

b)  $\sqrt[3]{1}$

c)  $\sqrt[3]{-1}$

d)  $\sqrt[3]{1000}$

e)  $\sqrt[3]{18}$

f)  $\sqrt[3]{428}$

**1 - 68\*** Kuution muotoisen laatikon tilavuus on  $3\,375 \text{ cm}^3$ . Kuinka pitkä on laatikon yhden särmän pituus?

## 2 PROSENTTILASKENTA

Ennen varsinaista prosenttilaskentaa käydään lyhyesti läpi 1. asteen yhtälön ratkaiseminen sekä verranto. Näitä ratkaisumenetelmiä voit hyödyntää ammattilaskennassa.

### 2.1 Yhtälöistä

**Yhtälössä on aina kaksi lauseketta, jotka merkitään yhtä suuriksi.** Ikään kuin meillä olisi kaksi vaakakuppia, jos toiselle puolelle lisätään tai vähennetään jotain, täytyy se aina muistaa tehdä molemmille puolille, jottei vaakakuppi keinahda epätasapainoon.

Tarkoituksena on löytää tuntemattomalle **muuttujalle** (esim.  $x$  tai  $y$ ) arvo, jolla yhtälö on tosi. Kun tämä ratkaistu arvo sijoitetaan muuttujan paikalle, tulisi yhtälön molempien puolien olla yhtä paljon.

### Ensimmäisen asteen yhtälö

Tarkastellaan ensin summaa ja erotusta yhtälössä.

**ESIM. 2.1** Ratkaise yhtälö  $x + 2 = 10$ .

$$\begin{aligned}x + 2 &= 10 \\x &= 10 - 2 \\x &= 8\end{aligned}$$

Käytännössä edellä molemmilta puolilta vähennetään 2, eli

$$\begin{aligned}x + 2 &= 10 && | - 2 \\x + 2 - 2 &= 10 - 2 \\x &= 8\end{aligned}$$

**ESIM. 2.2** Ratkaise yhtälö  $x - 4 = 7$ .

$$\begin{aligned}x - 4 &= 7 \\x &= 7 + 4 \\x &= 11\end{aligned}$$

Käytännössä edellä molemmille puolille lisätään 4, eli

$$\begin{aligned}x - 4 &= 7 && | + 4 \\x - 4 + 4 &= 7 + 4 \\x &= 11\end{aligned}$$

#### Huom!

Kirjoita vaiheet allekkain niin, että "="-merkit ovat kohdakkain.

#### Huom!

Tarkista sijoittamalla saatu ratkaisu alkuperäiseen yhtälöön.

Seuraavaksi tarkastellaan yhtälön kertomista ja jakamista puolittain jollain luvulla.

**ESIM. 2.3** Ratkaise yhtälö  $\frac{x}{4} = 3$ .

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} &= 3 && | \cdot 4 \\ \frac{4x}{4} &= 4 \cdot 3 && \text{Voi merkitä suoraan } x = 4 \cdot 3 \\ x &= 12\end{aligned}$$

**ESIM. 2.4** Ratkaise yhtälö  $2x = 10$ .

$$\begin{aligned}2x &= 10 && | : 2 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{10}{2} && \text{Voi merkitä suoraan } x = \frac{10}{2} \\ x &= 5\end{aligned}$$

Yhdistetään edellä opittuja asioita seuraavassa esimerkissä:

**ESIM. 2.5** Ratkaise yhtälö  $3x - 4 = x + 8$ .

$$\begin{aligned}3x - 4 &= x + 8 \\ 3x - x &= 8 + 4 \\ 2x &= 12 && | : 2 \\ x &= \frac{12}{2} \\ x &= 6\end{aligned}$$

Tarkistus:

$$\begin{aligned}3 \cdot 6 - 4 &= 6 + 8 \\ 14 &= 14\end{aligned}$$

Jos lopussa päädyimme tilanteeseen, että muuttujan edessä on pelkästään miinusmerkki, voidaan se poistaa jakamalla tai kertomalla yhtälö puolittain luvulla  $-1$ .

**ESIM. 2.6** Ratkaise yhtälö  $x - 2 = 2x$ .

$$\begin{aligned}x - 2 &= 2x \\ x - 2x &= 2 \\ -x &= 2 && | \cdot (-1) \\ x &= -2\end{aligned}$$

## Tehtäviä

### 2 - 1 Ratkaise

a)  $x + 6 = 9$

b)  $x + 7 = 11$

c)  $x - 5 = 8$

d)  $x - 4 = 2$

e)  $2x = x + 2$

f)  $3x + 5 = 2x + 6$

### 2 - 2 Ratkaise

a)  $6x = 12$

b)  $4x = 20$

c)  $-x = -3$

d)  $\frac{x}{3} = 5$

e)  $\frac{x}{4} = 2$

f)  $\frac{x}{5} = -5$

### 2 - 3 Ratkaise

a)  $2x + 1 = x + 1$

b)  $x + 3 = 2x + 1$

c)  $10x = 5x + 10$

d)  $4x + 2 = 2x + 6$

e)  $6x = 9x - 3$

f)  $1,2x = -x + 1,6$

Yhtälöitä voi käyttää ratkaisumenetelmänä sanallisten tehtävien yhteydessä.

**ESIM. 2.7** Asiakas ostaa ikkunatiivistenauhaa 15,5 m ja maksaa ostoksestaan 19,84 €. Laske yhtälöä käyttäen tiivistenauhan metrihintaa.

Merkitään  $x =$  metrihintaa (€/m)

Nyt

$$15,5 \cdot x = 19,84 \quad | : 15,5$$

$$x = \frac{19,84}{15,5}$$

$$x = 1,28$$

Vastaus: Tiivistenauhan metrihintaa on 1,28 €/m.

### Huom!

Usein yksiköt jätetään yhtälön ratkaisuvaiheessa pois. Yksikön voi todeta vastauksessa.

## Tehtäviä

**2 - 4** Kuljetuskustannukset olivat 1,20 €/kg. Laske erän paino yhtälöä käyttäen, kun kuljetuskustannukset olivat yhteensä 194,40 €.

## Verranto

**Verranto** on yhtälön erikoistapaus. Verrannossa kaksi suhdetta on merkitty yhtä suuriksi. Helpoin tapa ratkaista verranto on **ristiinkertominen**.

Tässä kappaleessa käsittelemme pelkästään suoraan verrannollisuutta eli tapauksia kun suureet suurenevät tai pienenevät samassa suhteessa.

**ESIM. 2.8** Potilaalle on määrätty 27 mg vaikuttavaa ainetta. Käytettävissä olevan lääkeaineluoksen vahvuus on 45 mg/ml. Kuinka monta millilitraa potilaalle annetaan?

Tehdään taulukointi:

Vaikuttava aine (mg)	Lääkemäärä (ml)
27	$x$
45	1

Muodostetaan verranto ja kerrotaan ristiin.

$$\frac{27}{45} = \frac{x}{1}$$

$$45 \cdot x = 27 \cdot 1 \quad | : 45$$

$$x = \frac{27 \cdot 1}{45}$$

$$x = 0,6$$

Vastaus: Potilaalle annetaan lääkettä 0,6 ml.

**ESIM. 2.9** Ohjeeseen, josta tulee 70 piparkakkua, käytetään  $\frac{3}{4}$  dl siirappia. Kuinka monta piparkakkua voit valmistaa 3 dl:sta siirappia?

Tehdään taulukointi:

Kpl	Siirappi (dl)
70	0,75
x	3

Muodostetaan verranto ja kerrotaan ristiin. Ristiinkertominen kannattaa tehdä niin, että x jää valmiiksi yhtälön vasemmalle puolelle.

$$\frac{70}{x} = \frac{0,75}{3}$$

$$0,75 \cdot x = 3 \cdot 70 \quad | : 0,75$$

$$x = \frac{3 \cdot 70}{0,75}$$

$$x = 280$$

Vastaus: Piparkakkuja voidaan valmistaa noin 280 kpl.

## Tehtäviä

**2 - 5** Ratkaise

a)  $\frac{x}{32} = \frac{7}{8}$

b)  $\frac{8}{6} = \frac{5}{x}$

c)  $\frac{60}{x} = \frac{34}{52}$

**2 - 6\*** Kahdessa litrassa vettä on suolaa 4,25 dl. Kuinka paljon suolaa tulisi laittaa 7,5 litraan vettä. Käytä verrantoa ratkaisussa.

## 2.2 Prosenttilaskentaa

Prosenttilaskenta on tärkeää kaikilla ammattialoilla. Prosenttien avulla kuvataan esimerkiksi osuuksia ja muutoksia. Myös omassa henkilökohtaisessa elämässä törmää prosentteihin mm. alennusmyynneissä ja pankin kanssa lainaa neuvoteltaessa.

### Prosentti ja promille

**Yksi prosentti on yksi sadasosa**, ja se esitettynä murtolukuna ja desimaalilukuna:

$$1 \% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Toisinaan voi törmätä myös promilleihin, esimerkiksi alkoholipitoisuuden yhteydessä.

**Yksi promille on yksi tuhannesosa**, ja se esitettynä murtolukuna ja desimaalilukuna:

$$1 \text{ ‰} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

**ESIM. 2.10** Muunnetaan seuraavat murtoluvut ja desimaaliluvut prosenteiksi:

a)  $\frac{1}{4} = 0,25 = 25 \%$

b)  $\frac{1}{3} \approx 0,333 = 33,3 \%$

### Tehtäviä

**2 - 7** Moneenko osaan kakku pitää leikata, että yksi viipale on kakusta

- a) 10 prosenttia,
- b) 12,5 prosenttia?

**2 - 8** Muunna seuraavat murtoluvut prosenteiksi:

a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{1}{5}$

c)  $\frac{3}{4}$

d)  $\frac{20}{100}$

e)  $\frac{2}{100}$

f)  $\frac{20}{1000}$

**2 - 9** Muunna seuraavat desimaaliluvut prosenteiksi:

- a) 0,5                                      b) 0,05                                      c) 0,005  
d) 0,0125                                    e) 0,125                                    f) 1,25

**2 - 10** Muunna seuraavat prosentit desimaaliluvuiksi:

- a) 8 %                                        b) 80 %                                    c) 0,8 %  
d) 1,45 %                                    e) 45 %                                    f) 145 %

## Prosenttiarvon laskeminen

**Prosenttiarvo** lasketaan kertomalla perusarvo prosenttikertoimella seuraavasti:

**ESIM. 2.11** Laske 6 prosenttia 1 250 eurosta.

$$0,06 \cdot 1\,250 \text{ €} = 75 \text{ €}$$

**Huom!**

**Perusarvo** on se luku, josta prosentti-osuus otetaan.

**ESIM. 2.12** Laske 12 prosenttia 150 millilitrasta.

$$0,12 \cdot 150 \text{ ml} = 18 \text{ ml}$$

## Tehtäviä

**2 - 11** Laske

- a) 10 % 120 kg:sta,  
b) 4,5 % 800 €:sta,  
c) 34 % 95 m:stä.

**2 - 12** Juuston rasvapitoisuus on 28 %. Paljonko 300 gramman juustopalassa on rasvaa?

**2 - 13** Työpaikan henkilöstöstä 12,5 % on naisia. Paljonko yrityksessä työskentelee naisia, kun henkilöstömäärä on 64?

**2 - 14** Saat alennusmyynnissä 45 %:n alennuksen paidasta, jonka normaalihinta on 59 €. Laske alennuksen osuus.

**2 - 15\*** Kuinka paljon viiden litran boolissa on alkoholia, jos boolin alkoholipitoisuus on 5,5 ‰?

## Prosenttiluvun laskeminen

Kun halutaan laskea ”paljonko joku on jostakin”, niin se ajatellaan ensin osamääränä, jonka jälkeen lopputulos muutetaan prosenteiksi.

**ESIM. 2.13** Paljonko 50 grammaa on 850 grammasta?

$$\frac{50 \text{ g}}{850 \text{ g}} \approx 0,059 = 5,9 \%$$

**ESIM. 2.14** Paljonko 1 200 € on 3 500 €:sta?

$$\frac{1\,200 \text{ €}}{3\,500 \text{ €}} \approx 0,343 = 34,3 \%$$

## Tehtäviä

**2 - 16** Laske montako prosenttia

- a) 315 € on 1 800 €:sta,
- b) 15 g on 300 g:sta,
- c) 20 ml on 50 ml:sta.

**2 - 17** Laske liuoksen suolapitoisuus, kun 15 desilitrassa suolaliuosta on 0,5 desilitraa suolaa.

**2 - 18** Laske alennusprosentti, kun sait 149 €:n tuotteesta alennusta 59,60 €.

## Lisäys- ja vähennyskerroin

Opetellaan lisäyskerroimen käyttö seuraavan esimerkin avulla.

**ESIM. 2.15** Vuokra on 450 € ja siihen tulee 4 %:n korotus. Laske korotuksen suuruus ja uusi vuokra.

Korotuksen osuudeksi saadaan

$$0,04 \cdot 450 \text{ €} = 18 \text{ €},$$

ja näin ollen uudeksi vuokraksi tulee

$$450 \text{ €} + 18 \text{ €} = 468 \text{ €}.$$

Korotettu vuokra voidaan laskea myös toisella tavalla:

**Lisäyskerroin** on

$$100 \% + 4 \% = 104 \% = 1,04.$$

Nyt lasketaan uusi vuokra kertomalla lisäyskerroimella vanha vuokra eli

$$1,04 \cdot 450 \text{ €} = 468 \text{ €}.$$

Korotuksen osuus saadaan vähentämällä uudesta vuokrasta vanha vuokra, eli

$$468 \text{ €} - 450 \text{ €} = 18 \text{ €}.$$

Seuraavassa esimerkissä opetellaan käyttämään vähennyskerrointa.

**ESIM. 2.16** Vakuutusmaksu on vuodessa 185 € ja siitä saadaan keskittämisalennusta 15 %. Paljonko on alennus ja maksettava vakuutuksen määrä.

Alennuksen osuudeksi saadaan

$$0,15 \cdot 185 \text{ €} = 27,75 \text{ €},$$

ja näin ollen uudeksi vakuutusmaksuksi tulee

$$185 \text{ €} - 27,75 \text{ €} = 157,25 \text{ €}.$$

Alennettu vakuutusmaksu voidaan laskea myös toisella tavalla:

**Vähennyskerroin on**

$$100 \% - 15 \% = 85 \% = 0,85.$$

Nyt lasketaan uusi vakuutusmaksu kertomalla lisäskertoimella vanha vakuutusmaksu eli

$$0,85 \cdot 185 \text{ €} = 157,25 \text{ €}.$$

Nyt vakuutusmaksun alennus saadaan laskettua vanhan ja uuden vakuutusmaksun erotuksena, eli

$$185 \text{ €} - 157,25 \text{ €} = 27,75 \text{ €}.$$

**Huom!**

Perusarvo on aina 100 %.

**ESIM. 2.17** Määritetään lisäyskerroin, kun lisäys on

- a) 5 %  $\Rightarrow$  Lisäyskerroin on  $100 \% + 5 \% = 105 \% = 1,05$
- b) 15 %  $\Rightarrow$  Lisäyskerroin on  $100 \% + 15 \% = 115 \% = 1,15$
- c) 1,5 %  $\Rightarrow$  Lisäyskerroin on  $100 \% + 1,5 \% = 101,5 \% = 1,015$

**ESIM. 2.18** Määritetään vähennyskerroin, kun vähennys on

- a) 5 %  $\Rightarrow$  Vähennyskerroin on  $100 \% - 5 \% = 95 \% = 0,95$
- b) 15 %  $\Rightarrow$  Vähennyskerroin on  $100 \% - 15 \% = 85 \% = 0,85$
- c) 1,5 %  $\Rightarrow$  Vähennyskerroin on  $100 \% - 1,5 \% = 98,5 \% = 0,985$

## Tehtäviä

**2 - 19** Määritä lisäyskerroin, kun lisäys on

- a) 2 %  $\Rightarrow$
- b) 12 %  $\Rightarrow$
- c) 1,2 %  $\Rightarrow$

**2 - 20** Määritä vähennyskerroin, kun vähennys on

- a) 3 %  $\Rightarrow$
- b) 35 %  $\Rightarrow$
- c) 3,5 %  $\Rightarrow$

**2 - 21** Laske lisäyskerrointa käyttäen uusi hinta, kun

- a) alkuperäinen hinta on 120 € ja korotus on 14 %,
- b) alkuperäinen hinta on 85 € ja korotus on 8 %.

**2 - 22** Laske vähennyskerrointa käyttäen uusi hinta, kun

a) alkuperäinen hinta on 98 € ja alennus on 25 %,

b) alkuperäinen hinta on 185 € ja alennus on 17 %.

**2 - 23** Matkapuhelimen hinta laski 12 %. Laske uusi hinta, kun vanha hinta oli 220 €.

Lisäys- ja vähennyskerroimet ovat erityisen käteviä silloin, kun tehdään peräkkäisiä muutoksia.

**ESIM. 2.19** Tuotteesta, jonka alkuperäinen hinta on 125 €, annetaan ensin 20 %:n alennus ja alennetusta hinnasta annetaan vielä lisäalennus 15 %. Paljonko tulee tuotteen uudeksi hinnaksi.

$$125 \text{ €} \cdot 0,80 \cdot 0,85 = 125 \text{ €} \cdot 0,68 = 85 \text{ €}.$$

Kertomalla vähennyskerroimet keskenään  $0,80 \cdot 0,85 = 0,68 = 68 \%$  nähdään, että alkuperäisestä hinnasta maksetaan 68 % eli hinnasta on saatu 32 % alennusta. Jos tuotteesta saadaan useampia alennuksia, ei alennusprosentteja voi laskea yhteen kokonaisalennusta laskettaessa.

## Tehtäviä

**2 - 24** Laske 240 € maksavan tuotteen lopullinen hinta, kun siitä saa ensin 20 %:n alennuksen ja vielä lisäksi kanta-asiakasalennuksen 5 %.

**2 - 25** Pysykö 85 kg painavan henkilön paino samana, jos hän ensin lihoo 15 % ja tämän jälkeen laihtuu 15 % painostaan?

## Muutosprosentti

Muutoksista puhutaan yrityselämässä usein prosentteina. Laske ensin määrällinen muutos ja vertaa sitä aina alkuperäiseen arvoon.

**ESIM. 2.20** Vuoden alussa yrityksen henkilöstömäärä oli 64 ja vuoden lopussa 75. Laske kuinka monta prosenttia yrityksen henkilöstömäärä on vuoden aikana kasvanut.

Määrällinen muutos on  $75 - 64 = 11$ . Verrataan sitä nyt alkuperäiseen arvoon, eli

$$\frac{11}{64} \approx 0,172 = 17,2 \%$$

Yrityksen henkilöstömäärä on näin ollen kasvanut 17,2 %.

**Huom!**

Muutoksella on aina suunta.

## Tehtäviä

**2 - 26** Yrityksen liikevaihto oli eräänä vuonna 245 000 €, kun se edellisenä vuonna oli 195 000 €. Laske liikevaihdon muutos prosentteina.

**2 - 27** Vanha vuokra oli 452 € ja uusi vuokra korotuksen jälkeen 468 €. Laske vuokran nousu prosentteina.

**2 - 28** Tuotteen hinta tippui 145 eurosta 125 euroon. Laske hinnan lasku prosentteina.

**2 - 29** Elokvateatterin kävijämäärä oli eräänä kuukautena 7 640 kävijää. Seuraavana kuukautena kävijämäärä oli tippunut 6 250 kävijään. Laske kävijämäärän muutos prosentteina.

Muutosprosentti voidaan laskea myös vertaamalla uutta arvoa suoraan vanhaan, jolloin käytännössä saadaan joko lisäys- tai vähennyskerroin, josta muutoksen suuruuden voi päätellä.

**ESIM. 2.21** Alla olevasta reseptistä saadaan kuusi pyöreää italialaista pizzapohjaa. Pizzapohjia haluttaisiin valmistaa kuitenkin kymmenen kappaletta. Muuntokertoimeksi saadaan

$$\text{kerroin} = \frac{\text{uusi}}{\text{vanha}} = \frac{10}{6} \approx 1,67.$$

Käytännössä taikinasta pitäisi tehdä 1,67-kertainen verrattuna alkuperäiseen eli se on 67 % suurempi kuin alkuperäinen.

<i>Raaka-aine</i>	<i>Määrä</i>	<i>Laskutoimitus</i>	<i>Uusi määrä/10 kpl</i>
<i>hiivaa</i>	<i>15 g</i>	<i>1,67 · 15 g</i>	<i>25 g</i>
<i>vettä</i>	<i>4 dl</i>	<i>1,67 · 4 dl</i>	<i>6 2/3 dl</i>
<i>00-vehnä jauhoja</i>	<i>700 g</i>	<i>1,67 · 10 dl</i>	<i>16 2/3 dl</i>
<i>merisuolaa</i>	<i>1,5 tl</i>	<i>1,67 · 1,5 tl</i>	<i>2,5 tl</i>
<i>oliiviöljyä</i>	<i>2 rkl</i>	<i>1,67 · 2 rkl</i>	<i>3 1/3 rkl</i>

Jos reseptiohjetta pienennetään, niin kerroin jää aina alle ykkösen. Esimerkiksi, jos halutaan valmistaa vain neljä pizzapohjaa, niin

$$\text{kerroin} = \frac{\text{uusi}}{\text{vanha}} = \frac{4}{6} \approx 0,67.$$

Näin ollen taikinasta pitäisi tehdä 0,67-kertainen verrattuna alkuperäiseen eli se on 33 % pienempi kuin alkuperäinen.

## Perusarvon laskeminen\*

Opetellaan seuraavaksi perusarvon eli alkuperäisen arvon laskeminen.

**ESIM. 2.22** Paljonko tuotteen alkuperäinen hinta on, jos se maksaa 96 € 35 %:n alennuksessa?

Lasketaan tehtävä kahdella tavalla:

Koska tuotteesta on saanut 35 %:n alennuksen on hinnasta maksettava osuus 65 %. Voit laskea ensin yhden prosentin osuuden ja sen jälkeen kertoa saadun osuuden sadalla, eli

$$\frac{96 \text{ €}}{65} \cdot 100 \approx 147,69 \text{ €}.$$

Tehtävän ratkaisussa voi myös käyttää apuna 1. asteen yhtälöä, eli

$$0,65 \cdot x = 96 \text{ €},$$

josta saadaan ratkaistua  $x = \frac{96 \text{ €}}{0,65} \approx 147,69 \text{ €}$ .

## Tehtäviä

- 2 - 30\*** Kanisterista on käytetty öljyä 2,8 litraa, joka on koko sisällöstä 70 %. Laske paljonko täydessä kanisterissa on öljyä.
- 2 - 31\*** Paljonko on bruttopalkka, jos verojen jälkeen jää käteen 2 261 €. Veroprosentti on 28,6 %.

## Prosenttiyksikkö\*

Verrattaessa prosenttilukuja keskenään puhutaan prosenttiyksiköistä.

**ESIM. 2.23** Kunnan tuloveroprosentti nousi 19 %:sta 19,5 %:iin. Montako prosenttiyksikköä oli nousu?

Nousu oli

$$19,5 \% - 19 \% = +0,5 \% \text{-yksikköä.}$$

Muutos prosenttiyksiköinä on kahden suhteellista osuutta ilmaisevan prosenttiluvun erotus. Usein vaalien yhteydessä kuulee puhuttavan prosenttiyksiköistä.

## Tehtäviä

- 2 - 32\*** Tilastokeskuksen sivuilla on esitetty [Puolueiden kannatus eduskuntavaaleissa 1991 – 2015](#). Tarkastele kahdeksaa suurinta puoluetta eduskuntavaaleissa 2011 ja 2015. Vastaa seuraaviin kysymyksiin:
- a) Kenen kannatus on noussut? Laske kannatuksen nousu prosenttiyksiköissä.
- b) Kenen kannatus on laskenut? Laske kannatuksen lasku prosenttiyksiköissä.

## Tehtäviä

2 - 33 Laske prosenttiosuudet:

perusarvo	75 %	50 %	25 %	10 %	1 %
1 kg					
200 €					
64 ml					
75 g					
1 400 €					

2 - 34 a) Paljonko 16 ml on prosentteina 65 ml:sta?

b) Korota 350 €:n summaa 10 %:lla.

c) Laske 75 ml:sta pois 15 %.

2 - 35 a) Tuotteen hinta on 159 €. Hintaa nostetaan 5 %, Laske uusi hinta tuotteelle.

b) Hotellihuoneen normaalihinta on 110 €/vrk, viikonloppuisin hinta on 20 % pienempi. Laske hotellihuoneen viikonloppuhinta.

c) Palkka nousee 2 750 eurosta 2 860 euroon. Kuinka monta prosenttia palkka nousi?

2 - 36\*

a) Laske taulukkoon alennetut hinnat käyttäen taulukkolaskentaohjelmaa.

Hinta	Alennus			
	20 %	30 %	40 %	50 %
100				
150				
200				
250				
300				

2 - 37\*

a) Laske koko myynti yhteensä ja paikkakuntaakohtaiset prosentiosuudet. To-  
teuta tehtävä taulukkolaskentaohjelmalla.

Paikkakunta	Myynti €	%-osuus
Kokkola	12 000	
Oulu	25 600	
Jyväskylä	21 500	
Vaasa	18 500	
Yhteensä:		

b) Havainnollista aineistoa ympyrädiagrammilla. Valitse muotoilu, jossa jokai-  
sen sektorin kohdalla näkyy prosentiosuus.

### 3 GEOMETRIA

Ennen tämän kappaleen aloittamista kerta vielä kappaleesta 1 mittayksiköt, erityisesti pituus-, pinta-ala- ja tilavuusyksiköt.

#### 3.1 Mittakaava

**Mittakaava tarkoittaa suhdetta** esimerkiksi kartalla olevan matkan ja todellisen matkan välillä.

**ESIM. 3.1** Matka kartalla on 4,5 cm ja kartan mittakaava on 1 : 10 000. Laske todellinen matka.

Todellinen matka on

$$4,5 \text{ cm} \cdot 10\,000 = 45\,000 \text{ cm} = 450 \text{ m} .$$

**ESIM. 3.2** Todellinen matka on 5 km. Kuinka pitkä matka on kartalla, jos kartan mittakaava on 1 : 50 000?

Matka kartalla on

$$5 \text{ km} : 50\,000 = 0,0001 \text{ km} = 10 \text{ cm} .$$

**Huom!**

Tehtävien ratkaisemisessa voi käyttää myös verrantoa.

#### Tehtäviä

**3 - 1** a) Huoneen pohjapiirroksen mittakaava on 1 : 50. Suorakulmaisen huoneen pituus on 70 mm ja leveys 85 mm. Laske huoneen todelliset mitat metreinä.

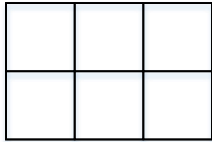
b) Kartan mittakaava on 1 : 250 000. Jos todellisen matkan pituus on 23 km, niin kuinka pitkä matka on kartalla?

**3 - 2\*** Selvitä kartan mittakaava, jos matka kartalla on 3,2 cm ja luonnossa se on 64 km.

## 3.2 Tasokuvioita

### Suorakulmio

Suorakulmion pinta-ala  $A$  lasketaan pituuden ja leveyden tulona. Suorakulmion piiri  $p$  lasketaan sivujen pituuksien summana.

 <p><math>a = 3</math></p> <p><math>b = 2</math></p>	<p><b>PINTA-ALA</b></p> $A = a \cdot b$ <p><b>PIIRI</b></p> $p = 2 \cdot a + 2 \cdot b$	<p><b>ESIM 3.3</b></p> $A = 3 \cdot 2 = 6$ $p = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 10$
---	---	---

### Tehtäviä

3 - 3

a) Suorakulmion pituus on 5 cm ja leveys 3 cm. Laske suorakulmion pinta-ala ja piiri.

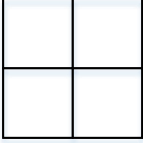
b) Suorakulmion pituus on 7,6 m ja leveys 4,2 m. Laske suorakulmion pinta-ala ja piiri.

3 - 4

Huoneen pituus on 3,8 m, leveys on 4,2 m ja korkeus 2,2 m. Arvioi laskemalla montako neliometriä tarvitaan laminaattia lattian päällystämiseen, montako metriä lattialistaa huoneen kiertämiseen ja montako neliometriä on maalattavaa seinäpinta-alaa, kun ovia ja ikkunoita ei huomioida.

## Neliö

Neliö on suorakulmion erikoistapaus, siinä kaikki sivut ovat yhtä pitkiä.

 <p>a = 2</p>	<p><b>PINTA-ALA</b></p> $A = a \cdot a = a^2$ <p><b>PIIRI</b></p> $p = 4 \cdot a$	<p><b>ESIM 3.4</b></p> $A = 2 \cdot 2 = 2^2 = 4$ $p = 4 \cdot 2 = 8$
--	---	--

## Tehtäviä

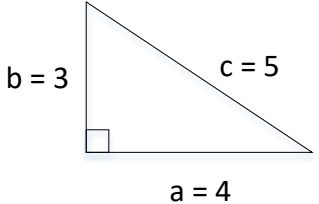
- 3 - 5** Neliön yhden sivun pituus on 5 cm. Laske neliön pinta-ala ja piiri.
- 3 - 6** Seinälle laitetaan pala-peili. Yhden palan mitat ovat 30 cm × 30 cm. Yhdeksän palaa laitetaan neliön muotoon. Laske valmiin peilin pinta-ala.
- 3 - 7** Talossa on kahdeksan neliön muotoista ikkunaa kooltaan 530 mm × 530 mm.
- a) Laske pestävä pinta-ala, kun ikkunat ovat kaksinkertaiset eli yhdessä ikkunnassa on neljä samankokoista pintaa.
- b) Kyseisten ikkunoiden uloimmat reunat kierretään uudella tiivistenauhalla. Paljonko nauhaa menee kahdeksaan ikkunaan (vain yksi kierros per ikkuna)?

### Huom!

Selvitä millainen kappale on **suunnikas** ja miten sen ala ja piiri lasketaan.

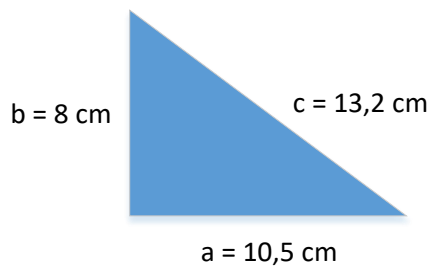
## Kolmio

Kolmioille, erityisesti suorakulmaiselle kolmiolle, löytyy sovellutuksia useilta aloilta, etenkin teknisiltä aloilta kuten rakennusalalta.

 <p><math>b = 3</math> <math>a = 4</math> <math>c = 5</math></p>	<p><b>PINTA-ALA</b></p> $A = \frac{a \cdot b}{2}$ <p><b>PIIRI</b></p> $p = a + b + c$	<p><b>ESIM 3.5</b></p> $A = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ $p = 4 + 3 + 5 = 12$
---	---	---

## Tehtäviä

**3 - 8** Laske alla olevan kolmion piiri ja pinta ala.



**3 - 9** Kuvassa on suorakulmainen kolmio, tasasivuinen kolmio ja tasakylkinen kolmio. Laita oikea nimi kunkin kolmion kohdalle.



Kolmio on \_\_\_\_\_



Kolmio on \_\_\_\_\_



Kolmio on \_\_\_\_\_

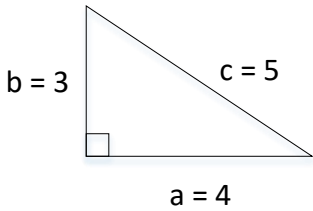
**Huom!**

Kolmion kaikkien kulmien summa on aina  $180^\circ$ .

## Pythagoraan lause

Suorakulmaisen kolmion ominaisuudet ovat erityisen tärkeitä mm. rakennusalalla. **Pythagoraan lauseen** avulla saadaan laskettua suorakulmaisen kolmion yhden sivun pituus, kun kaksi muuta tunnetaan.

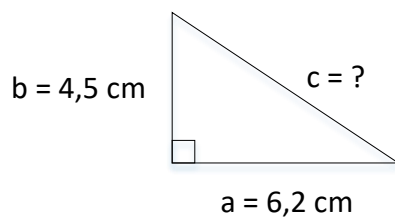
Suoran kulman molemmin puolin olevia sivuja kutsutaan **kateeteiksi**. **Hypotenuusa** on aina suorakulmaisen kolmion pisin sivu.

 <p>A right-angled triangle with a right angle symbol at the bottom-left corner. The vertical leg is labeled <math>b = 3</math>, the horizontal leg is labeled <math>a = 4</math>, and the hypotenuse is labeled <math>c = 5</math>.</p>	<p><b>PYTHAGORAAN LAUSE</b></p> $a^2 + b^2 = c^2$ <p><b>HYPOTENUUSAN PITUUS</b></p> $c = \sqrt{a^2 + b^2}$	<p><b>ESIM 3.6</b></p> $4^2 + 3^2 = 5^2$ <p><b>HYPOTENUUSAN PITUUS</b></p> $c = \sqrt{4^2 + 3^2}$ $c = \sqrt{25}$ $c = 5$
---	--	---

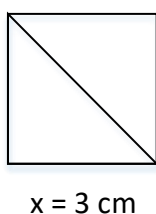
## Tehtäviä

**3 - 10** Kolmion sivujen mitat ovat 6 cm, 8 cm ja 10 cm. Mikä näistä on hypotenuusan pituus? Perustelee laskemalla esimerkin 3.6 mukaisesti.

**3 - 11** Laske alla olevan kolmion hypotenuusan pituus.

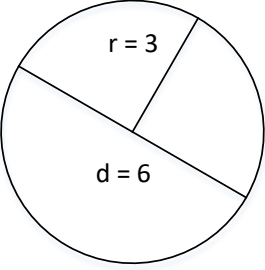


**3 - 12\*** Laske neliön halkaisija, kun yhden sivun pituus on 3 cm.



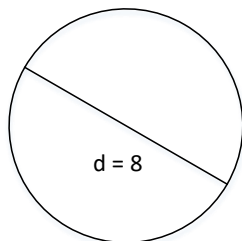
## Ympyrä

Ympyrän pinta alan  $A$  ja kehän pituuden (piiri)  $p$  laskeminen on esitetty seuraavassa taulukossa. Selvitä itsellesi ensin, miten otat  $\pi$ :n omasta laskimestasi. Ympyrän **halkaisija  $d$**  kulkee ympyrän keskipisteen kautta ja yhdistää kaksi kehän pistettä. **Säde  $r$**  on puolet halkaisijasta.

	<p><b>SÄDE</b></p> $r = \frac{d}{2}$ <p><b>PINTA-ALA</b></p> $A = \pi \cdot r^2$ <p><b>KEHÄN PITUUS</b></p> $p = \pi \cdot d = 2 \cdot \pi \cdot r$	<p><b>ESIM 3.7</b></p> $r = \frac{6}{2} = 3$ $A = \pi \cdot 3^2 \approx 28,3$ $p = \pi \cdot 6 = 2 \cdot \pi \cdot 3 \approx 18,8$
---	---	--

## Tehtäviä

**3 - 13** Laske alla olevan ympyrän säde, pinta-ala ja kehän pituus.



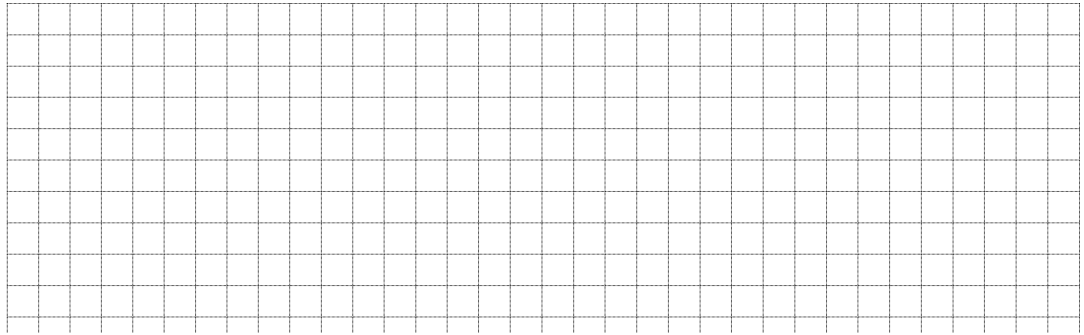
**3 - 14** Istutusalueen halkaisija on 5 m. Laske kuinka suurelle alalle multaa tarvitaan.

**3 - 15** Maailmanpyörän halkaisija on 24 m. Kuinka pitkä matka kuljetaan yhden pyörähdyskierroksen aikana?

## Tehtäviä

**3 - 16** Piirrä alla olevaan ruudukkoon (1 ruutu = 1 cm)

- suorakulmio, jonka pituus on 5 cm ja leveys 2 cm,
- suorakulmainen kolmio, jonka kateetit ovat 3 cm ja 5 cm,
- neliö, jonka ala on  $16 \text{ cm}^2$ ,
- suorakulmio, jonka ala on  $12 \text{ cm}^2$ .

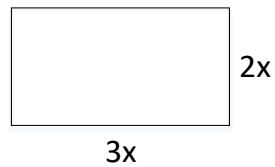


**3 - 17** Laske neliön piiri ja pinta-ala, kun sivun pituus

- a)  $a = 4 \text{ cm}$ ,  
b)  $a = 3,6 \text{ m}$ .

**3 - 18\*** Laske suorakulmion piiri ja pinta-ala, kun

- a)  $x = 2 \text{ cm}$ ,  
b)  $x = 9,2 \text{ m}$ .



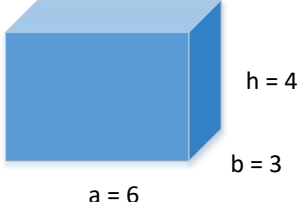
**3 - 19\*** Suorakulmion muotoisen asunnon pinta-ala on  $75,0 \text{ m}^2$ , ja sen toinen sivu on  $7,2 \text{ m}$ . Kuinka pitkä on toinen sivu?

- 3 - 20** Yritys on valmistanut kaksi pöytälevyä. Yhden levyn koko on 90 cm x 180 cm.
- a) Laske lakattava pinta-ala, kun levyt halutaan lakata kummaltakin puolelta (reunoja ei tarvitse huomioida).
- b) Kuinka monta purkkia lakkaa tarvitaan, kun pakkauskooko on 0,25 l ja lakan riittoisuus on 10 m<sup>2</sup>/l?
- c) Laske asiakkaalle hinta, kun yksi 0,25 l:n pakkaus maksaa 11,90 € ja asiakas saa ostoksistaan 5 %:n alennuksen kanta-asiakaskortilla.
- 
- 3 - 21\*** Suorakulmaisen kolmion kateetit ovat 12,0 cm ja 15,0 cm. Laske hypotenuusin pituus. Ratkaise Pythagoraan lausetta  $c^2 = a^2 + b^2$  käyttäen.
- 
- 3 - 22** Laske edellisen tehtävän kolmion ala.
- 
- 3 - 23** Ympyrän muotoisen kukkapenkin halkaisija on 5,5 m. Laske kukkapenkin piiri ja pinta-ala reunusmateriaalin ja mullan hankintaa varten.

### 3.3 Kolmiulotteisia kappaleita

#### Suorakulmainen särmiö

Suorakulmaisen särmiön vastakkaiset pinnat ovat aina yhtä suuria ja kaikki kulmat ovat suoria.

 <p><math>a = 6</math>      <math>b = 3</math>      <math>h = 4</math></p>	<b>TILAVUUS</b> $V = a \cdot b \cdot h = A_p \cdot h$ $A_p = \text{pohjan ala}$	<b>ESIM 3.8</b> $V = 6 \cdot 3 \cdot 4 = 72$
---	---	---

#### Tehtäviä

**3 - 24** Suorakulmaisen särmiön muotoisen varastokontin pituus on 1,76 m, leveys 1,86 m ja korkeus 1,37 m. Laske kontin tilavuus kuutiometreinä.

**3 - 25** Huoneen pituus on 5,2 m, leveys 3,6 m ja korkeus 2,5 m. Laske huoneen tilavuus kuutiometreinä?

**3 - 26\*** Kuinka korkea edellisen tehtävän huoneen tulisi olla, jotta huoneen tilavuus olisi  $50 \text{ m}^3$ ?


**3 - 27\*** Akvaarion mitat ovat  $61 \text{ cm} \times 31 \text{ cm} \times 42 \text{ cm}$ . Kuinka monta litraa vettä akvaarioon menee, kun se täytetään niin, että ylhäälle jää 2 cm loiskumisvaraa? (Vinkki: Muuta senttimetrit desimetreiksi, niin saat vastauksen suoraan litroina.)

**Huom!**

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$

## Kuutio

Kuutio on erikoistapaus suorakulmaisesta särmiöstä. Kuution kaikki **särmät** ovat yhtä pitkiä ja **tahkot** yhtä suuria. Ennen kuin jatkat, niin selvitä itsellesi, mitä näillä käsitteillä tarkoitetaan.

 a = 4	<b>TILAVUUS</b> $V = a \cdot a \cdot a = a^3$	<b>ESIM 3.9</b> $V = 4^3 = 64$
--	--	-----------------------------------

## Tehtäviä

**3 - 28** Kuution yhden särmän pituus on 0,5 m. Laske kuution tilavuus kuutiometreinä.

**3 - 29** Montako samankokoista tahkoa on kuutiossa?

**3 - 30\*** Jos edellisen tehtävän kuutio leikataan pahvista, niin kuinka monta neliometriä pahvia siihen kuluu?

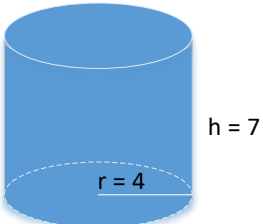
**3 - 31\*** Jääpalamuotista saa 16 jääpala. Jokainen pala on kuution muotoinen ja yhden särmän pituus on aina 2,5 cm. Kuinka monta litraa vettä menee muotin täyttämiseen? (Vinkki: Muuta senttimetrit desimetreiksi, niin saat vastauksen suoraan litroina.)

**Huom!**

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$

## Lieriö

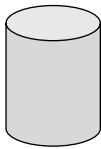
Suora ympyräpohjainen lieriö muodostuu kahdesta ympyrän muotoisesta pohjasta ja niitä yhdistävästä **vaipasta**.

	<b>TILAVUUS</b> $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = A_p \cdot h$ $A_p = \text{pohjan ala}$	<b>ESIM 3.10</b> $V = \pi \cdot 4^2 \cdot 7 \approx 351,9$
---	--	---

## Tehtäviä

**3 - 32**      Etsi lieriön muotoisia kappaleita omalta alaltasi.

**3 - 33**      Laske oheisen tynnyrin tilavuus kuutiometreinä, kun tynnyrin säde on 0,8 m ja korkeus 1,2 m.

**Huom!**

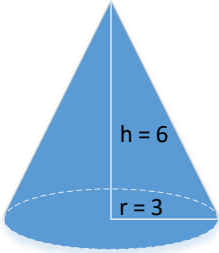
Lue aina tehtävänannosta tarkasti onko ilmoitettu säde vai halkaisija.

**3 - 34\***      Lasten kumisen uima-altaan halkaisija on 152 cm ja korkeus 25 cm. Arvioi laskemalla paljonko vettä altaaseen menee, jos se täytetään puoleen väliin.

**3 - 35\***      Putken halkaisija on 5 cm ja se on metrin pitkä. Laske paljonko putkeen menee vettä.

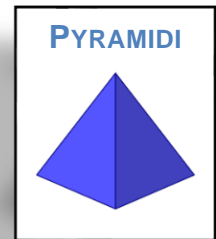
## Kartio

Suoran ympyräpohjaisen kartion tilavuus on kolmasosa pohjan pinta-alan ja korkeuden tulosta.

	<b>TILAVUUS</b> $V = \frac{1}{3} \cdot A_p \cdot h$ $A_p = \text{pohjan ala}$	<b>ESIM 3.11</b> $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 6 \approx 56,5$
---	--	--

**Pyramidi** on kartion erikoistapaus, pyramidin pohja on monikulmio. Pyramidin tilavuus lasketaan samalla kaavalla kuin yllä olevan kartion, pohjan ala lasketaan vain sen monikulmion mukaan, mikä sattuu olemaan kyseessä.

## Tehtäviä



**3 - 36**      Etsi kartion muotoisia kappaleita omalta alaltasi.

**3 - 37**      Suoran kartion pohjaympyrän säde on 6 cm ja korkeus 15 cm. Laske kartion tilavuus.

**3 - 38**      Pyramidi on 54 m korkea ja sen pohjan ala on 18 ha = 180 000 m<sup>2</sup>. Laske pyramidin tilavuus.

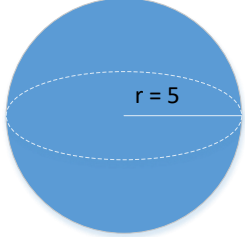
**3 - 39\***      Kartion muotoisen jäätelövohvelin suuaukon halkaisija on 5 cm ja vohvelin korkeus on 11,5 cm. Arvioi laskemalla paljonko jäätelöä menee tötterön sisälle. Ilmoita vastaus desilitroina.

**Huom!**

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l} = 10 \text{ dl}$$

## Pallo

Pallon poikkileikkaus on aina ympyrä. Pallon ulkokehän pisteet ovat aina yhtä kaukana pallon keskipisteestä.

	<b>TILAVUUS</b> $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$	<b>ESIM 3.12</b> $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3 \approx 523,6$
---	--	---

## Tehtäviä

**3 - 40** Pallon säde on 15 cm. Laske pallon tilavuus.

**3 - 41** Puolipallon muotoisen hallin pituus on 150 m. Laske hallin tilavuus.

**3 - 42\*** Laske paljonko yhdessä jäätelöpallossa on jäätelöä, jos pallon halkaisija on 6 cm. Ilmoita vastaus desilitroina.

**Huom!**

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l} = 10 \text{ dl}$$

**3 - 43\*** Maapallon säde on 6 371 km. Laske maapallon tilavuus.

**3 - 44\*** Laske paljonko tulee matkaa, jos maapallo kierretään päiväntasaajan kohdalla. (Vihje: Käytä ympyrän kehän pituuden kaavaa, säde on kerrottu edellisessä tehtävässä)

## Tehtäviä

- 3 - 45** Laske suorakulmaisen särmiön tilavuus, kun sen mitat pituus on 120 cm, leveys 85 cm ja korkeus 65 cm. Ilmoita vastaus kuutiometreinä.
- 3 - 46** Laske kuution tilavuus, kun yhden särmän pituus on 750 mm. Ilmoita vastaus kuutiometreinä.
- 3 - 47** Laske ympyräpohjaisen lieriön tilavuus, kun ympyrän säde on 1,2 m ja korkeus on 2 m.
- 3 - 48** Laske pyramidin tilavuus, kun pohjan ala on  $28 \text{ m}^2$  ja korkeus on 5 m.
- 3 - 49** Laske kartion tilavuus, kun pohjan säde on 15 cm ja korkeus on 25 cm.
- 3 - 50** Laske pallon tilavuus, kun pallon säde on 12 cm.

## 4 TALOUS- JA TILASTOMATEMATIIKAN PERUSTEET

Tässä kappaleessa käsitellään *tuloja ja menoja, palkkoja, arvonlisäveron laskemista sekä lainan korkoa*. Lisäksi perehdymme lyhyesti tilastolliseen aineistoon, sen esittämiseen ja opettelemme keskiluvut. Näihin asioihin jokainen törmää työssään tai omassa henkilökohtaisessa arkielämässään. Osa tehtävistä tulee tehdä taulukkolaskentaohjelmaa käyttäen ja osassa tehtävissä tarvitaan verkkoselainta.

### 4.1 Palkka

Palkka on työnteosta saatavaa korvausta. Perehdy esimerkiksi [veronmaksajat.fi](http://veronmaksajat.fi)-sivustolla palkkaukseen. Muutamia esimerkkilaskelmia palkkakuittiin liittyen löydät kohdasta [Laskelmat](#).

### Tehtäviä

4 - 1 Selvitä verkkoselainta hyödyntäen mitä tarkoitetaan seuraavilla käsitteillä:

Bruttopalkka

Nettopalkka

4 - 2 Millaisia maksuja työntekijä joutuu verojen lisäksi maksamaan palkasta, mainitse muutamia esimerkkejä ja arvioi niiden suuruutta prosentuaalisesti.

4 - 3 Täydennä alla oleva taulukko:

Bruttopalkka	1 600 €	100 %
Vero + muut maksut		16,42 %
Nettopalkka		

- 4 - 4 Kokeile palkansaajan [tuloverolaskuria](#). Täydennä oheinen taulukko syöttämällä arvoilla:

Vuositulot (euroa)	
Tuloveroaste	

## 4.2 Tilastomatematiikkaa

Tässä kappaleessa tutustutaan lyhyesti Tilastokeskuksen sivuihin (<https://www.stat.fi/>) ja perehdytään tilastollisen aineiston käsittelyyn ja tulkintaan. Lisäksi opetellaan laskemaan **keskiluvut** (*keskiarvo, mediaani ja moodi*).

- 4 - 5 Tee oman talouden seurantaan liittyvä **budjettilaskelma** taulukkolaskentaohjelmaa käyttäen. Kohdat *Tulot yhteensä*, *Menot yhteensä*, *Säästöön* ja *Keskiarvo* tulee laskea taulukkolaskentaohjelman avulla (arvoja ei syötetä valmiina soluihin).

### Huom!

**Keskiarvo** on keskiluvuista yleisin. Keskiarvo saadaan jakamalla muuttujan arvojen summa niiden lukumäärällä.

## BUDJETTI (€)

	Kesäkuu	Heinäkuu	Elokuu	Syyskuu	Keskiarvo
Palkat	1916,50	2050,00	2090,80	1985,20	2010,63
Muut tulot	50,00	50,00	50,00	100,00	62,50
<b>Tulot yhteensä</b>	<b>1966,50</b>	<b>2100,00</b>	<b>2140,80</b>	<b>2085,20</b>	<b>2073,13</b>
Asunto	536,00	536,00	536,00	536,00	536,00
Ruoka	420,00	368,20	394,00	467,50	412,43
Velanhoito	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00
Muut menot	412,00	480,00	548,80	640,00	520,20
<b>Menot yhteensä</b>	<b>1718,00</b>	<b>1734,20</b>	<b>1828,80</b>	<b>1993,50</b>	<b>1818,63</b>
<b>Säästöön</b>	<b>248,50</b>	<b>365,80</b>	<b>312,00</b>	<b>91,70</b>	<b>254,50</b>



- c) Mikä on oman ammattiluokkasi kokoaikaisten palkansaajien kokonaisansion mediaani (€/kk)?

**Huom!**

**Mediaani** on jakauman keskikohtaa kuvaava luku ja se rajaa 50 % suuruusjärjestyksessä olevasta aineistosta.

Ammattiluokka: \_\_\_\_\_

Kokonaisansion mediaani (€/kk), miehet: \_\_\_\_\_

Kokonaisansion mediaani (€/kk), naiset: \_\_\_\_\_

Kuinka suuri ero naisten ja miesten mediaanipalkoissa on? \_\_\_\_\_

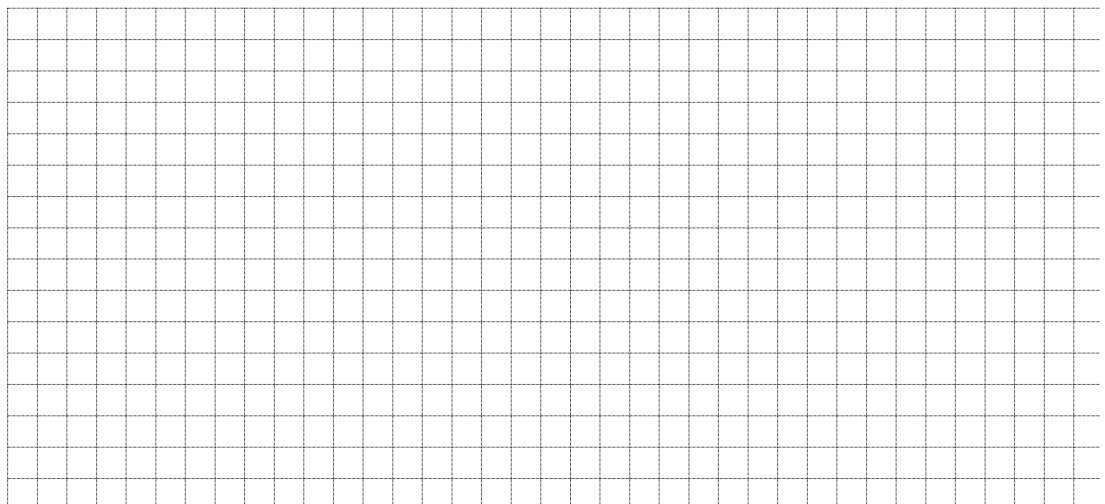
**Huom!**

**Moodi** eli tyyppi-arvo on aineistossa useimmin esiintyvä arvo.

**4 - 8** Opiskelijaryhmän saamat arvosanat olivat:

3, 3, 4, 2, 5, 5, 2, 3, 4, 4, 1, 2, 5, 4, 3, 3, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 1, 3, 4

- Muodosta taulukko, josta käy ilmi kunkin arvosanan esiintymiskerrat sekä arvosanojen prosentuaaliset osuudet,
- laske aineistosta keskiarvo,
- määritä mediaani ja moodi,
- piirrä aineistosta pylväsdiagrammi.



## 4.3 Arvonlisävero

Arvonlisävero on käytetyin yleinen kulutusvero maailmassa. Se on voimassa yli 150 maassa. Suomessa arvonlisäverotus tuli voimaan 1.6.1994.

### Lakisääteiset arvonlisäverokannat Suomessa vuonna 2024

Yleinen arvonlisäverokanta nousee 24 prosentista 25,5 prosenttiin 1.9.2024 alkaen. Oheisesta taulukosta löydät sovellettavat verokannat. Tarkista tehtäviä laskiessasi oikea verokanta.

<b>25,5 %</b>	<b>Yleinen verokanta (24 % 31.8.2024 saakka)</b>
<b>14 %</b>	Elintarvikkeet, ravintola- ja ateriapalvelut ja eläinten rehut (ei eläimet, juomavesi, alkoholijuomat ja tupakka)
<b>10 %</b>	Henkilökuljetukset Kirjat Liikuntapalvelut Lääkkeet Majoituspalvelut Pääsyliput kulttuuri-, sirkus- ja urheilutapahtumiin, elokuvaan ja huvipuistoihin Yleisradion valtion televisio- ja radiorahastosta saama määräraha Vähintään kuukaudeksi tilattujen sanoma- ja aikakauslehtien myynnit
<b>0 %</b>	Vienti Suomen ulkopuolelle suuntautuvat tavarakuljetukset Yleishyödyllisten yhteisöjen jäsenlehtien myynti Kansainvälisessä liikenteessä käytettävien vesialusten ja kansainvälistä liikennettä harjoittavan yhtiön ilma-alusten myynti
<b>Vapautus</b>	Sairaanhoito, lääkärinhoito, hammashoito Sosiaalihuoltoon ja sosiaaliturvaan liittyvät palvelut Koulu- ja yliopisto-opetus, ammattikoulutus Rahoitus- ja vakuutuspalvelut (ei kuitenkaan tallelokeroiden vuokraus ja neuvontapalvelut) Arpajaiset ja rahapelit Esiintyvien taiteilijoiden palkkiot Kiinteistöjen sekä rakennusmaan myynti Julkiset hautauspalvelut

## Arvonlisäveron laskeminen verottomasta hinnasta

Arvonlisävero lasketaan aina tavarán tai tuotteen verottomasta hinnasta. Veron perusteen sisältyy myös kaikki hinnanlisät, jotka myyjä veloittaa ostajalta, esimerkiksi laskutuslisät ja postituskulut sekä päivärahat ja kilometrikorvaukset. Hinnanlisissä on sama verokanta kuin varsinaisessa tavarassa tai palvelussa.

Arvonlisäveron määrä lasketaan seuraavasti:

$$\text{alv} = \frac{\text{sovellettava verokanta}}{100} \cdot \text{veroton hinta}$$

Verollista hintaa laskettaessa arvonlisävero lisätään verottomaan hintaan.

**ESIM. 4.1** Tietokoneen huollon veroton hinta on 75 €. Arvonlisäveron suuruudeksi saadaan

$$\text{alv} = \frac{25,5}{100} \cdot 75 \text{ €} = 0,255 \cdot 75 \text{ €} \approx 19,13 \text{ €}.$$

Eli verolliseksi hinta on  $75 \text{ €} + 19,13 \text{ €} = 94,13 \text{ €}$ .

**ESIM. 4.2** Esimerkin 4.1 verollinen hinta voidaan laskea myös käyttäen lisäyskerrointa 1,255, eli

$$\text{verollinen hinta} = 1,255 \cdot 75 \text{ €} \approx 94,13 \text{ €}.$$

Nyt arvonlisäveron suuruus saadaan vähentämällä verollisesta hinnasta veroton hinta eli  $94,13 \text{ €} - 75 \text{ €} = 19,13 \text{ €}$ .

## Tehtäviä

**4 - 9** Puseron veroton hinta on 49 €. Laske arvonlisäveron suuruus ja verollinen hinta.

**4 - 10** Kirjan veroton hinta on 19,50 €. Laske verollinen hinta ja arvonlisäveron osuus.

## Arvonlisäveron laskeminen verollisesta hinnasta

Tavaran tai palvelun verollinen hinta muodostuu verottomasta hinnasta sekä arvonlisäverosta. Verollisesta hinnasta arvonlisävero lasketaan seuraavasti:

$$\text{veroton hinta} = \frac{\text{verollinen hinta}}{(100 + \text{sovellettava verokanta})} \cdot 100$$

Arvonlisäveron osuus voidaan nyt laskea verollisen ja verottoman hinnan erotuksena tai se voidaan laskea kaavalla

$$\text{alv} = \frac{\text{sovellettava verokanta}}{(100 + \text{sovellettava verokanta})} \cdot \text{verollinen hinta}$$

**ESIM. 4.3** Kypärän verollinen myyntihinta on 275 €. Verottomaksi hinnaksi saadaan

$$\text{veroton hinta} = \frac{275 \text{ €}}{125,5} \cdot 100 = \frac{275 \text{ €}}{1,255} \approx 219,12 \text{ €}.$$

Arvonlisäveron suuruus on 275 € - 219,12 € = 55,88 €. Arvonlisävero voidaan myös laskea

$$\text{alv} = \frac{25,5}{125,5} \cdot 275 \text{ €} = 55,88 \text{ €}.$$

## Tehtäviä

**4 - 11** Uudet kengät maksavat 159 €. Laske veroton hinta ja arvonlisäveron suuruus.

**4 - 12** Täydennä tummennetut alueet käsin tai taulukkolaskentaohjelmaa käyttäen.

ALV            25,5 %

Tuotekoodi	Veroton hinta (€)	ALV (€)	Verollinen hinta (€)
F123	120,00		
F124	53,00		
F125	12,00		
F126	134,00		
F127	160,00		

Tuotekoodi	Veroton hinta (€)	ALV (€)	Verollinen hinta (€)
H345			167,00
H346			23,50
H347			27,90
H348			156,00
H349			3,40

## 4 - 13\*

Laske seuraavaan kauppalaskuun arvonlisäveron osuus.

KEVYTMAITO 1L	0,95
RYPÄLERASIA	2,29
KEVYTVIILI	0,60
RUISPALAT	2,25
KASVIS RUOKAKIRJA	28,90
WC-PAPERI	5,19
MUOVIKASSI 40 L	0,20
YHTEENSÄ	40,38

**Huom!**

Tarkista taulukosta sovellettavat arvonlisäverokannat.

ALV	VEROTON	VERO	VEROLLINEN
25,5 %			
14 %			
10 %			
YHTEENSÄ			

## 4 - 14\*

Täydennä oheinen lasku.

<b>LASKU</b>			
Tuote	Tilattu määrä kpl	Myyntihinta €/kpl	Summa
Saha	6	8,90	
Jakoavain	4	15,00	
Vasara	9	9,50	
		<b>Yhteensä:</b>	
		<b>Veroton hinta:</b>	
		<b>ALV (25,5 %):</b>	

## 4 - 15\*

Täydennä oheinen taulukko.

Veroton hinta (€)	ALV		Verollinen hinta (€)
	(€)	(%)	
450,00	114,75		
368,00		25,5	
	21,40	14	
		10	1 249,50

#### 4 - 16\*

Laske asiakkaan hotellivuorokaudesta arvonlisäverolaskelma, josta ilmenee verolliset ja verottomat hinnat sekä sovellettavat arvonlisäverokannat. Laske hotellivuorokauden kokonaishinta ja valtiolle maksettavan arvonlisäveron osuus. Käytä ratkaisussa taulukkolaskentaohjelmaa.

Asiakas yöpyy hotellissa yhden yön hintaan 159 €/vrk. Hintaan sisältyy aamupala, jonka verollinen hinta on 9,00 €. Illalla asiakas käy nauttimassa hotellin ravintolassa Metsästäjän leikkeen hintaan 18,90 € ja lasin viiniä hintaan 9,80 €. Ennen nukkumaanmenoa asiakas ottaa huoneen baarikaapista yhden suklaapatukan (3,50 €) ja pullon vettä (2,50 €). (Hinnat ovat veron sisältäviä.)

	Verollinen hinta €	ALV %	ALV €	Veroton hinta €
Yöpyminen 1 vrk				
Aamupala				
Metsästäjän leike				
Viini 16 cl				
Suklaa				
Vesipullo 0,33 l				
<b>Yhteensä:</b>				

### 4.1 Laina ja korko

Pankista on mahdollista saada lainaa esimerkiksi asunnon ostamiseen, opintojen rahoittamiseen tai vaikkapa yrityksen perustamiseen. Laina maksetaan takaisin sovittuja ehtoja noudattaen, yleensä kuukausierinä. Kuukausierä sisältää

- **lyhennyksen**, joka vähentää lainapääomaa eli takaisin maksettavan lainan määrää, sekä
- **koron**, joka on asiakkaan lainasta maksamaa korvausta pankille.

Vuosikorko ilmoitetaan prosentteina ja sen avulla korko voidaan laskea lainapääomasta. Maksettava euromääräinen korko riippuu aina jäljellä olevasta lainapääomasta.

Kuukauden korko saadaan jakamalla vuosikorko luvulla 12.

**ESIM. 4.4** Henkilöllä on asuntolainaa 75 000 € ja maksettava korko on 1,25 %. Laske euromääräinen kuukausikorko.

Nyt

$$\text{korko} = \frac{0,0125}{12} \cdot 75\,000 \text{ €} \approx 78,13 \text{ €}.$$

## Tehtäviä

- 4 - 17** Lainan määrä on 160 000 € ja korko 1,75 %. Kuinka paljon korkoa on maksettava vuodessa/kuukaudessa, kun korko lasketaan koko lainapääomasta. Laske ja täydennä taulukko.

Koko lainapääoma	160 000	100 %
Korko vuodessa		
Korko kuukaudessa		

- 4 - 18** Jos edellisessä laskelmassa korko nousisi 1 %-yksikön, niin miten se muuttaisi edellisiä euromääräisiä korkoja?

Koko lainapääoma	160 000	100 %
Korko vuodessa		
Korko kuukaudessa		

- 4 - 19** Perehdy johonkin internetistä löytyvään lainalaskuriin (esimerkiksi eri pankkien lainalaskurit) ja laadi sen avulla lyhyt laskelma, josta ilmenee ainakin

- lainan tarjoaja
- lainan tarkoitus
- lainan suuruus
- laina-aika
- lainan korko
- kuukausierä

Käytä seuraavissa tehtävissä *englantilaista korkotapaa*.

Korkolaskennan peruskaava	Kuukaudet			
$t \cdot i \cdot k = r$ , missä	<i>Tammikuu</i>	31	<i>Heinäkuu</i>	31
$t$ = korkoaika	<i>Helmikuu</i>	28	<i>Elokuu</i>	31
$i$ = korkokanta desimaalimuodossa	<i>Maaliskuu</i>	31	<i>Syyskuu</i>	30
$k$ = alkuperäinen pääoma	<i>Huhtikuu</i>	30	<i>Lokakuu</i>	31
$r$ = rahallinen korko	<i>Toukokuu</i>	31	<i>Marraskuu</i>	30
	<i>Kesäkuu</i>	30	<i>Joulukuu</i>	31

- a) Laske vuoden korko, kun alkuperäinen pääoma on 450 € ja korko 2,2 %.
- b) Kuinka paljon korkoa tuottaa 185 € 1,25 %:n mukaan 100 päivässä?
- c) Laske kolmen kuukauden korko, kun alkuperäinen pääoma on 4 200 € ja korko 1,5 %.
- d) Laske kasvanut pääoma, kun alkuperäinen pääoma on 16 400 €, korko 2,8 % ja korkoaika 191 päivää.
- e) Laskun suuruus on 300 €. Siitä joudutaan maksamaan viivästyskorkoa 11 %:n korkokannan mukaan ajalta 17.4. – 1.6.2022. Määritä viivästyskorko ja laskun loppusumma.
- f) Laskun, jonka suuruus on 1 250 €, eräpäivä on 17.1.2022 ja viivästyskorkokanta on 11 %. Montako euroa on viivästyskorko, jos lasku maksetaan vasta 1.4.2022?

## LIITE: TESTAA TAITOSI! (Oppimisen seuranta)

Tee pikatestit ja varmista, että olet oppinut perusasiat. Keski-Pohjanmaan ammattiopiston opiskelijoille testit on rakennettu Itslearning-alustalle sähköiseen muotoon (Pakollisen matematiikan verkkokurssi).

**Testien avulla voit testata omaa oppimistasi, saavutettu taso ei vastaa osaamisen loppuarvioinnin arviointiasteikkoa, mutta se kertoo valmiudestasi osallistua varsinaiseen kokeeseen.** Testin kysymykset ovat monivalintakysymyksiä. Testit tulee tehdä ennen varsinaiseen kokeeseen osallistumista.

Valitse opiskelemastasi osasta 15 kysymystä testin ohjeistuksen mukaisesti. Testin voi tehdä useamman kerran valitsemalla eri kysymyksiä. Pyydä opettajaasi tarkistamaan testi. Sähköisessä versiossa kysymykset tulevat aina satunnaisesti ja siinä on automaattinen tarkistus. **Testissä tulisi yltää vähintään tasolle 3 (tasot 1 - 5) ennen varsinaiseen kokeeseen osallistumista.**

Oikeita vastauksia	Taso
0-3	1
4-6	2
7-9	3
10-12	4
13-15	5

### OSA 1: Peruslaskutoimitukset

#### Pyöristäminen (valitse 2 kysymystä)

- Paljonko luku 13,537 on sadasosien tarkkuudella?
  - 13,5
  - 13,53
  - 13,54
  - 13,537
- Paljonko luku 999,99 on ykkösten tarkkuudella?
  - 1 000
  - 999
  - 999,9
  - 990

3. Paljonko luku 1 265,35 on kymmenten tarkkuudella?
- a) 1 260
  - b) 1 270,35
  - c) 1 270
  - d) 1 260,4
4. Ostat Kuopion torilta käteisellä tuotteen, johon on merkitty hinta 9,53 €. Paljonko mak-  
sat tuotteesta?
- a) 9,50 €
  - b) 9,53 €
  - c) 9,55 €
  - d) 9,60 €

**Merkkisäännöt ja laskujärjestys (valitse 3 kysymystä)**

5. Laske

$$12 - 2 \cdot 3 + 2 \cdot (-9) =$$

- a) -12
- b) 12
- c) -72
- d) -414

6. Laske

$$2 \cdot 3 - (2 - 8 : 2 + 1) =$$

- a) 7
- b) 5
- c) 8
- d) 4

7. Laske

$$\frac{18}{-3 \cdot 2} =$$

- a) -4
- b) -12
- c) 3
- d) -3

8. Laske

$$-6 - (-6) =$$

- a) 12
- b) -12
- c) 0
- d) -6

9. Laske

$$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$$

- a) -1
- b) 1
- c) 5
- d) -5

10. Mikä on luvun -2 itseisarvo?

- a) -2
- b) 0
- c) 1
- d) 2

**Mittayksiköt (valitse 3 kysymystä)**

11. Montako sekuntia on vuorokaudessa?

- a) 3 600
- b) 86 400
- c) 604 800
- d) 43 200

12. Montako tuntia on 165 minuuttia?

- a) 2,45 h
- b) 2,75 h
- c) 2,15 h
- d) 2,25 h

13. Montako litraa on  $1 \text{ dm}^3$ ?

- a) 1
- b) 10
- c) 100
- d) 1 000

14. Paljonko 56 grammaa on kilogrammoina?

- a) 0,056 kg
- b) 0,56 kg
- c) 5,6 kg
- d) 0,0056 kg

15. Montako metriä on 335 mm?

- a) 3,35 m
- b) 0,335 m
- c) 33,5 m
- d) 0,035 m

16. Montako neliometriä menee yhteen aariin?

- a) 2
- b) 10
- c) 100
- d) 1 000

**Murtoluvut (valitse 3 kysymystä)**

17. Laske

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} =$$

- a)  $\frac{5}{6}$
- b)  $\frac{1}{3}$
- c)  $\frac{3}{9}$
- d)  $\frac{1}{2}$

18. Laske

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} =$$

- a)  $\frac{5}{9}$
- b)  $\frac{7}{9}$
- c)  $1 \frac{1}{9}$
- d)  $1 \frac{1}{4}$

19. Murtoluku  $1 \frac{7}{100}$  on desimaalilukuna

- a) 1,7
- b) 1,07
- c) 1,007
- d) 1,0007

20. Laske

$$\frac{3}{8} : 2 =$$

- a) 3/16
- b) 3/4
- c) 1 1/2
- d) 2 2/3

21. Kanisterissa olevasta moottoriöljystä on käytetty 3/5. Paljonko kanisterissa on öljyä jäljellä, jos täyteen kanisteriin menee öljyä 4 litraa?

- a) 0,8 l
- b) 1,6 l
- c) 2,4 l
- d) 3,2 l

22. Mehun sekoitussuhde on 1 : 5, eli yksi osa tiivistettä ja viisi osaa vettä. Paljonko laitat mehutiivistettä, jos haluat valmistaa mehua 12 litraa?

- a) 2 desilitraa
- b) 2,4 desilitraa
- c) 2 litraa
- d) 2,4 litraa

**Potenssit (valitse 1 kysymys)**

23. Laske

$$(-6)^2 =$$

- a) 12
- b) -12
- c) 36
- d) -36

24. Laske

$$(-1)^{10} - (-1)^9 =$$

- a) 0
- b) 2
- c) -2
- d) 1

## Juuret (valitse 1 kysymys)

25. Laske

$$\sqrt{4^2 + 3^2} =$$

- a) 25
- b) 5
- c) 7
- d) 3,74

26. Paljonko on kuutiojuuri luvusta 729?

- a) 9
- b) 27
- c) 3
- d) 243

## Sanalliset tehtävät (valitse 2 kysymystä)

27. Pensaan taimia istutetaan kahden tontin väliselle rajalle 36 metrin matkalle 30 cm:n välein. Kuinka monta tainta tarvitaan?

- a) 120
- b) 121
- c) 1 200
- d) 108

28. Kuinka paljon maksaa 300 grammaa irtokarkkeja, jos kilohinta on 7,90 €/kg?

- a) 2,37 €
- b) 23,70 €
- c) 4,25 €
- d) 2,63 €

29. Paljonko on dieselin litrahinta, kun tankatessa 30 litraa maksaa 54,73 €?

- a) 0,55 €/l
- b) 1,64 €/l
- c) 1,75 €/l
- d) 1,82 €/l

30. Tuntipalkka työmaalla on 12,50 €/h. Työskentelet maanantaista perjantaihin 30 h viikossa. Edellisen viikon aikana teit joka päivä tunnin ylitöitä. Ylitöistä maksettava lisä on puolet peruspalkasta. Paljonko sait palkkaa edelliseltä viikolta?

- a) 380 €
- b) 406,25 €
- c) 535 €
- d) 562,50 €

## OSA 2: Prosenttilaskenta

### Prosentti ja promille (valitse 2 kysymystä)

1. Paljonko 1,5 % on desimaalilukuna?
  - a) 0,0015
  - b) 0,015
  - c) 0,15
  - d) 1,5
2. Paljonko 3 promillea on desimaalilukuna?
  - a) 0,0003
  - b) 0,003
  - c) 0,03
  - d) 0,3
3. Paljonko  $\frac{7}{8}$  on prosentteina?
  - a) 7 %
  - b) 15 %
  - c) 78 %
  - d) 87,5 %
4. Jaat kakun 16 palaan, paljonko yksi pala on kakusta?
  - a) 4,5 %
  - b) 6,25 %
  - c) 8 %
  - d) 16 %

### Prosenttiarvo (valitse 1 kysymystä)

5. Paljonko on 3,5 % 1 500 €:sta?
  - a) 35 €
  - b) 52,50 €
  - c) 45 €
  - d) 525 €
6. Paljonko on alennus, jos 59 € maksavasta paidasta saa 45 % alennusta?
  - a) 2,66 €
  - b) 26,55 €
  - c) 38,35 €
  - d) 45 €

### **Prosenttiluku (valitse 2 kysymystä)**

7. Ryhmässä on 26 opiskelijaa, joista 4 oli sairaana. Paljonko oli sairaana olevien osuus?
- a) 1,5 %
  - b) 4 %
  - a) 15,4 %
  - b) 26 %
8. Liuksessa on 35 g suolaa. Mikä on liuksen suolapitoisuus, kun liuksen kokonaismassa on 1,5 kg?
- a) 2,3 %
  - b) 4,3 %
  - c) 23,3 %
  - d) 35 %
9. Montako prosenttia lastista on tyhjennetty, jos rekka-autossa on vielä 30 pakettia jäljellä ja samankokoisia paketteja oli kaikkiaan 57?
- a) 27 %
  - b) 30 %
  - c) 47,4 %
  - d) 52,6 %
10. Mikä on miesten osuus yrityksessä jo 112 työntekijästä 43 on naisia?
- a) 38,4 %
  - b) 43 %
  - c) 61,6 %
  - d) 72,1 %

### **Lisäys- ja vähennyskerroin (valitse 3 kysymystä)**

11. Mikä on vähennyskerroin, kun hinta laskee 35 %?
- a) 0,35
  - b) 0,65
  - c) 0,75
  - d) 1,35
12. Mikä on lisäyskerroin, jos tuotteen hinta nousee 2,6 %?
- a) 0,026
  - b) 0,974
  - c) 1,026
  - d) 1,26

13. Mikä on ehjien tuotteiden määrä, jos 3 000 kappaleen erästä viallisia on 2 %?
- a) 2 340
  - b) 2 400
  - c) 2 940
  - d) 2 998
14. Paljonko on yrityksen uusi liikevaihto, jos 1,5 miljoonan euron liikevaihto nousee 12 %?
- a) 168 000 €
  - b) 270 000 €
  - c) 1 620 000 €
  - d) 1 680 000 €
15. Mikä on lopullinen hinta, jos 120 € tuotteesta saat 15 %:n alennuksen sekä lisäksi 5 %:n kanta-asiakas-alennuksen?
- a) 96 €
  - b) 96,90 €
  - c) 99 €
  - d) 100 €
16. Paljonko on kokonaisalennus, jos 20 % alennettu hinta tippuu vielä 20 %?
- a) 35 %
  - b) 36 %
  - c) 38 %
  - d) 40 %

**Muutosprosentti (valitse 2 kysymystä)**

17. Vuosimyynti parani 1 300 kappaleesta 1 700 kappaleeseen. Paljonko oli muutos prosentteina?
- a) 23,5 %
  - b) 25,1 %
  - c) 30,8 %
  - d) 32,9 %
18. Hinta laski alennusmyyntien aikana 125 eurosta 99 euroon. Montako prosenttia hinta tippui?
- a) 20,8 %
  - b) 24,9 %
  - c) 26,3 %
  - d) 44,2 %

19. Yrityksen liikevaihto muuttui 115 000 eurosta 147 000 euroon. Paljonko oli muutos prosentteina?
- a) 21,8 %
  - b) 22,4 %
  - c) 27,8 %
  - d) 29,1 %
20. Yrityksen kuukausittainen asiakasmäärä tippui 2 400 kävijästä 2 100 kävijään. Paljonko oli muutos prosentteina?
- a) 10,5 %
  - b) 12,5 %
  - c) 13,9 %
  - d) 14,3 %

**Perusarvo (valitse 2 kysymys)**

21. Paljonko on auton alkuperäinen hinta, jos maksoit siitä 5 250 € ja sait 5 %:n käteisalennuksen?
- a) 5 255 €
  - b) 5 513 €
  - c) 5 526 €
  - d) 6 038 €
22. Paljonko on alkuperäinen hinta, jos tuote maksaa 114 € 15 %:n alennuksessa?
- a) 129 €
  - b) 131,10 €
  - c) 134,12 €
  - d) 135,95 €
23. Mistä luvusta 72 on 24 %?
- a) 89,28
  - b) 196
  - c) 288
  - d) 300
24. Paljonko pitäisi tuotteen alkuperäisen hinnan olla, jos se halutaan myydä 30 %:n alennuksella hintaan 199 €?
- a) 215,95 €
  - b) 242,90 €
  - c) 258,70 €
  - d) 284,29 €

### Yhtälöt (valitse 3 kysymystä)

25. Ratkaise yhtälö

$$3x + 4 = x - 2$$

- a)  $x = 1$
- b)  $x = -1$
- c)  $x = 3$
- d)  $x = -3$

26. Ratkaise yhtälö

$$5x = 3x + 6$$

- e)  $x = 1$
- f)  $x = -1$
- g)  $x = 3$
- h)  $x = -3$

27. Ratkaise yhtälö

$$2(x - 1) = 3x - 1$$

- i)  $x = 1$
- j)  $x = -1$
- k)  $x = 3$
- l)  $x = -3$

28. Ratkaise verranto

$$\frac{5}{6} = \frac{15}{x}$$

- a)  $x = 12,5$
- b)  $x = 15$
- c)  $x = 18$
- d)  $x = 90$

29. Ratkaise verranto

$$\frac{x}{6} = \frac{9}{12}$$

- a)  $x = 2$
- b)  $x = 4,5$
- c)  $x = 8$
- d)  $x = 18$

30. Ratkaise verranto

$$\frac{7}{x} = \frac{105}{300}$$

- a)  $x = 0,4$
- b)  $x = 2,45$
- c)  $x = 20$
- d)  $x = 42,9$

## OSA 3: Geometria

### Mittakaava (valitse 2 kysymystä)

1. Kartan mittakaava on 1 : 200 000. Paljonko matka on luonnossa, jos se on kartalla 3,7 cm?
  - a) 74 km
  - b) 7,4 km
  - c) 740 m
  - d) 74 m
  
2. Kartan mittakaava on 1 : 500 000. Paljonko matka on kartalla, jos se on luonnossa 18 km?
  - a) 3,6 mm
  - b) 9 mm
  - c) 3,6 cm
  - d) 9 cm
  
3. Mikä on kartan mittakaava, jos 12 mm matka kartalla on luonnossa 2,4 km?
  - a) 1 : 50 000
  - b) 1 : 100 000
  - c) 1 : 200 000
  - d) 1 : 2 000 000

4. Sukellusveneeseen pienoismalli on tehty mittakaavassa 1 : 400. Jos pienoismallin pituus on 43.75 cm, niin kuinka pitkä sukellusvene on luonnossa?
- a) 10,9 m
  - b) 17,5 m
  - c) 109 m
  - d) 175 m

**Suorakulmio ja neliö (valitse 3 kysymystä)**

5. Mikä on neliön piiri, kun yhden sivun pituus on 2,5 m?
- a) 5 m
  - b) 6,25 m
  - c) 10 m
  - d) 20 m
6. Montako neliömetriä on neliön ala, jos yhden sivun pituus on 4 m?
- a) 8 m<sup>2</sup>
  - b) 16 m<sup>2</sup>
  - c) 20 m<sup>2</sup>
  - d) 40 m<sup>2</sup>
7. Paljonko on suorakulmion piiri, jos suorakulmion leveys on 4 cm ja pituus on 50 % leveyttä suurempi?
- a) 10 cm
  - b) 18 cm
  - c) 20 cm
  - d) 24 cm
8. Paljonko on suorakulmion mallisen pellon ala, jos sen leveys on 34 m ja pituus on 52 m?
- a) 176 m<sup>2</sup>
  - b) 17,68 a
  - c) 176,8 a
  - d) 1,8 ha
9. Terassi laatoitettiin laatoilla, jonka koko on 30 cm x 30 cm. Montako laattaa menee terassialueelle, joka on kooltaan 3,6 m x 6,9 m?
- a) 28
  - b) 249
  - c) 276
  - d) 552

10. Neliön mallisen metsäalueen ala on 100 ha? Paljonko on neliön sivun pituus?
- a) 10 m
  - b) 50 m
  - c) 250 m
  - d) 1 km

**Kolmio (valitse 1 kysymys)**

11. Montako neliösenttimetriä on kolmion ala, jos kateettien pituudet ovat 16 cm ja 12 cm?
- a) 14 cm<sup>2</sup>
  - b) 28 cm<sup>2</sup>
  - c) 96 cm<sup>2</sup>
  - d) 192 cm<sup>2</sup>
12. Tasakylkisen kolmion kannan pituus on 8 cm, kyljen pituus on 4,8 cm ja kolmion korkeusjana on 2,7 cm. Paljonko on kylkisen kolmion ala neliömetreinä?
- a) 5,4 m<sup>2</sup>
  - b) 10,8 m<sup>2</sup>
  - c) 12,96 m<sup>2</sup>
  - d) 19,2 m<sup>2</sup>

**Pythagoraan lause (valitse 1 kysymys)**

13. Onko kyseessä suorakulmainen kolmio, jos sen sivujen pituudet ovat 5 cm, 12 cm ja 13 cm?
- a) Kyllä
  - b) Ei
14. Mikä on hypotenuusan pituus, jos kolmion kateetit ovat 5,5 m ja 7 m?
- a) 8,9 m
  - b) 12,5 m
  - c) 38,5 m
  - d) 79,25 m

**Ympyrä (valitse 2 kysymystä)**

15. Ympyrän halkaisija on 12 cm. Paljonko on ympyrän ala neliösenttimetreinä?
- a) 37,7 cm<sup>2</sup>
  - b) 75,4 cm<sup>2</sup>
  - c) 113,1 cm<sup>2</sup>
  - d) 452,4 cm<sup>2</sup>

16. Ympyrän säde on 2,2 m. Paljonko on ympyrän kehän pituus?
- a) 4,8 m
  - b) 6,9 m
  - b) 13,8 m
  - c) 19,4 m
17. Taloon asennetaan 55 cm halkaisijaltaan oleva ympyrän mallinen muotoikkuna. Paljonko on ikkunan kehän pituus?
- a) 0,9 m
  - b) 1,7 m
  - c) 2,4 m
  - d) 3,5 m
18. Viisi pyöreää pöytälevyä, joiden halkaisija on 150 cm, lakataan molemmin puolin. Riittääkö lakka, jos jäljellä olevalla määrällä lakkaa  $15 \text{ m}^2$ ?
- a) Kyllä
  - b) Ei

**Suorakulmainen särmiö ja kuutio (valitse 3 kysymystä)**

19. Mikä on autotallin tilavuus kuutiometreinä, kun tallin pituus on 7 m, leveys on 4 m ja korkeus on 2,5 m?
- a)  $13,5 \text{ m}^3$
  - b)  $27 \text{ m}^3$
  - c)  $38 \text{ m}^3$
  - d)  $70 \text{ m}^3$
20. Montako särmää on kuutiossa?
- a) 8
  - b) 10
  - c) 12
  - d) 16
21. Montako tahkoa on kuutiossa?
- a) 4
  - b) 6
  - c) 8
  - d) 10
22. Pahvilaatikon pituus on 0,95 m ja leveys on 1,15 m. Kuinka korkea laatikon tulisi olla, jos halutaan, että sen tilavuus on  $1 \text{ m}^3$ ?
- a) 29 cm
  - b) 0,92 m
  - c) 1,09 m
  - d) 1,92 m

23. Kuinka monta kuutiometriä vie tilaa 50 kappaletta lautoja, kun yhden laudan mitat ovat 22 mm x 100 mm x 4200 mm?
- a) 0,5 m<sup>3</sup>
  - b) 4,6 m<sup>3</sup>
  - c) 6,8 m<sup>3</sup>
  - d) 9,2 m<sup>3</sup>
24. Yritys on tilannut 5 000 tuotetta. Yhteen laatikkoon menee 20 tuotetta. Kuinka monta kuutiometriä niiden varastointi vie tilaa, kun pakkauslaatikon mitat ovat 40 cm x 65 cm x 55 cm?
- a) 13 m<sup>3</sup>
  - b) 23 m<sup>3</sup>
  - c) 36 m<sup>3</sup>
  - d) 53 m<sup>3</sup>

**Lieriö (valitse 1 kysymys)**

25. Lieriön mallisen astian pohjan säde on 12,5 cm ja korkeus on 35 cm. Montako litraa siihen mahtuu maalia?
- a) 1,4 litraa
  - b) 4,3 litraa
  - c) 17,2 litraa
  - d) 172 litraa
26. Lieriön mallisen vesisäiliön halkaisija on 600 mm ja korkeus on 800 mm. Montako litraa säiliöön menee vettä?
- a) 48 litraa
  - b) 75 litraa
  - c) 226 litraa
  - d) 905 litraa

**Kartio (valitse 1 kysymys)**

27. Paljonko on ympyräpohjaisen kartion tilavuus kuutiometreinä, jos pohjan halkaisija on 4,5 cm ja korkeus on 9 cm?
- a) 47,7 m<sup>3</sup>
  - b) 143,1 m<sup>3</sup>
  - c) 190,9 m<sup>3</sup>
  - d) 572,6 m<sup>3</sup>

28. Pyramidin pohja on neliö, jonka sivun pituus on 230 m. Pyramidin korkeus on 138,8 m. Mikä on pyramidin tilavuus kuutiometreinä?
- a) 204 000 m<sup>3</sup>
  - b) 742 000 m<sup>3</sup>
  - c)  $2,45 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup>
  - d)  $1,22 \cdot 10^7$  m<sup>3</sup>

### **Pallo (valitse 1 kysymys)**

29. Rantapallon halkaisija on 35 cm. Paljonko on pallon tilavuus?
- a) 1,3 dm<sup>3</sup>
  - b) 16,8 dm<sup>3</sup>
  - c) 22,4 dm<sup>3</sup>
  - d) 0,18 m<sup>3</sup>
30. Puolipallon muotoisen kulhon halkaisija on 24 cm. Montako litraa kulhoon menee?
- a) 3,6 litraa
  - b) 5,4 litraa
  - c) 7,2 litraa
  - d) 56 litraa

## **OSA 4: Talous- ja tilastomatematiikka**

### **Palkka (valitse 2 kysymystä)**

1. Bruttopalkka on 3 440 €. Paljonko on verojen ja muiden maksujen osuus, jos nettopalkan suuruus on 2 459 €?
- a) 14 %
  - b) 28,5 %
  - c) 39,9 %
  - d) 71,5 %
2. Työntekijän tuntipalkka on 12,50 €/h. Paljonko on kyseisen työntekijän päivän bruttopalkka, jos hän työskentelee päivän aikana 10 h ja hän saa kahdelta viimeiseltä tunnilta lisän, joka on 50 % tuntipalkasta?
- a) 125 €
  - b) 112,50 €
  - c) 137,50 €
  - d) 162,50 €

3. Työntekijä maksoi 3 100 €:n palkastaan ammattiliiton jäsenmaksu 34,10 €. Montako prosenttia oli ammattiliiton jäsenmaksu?
- a) 0,9 %
  - b) 1,1 %
  - c) 9,1 %
  - d) 11 %
4. Verokortissa on perusprosentti 27 ja lisäprosentti 48,1. Palkkatuloraja vuodessa on 38 000 €. Mikä on henkilön maksama ennakkovero, kun vuositulot ovat 39 800 €?
- a) 10 260 €
  - b) 10 746 €
  - c) 11 125,80 €
  - d) 11 611,80 €

**Keskiarvo (valitse 3 kysymystä)**

5. Mikä on keskiarvo seuraavista arvosanoista: 2, 5, 4, 2, 1, 3, 1, 2, 4, 5?
- a) 2
  - b) 2,9
  - c) 3,2
  - d) 4,5
6. Opiskelijan kolmen ensimmäisen matematiikan kurssin arvosanojen keskiarvo oli 7,25. Mikä arvosana hänen on vähintään saatava neljännestä kurssista, jotta keskiarvoksi tulisi ainakin 7,5?
- a) 7,5
  - b) 8
  - c) 8,25
  - d) 9
7. Mikä on kahdenkymmenen havaintoarvon keskiarvo, kun viiden ensimmäisen havaintoarvon keskiarvo on 7,5 ja viidentoista viimeisen keskiarvo on 9,5?
- a) 7,5
  - b) 8,5
  - c) 9
  - d) 9,5

8. Mikä on keskiarvo alla olevista soveltuvuuskokeen pistemääristä?

Pisteet	0	1	2	3	4	5
Hakijat	4	5	13	22	16	6

- a) 2,9
- b) 3,0
- c) 66
- d) 191

9. Opiskelijan koearvosanojen keskiarvo kolmen kokeen jälkeen oli 7,5. Neljännen kokeen tulos oli 10. Paljonko oli kaikkien kokeiden keskiarvo?

- a) 7,5
- b) 8,125
- c) 8,75
- d) 10

10. Tutkittiin yhteen valmistusprosessin työvaiheeseen kuluvaa aikaa. Paljonko oli työvaiheeseen tarvittava keskimääräinen työaika, kun ajat olivat seuraavat (min.):

5,2	5,4	5,1	5,4	5,8	5,1	5,7
5,3	5,2	5,5	5,1	5,5	5,7	5,9
5,4	5,6	5,2	5,4	5,2	5,9	

- a) 5,1 min
- b) 5,4 min
- c) 5,9 min
- d) 108,6 min

### **Mediaani (valitse 1 kysymys)**

11. Mikä on mediaani lukuaineistolle 4, 7, 9, 4, 4, 1, 2, 7, 5, 6, 9?

- a) 4
- b) 4,5
- c) 5
- d) 6,8

12. Mikä on mediaani alla olevista soveltuvuuskokeen pistemääristä?

Pisteet	0	1	2	3	4	5
Hakijat	4	5	13	22	16	6

- a) 2
- b) 2,5
- c) 3
- d) 22

### **Moodi (valitse 1 kysymys)**

13. Mikä on seuraavan arvosanjakauman moodi: 2, 5, 4, 2, 1, 3, 1, 2, 4, 5?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

14. Mikä on moodi alla olevista soveltuvuuskokeen pistemääristä?

Pisteet	0	1	2	3	4	5
Hakijat	4	5	13	22	16	6

- a) 2
- b) 2,5
- c) 3
- d) 22

### **Taulukointi ja graafinen esittäminen (valitse 2 kysymystä)**

15. Luokan arvosanjakauma näytti seuraavalle:

Arvosana	Lkm
5	2
4	3
3	6
2	4
1	3
Hylätty	2

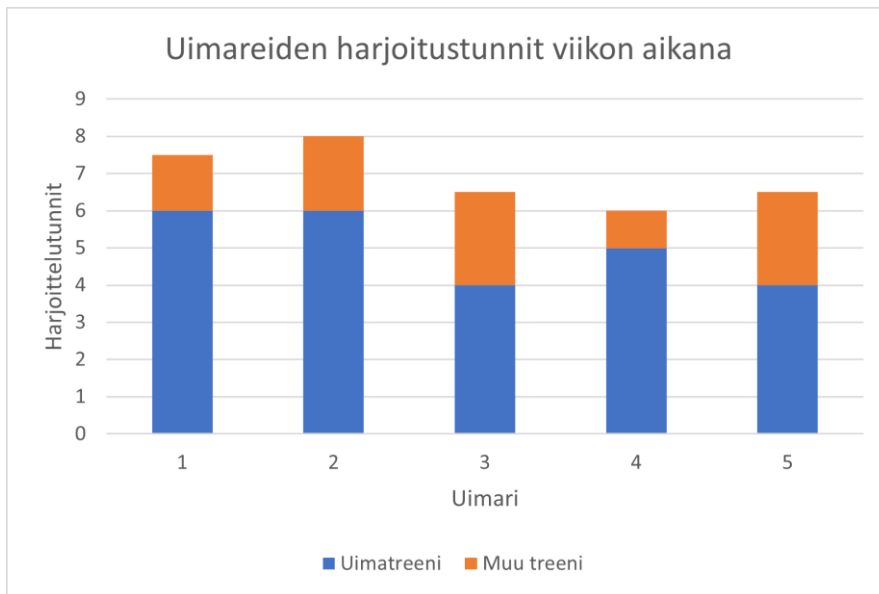
Mikä väittämä on oikein?

- a) Luokasta 75 % sai korkeintaan arvosanan 3.
- b) Luokasta 20 % sai hylätyn arvioinnin.
- c) Luokasta 60 % sai paremman arvioinnin kuin 2.
- d) Luokasta 15 % sai parhaan mahdollisen arvosanan.

16. Pylväsdiagrammi soveltuu kuvaamaan lukumääriä ja niiden välisiä eroja.

- a) Kyllä
- b) Ei

17. Ryhmän viiden uimarin harjoitustunnit on kuvattu alla olevassa diagrammissa. Harjoittelu jakaantuu uimatreeneihin ja muuhun treeniin, joka tapahtuu altaan ulkopuolella. Mikä väittämistä on oikein?



- a) Eniten harjoitellut on treenannut 2,5 tuntia enemmän kuin vähiten treenannut.  
b) Uimareiden uimatreenituntien keskiarvo on 5 tuntia.  
c) Yleisin harjoittelumäärä on 6 tuntia.  
d) Uimarin 2 kohdalla muun treenin osuus on 20 % koko viikon harjoittelumäärästä.
18. Ympyrädiagrammia käytetään, kun koko aineisto halutaan jakaa osiin muuttujan eri arvojen mukaan.
- a) Kyllä  
b) Ei

### Arvonlisävero (valitse 3 kysymystä)

19. Paljonko on arvonlisävero, jos tuotteen veroton hinta on 129 € ja sovellettava arvonlisäverokanta on 25,5 %?
- a) 6,50 €  
b) 25,50 €  
c) 32,90 €  
d) 154,50 €
20. Paljonko on kirjan veroton hinta jos, kirjan verollinen hinta on 17,90 € ja kirjaan sovellettava arvonlisävero on 10 %?
- a) 16,11 €  
b) 16,27 €  
c) 17,80 €  
d) 19,69 €

21. Asiakas osti kauppareissulla valmisaterin hintaan 6,90 € (alv 14 %) sekä irtonumero-lehden hintaan 7,90 € (alv 25,5 %). Paljonko ostokseen sisältyi arvonlisäveroa?
- a) 2,46 €
  - b) 2,98 €
  - c) 3,77 €
  - d) 3,98 €
22. Arvonlisäveron osuus tuotteen hinnasta on 23,90 €. Paljonko tuotteen verollinen hinta on, jos arvonlisävero on 25,5 %?
- a) 29,99 €
  - b) 79,68 €
  - c) 93,73 €
  - d) 117,63 €
23. Tiedetään tuotteen verollinen hinta. Miten saadaan laskettua veroton hinta, kun arvonlisävero on 25,5 %?
- a) Kertomalla verollinen hinta luvulla 0,745
  - b) Kertomalla verollinen hinta luvulla 1,255
  - c) Jakamalla verollinen hinta luvulla 0,745
  - d) Jakamalla verollinen hinta luvulla 1,255
24. Mikä on tuotteeseen sovellettava arvonlisäverokanta, kun tuotteen verollinen hinta on 59 € ja se sisältää veroa 11,99 €?
- a) 10 %
  - b) 14 %
  - c) 20,32 %
  - d) 25,5 %

### **Korko (valitse 3 kysymystä)**

25. Paljonko 15 000 €:n talletukselle saa korkoa kuukaudessa, kun vuosikorko on 2,5 %?
- a) 2,50 €
  - b) 31,25 €
  - c) 375 €
  - d) 3 750 €
26. Paljonko on kasvanut pääoma, jos 8 000 € sijoitetaan vuodeksi 3,2 %:n tuotolla?
- a) 8,19 €
  - b) 2 560 €
  - c) 8 008,19 €
  - d) 8 256 €

27. Velan suuruus on 1 200 €, kuinka paljon sille tulee korkoa 97 päivässä, jos vuosikorko on 8 %?
- a) 9,60 €
  - b) 25,51 €
  - c) 96 €
  - d) 1 225,51 €
28. Lainasumma on 175 000 € ja vuosikorko on 3,5 %. Korko nousee yhden prosenttiyksikön. Paljonko tämän seurauksena maksettavan koron osuus muuttuu kuukaudessa?
- a) 14,58 €
  - b) 145,83 €
  - c) 174,96 €
  - d) 1 750 €
29. Mikä väittämä on oikein?
- a) Vuodessa on 365 päivää, paitsi karkausvuonna on 366 päivää.
  - b) Karkauspäivä on aina tammikuussa.
  - c) Karkauspäivä on aina huhtikuussa.
  - d) Vuodessa on 364 päivää, paitsi karkausvuonna on 365 päivää.
30. Paljonko 20 000 €:n sijoituksella saa tuottoa kolmessa kuukaudessa, jos vuosituotto on 3 %?
- a) 50 €
  - b) 150 €
  - c) 200 €
  - d) 600 €

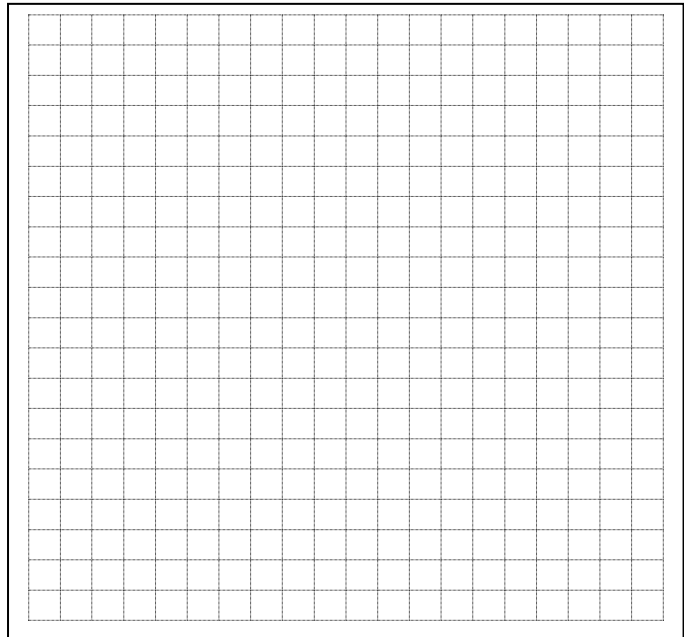
## LIITE: MALLIKOKEITA

Seuraavana on esitetty muutamia T1-T2 -tason matematiikan kokeita. Kokeet ovat alakoh-  
taistettuja ja suluissa näkyy perustutkinto, jolle koe on ensisijaisesti tarkoitettu. Kokeet kat-  
tavat koko pakollisen matematiikan Matematiikka 4 osp vaatimukset.

### KOE 1 (Liiketoiminnan pt)

Laske kaikki tehtävät ja laita mahdolliset perustelut näkyviin.

1. Piirrä ruudukkoon (1 ruutu = 1 cm)
- neliö, jonka sivun pituus on 4 cm,
  - suorakulmainen kolmio, jonka kateetit ovat 3 cm ja 5 cm,
  - ympyrä, jonka säde on 2,5 cm,
  - suorakulmio, jonka ala on  $20 \text{ cm}^2$ .



/4 p

2. a) Muunna annetuiksi yksiköiksi.

$$12 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$$

$$0,12 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$$

$$4 \text{ dl} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ l}$$

$$1 \text{ 200 g} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ kg}$$

- b) Neliön sivun pituus on 15 cm. Laske neliön piiri ja pinta-ala.

- c) Suorakulmaisen särmiön muotoisen varastokontin pituus on 1,76 m, leveys 1,86 m ja korkeus 1,37 m. Laske kontin tilavuus kuutiometreinä.

/6 p

3. Laske

a)  $3^3 - 2^2 =$

b)  $25 - 2 \cdot (8 - 6 : 3) =$

c) Matkasta on ajettu  $\frac{1}{4}$ . Paljonko matkaa on vielä jäljellä, jos matkan pituus on 167 km?

/6 p

4. a) Laske 25 prosenttia 1 300 eurosta.

b) Kuinka paljon 23 euroa on 450 eurosta?

c) Paljonko on muutos prosentteina, kun 2400 €:n palkkasi nousee 50 €?

/6 p

5. a) Alennusmyynnissä tulostin myytiin 30 %:n alennuksella. Laske alennetun tulostimen hinta, kun alkuperäinen hinta oli 115 €.

b) Asunnon vuokra on 430 euroa ja vuokraa korotetaan 5 %. Paljonko asunnon vuokra oli korotuksen jälkeen?

/4 p

6. a) Hyla-kerma 0,2 litran pakkauksessa maksaa 1,23 €. Laske kerman litrahinta (€/l).

b) Laske arvonlisävero ja hintaa arvonlisäveroineen, kun veroton hinta on 90 € ja alv 24 %.

c) Laske kuukauden korko, kun sijoitat 5 000 € ja saat sille vuosittaisen 3 %:n tuoton.

/6 p

## KOE 2 (Elintarvikealan pt, Hotelli- ravintola ja catering-alan pt)

Vastaa kaikkiin kysymykseen. Laita mahdolliset perustelut näkyviin.

1. (a) Muuta prosenteiksi:

$$\frac{2}{5} = \text{_____} \%$$

$$\frac{12}{100} = \text{_____} \%$$

(b) Laske

$$23 - 2 \cdot 7 - 5 = \text{_____}$$

(c) Paljonko  $\frac{2}{3}$  on 16 kg:sta?

/4 p

2. Muunna annetuiksi yksiköiksi.

(a) 2 dl = \_\_\_\_\_ l

(b) 0,44 kg = \_\_\_\_\_ g

/2 p

3. Suurennna 40 hengen keitto-ohje sellaiseksi, että keittoa riittää 130 hengelle.

raaka-aine	määrä	laskutoimitus	määrä/130 henkeä
maito	12 l		
pinaatti	1,5 kg		
vehnä jauhot	550 g		
voi	300 g		
suola	50 g		
kananmuna	1,1 kg		

$$\text{kerroin} = \frac{\text{uusi}}{\text{vanha}}$$

/4 p

4. (a) Siian mäti maksaa 0,125 kg:n pakkauksessa 8,65 €. Laske mädin kilohinta (€/kg).

(b) Paljonko maksaa 0,35 kg irtokarkkeja, kun niiden kilohinta on 5,95 €?

(c) Kuinka paljon saat luumuja 12 eurolla, jos luumujen kilohinta on 4,15 €/kg?

/6 p

5. a) Paljonko 0,5 kg:ssa grillimakkaraa on rasvaa, jos rasvaprosentti on 32 %?

b) Lounas maksaa 9,90 € ja siitä saa 5 % alennusta. Mikä on alennettu hinta?

c) Paljonko on bruttopalkka, jos 2 100 €:n palkkaa nostetaan 2 %?

d) Laske arvonlisävero ja verollinen hinta, kun veroton hinta on 45 € ja sovellettava verokanta on 14 %.

e) Paljonko 10 000 €:n lainasta pitää maksaa kuukaudessa korkoa, jos vuosikorko on 1,8 %?

/10 p

6. a) Ravintolan toimistoon laitettiin uusi muovimatto. Huoneen leveys oli 4,2 m ja pituus 3,5 m. Montako neliometriä muovimattoa tarvittiin?

b) Paljonko edellisen kohdan muovimatto maksaa, jos sen hinta on 21,70 €/m<sup>2</sup>?

c) Laske 1/1-kokoisen GN-vuoan tilavuus.



/6 p

### KOE 3 (Sosiaali- ja terveysalan pt)

Vastaa kaikkiin kysymykseen. Laita mahdolliset perustelut näkyviin.

1. Laske

a)  $20 - 9 - 6 : 2 =$

b)  $3^2 - \sqrt{9} =$

c) Kanisterista kaadetaan  $\frac{3}{5}$ . Paljonko kanisteriin jää, jos täydessä kanisterissa on nestettä 5 litraa?

d) Laske lääkkeen arvonlisävero ja verollinen hinta, kun sen veroton hinta on 23 € (alv 14 %).

/4 p

2. a) Suolaliuoksen suolapitoisuus on 15 %. Kuinka paljon siinä on suolaa, kun liuoksen kokonaismäärä on 2,5 kg?

d) Laske 7 % lisää 350 euroon.

e) Laske 20 grammasta pois 15 %.

f) Paljonko 78 grammaa on 150 grammasta?

g) Paljonko muutos on prosenteissa, jos määrä muuttuu 55 mg:sta 85 milligrammaan?

h) Laske kuukauden korko, kun alkuperäinen pääoma on 1 500 € ja korkokanta 2,2 %.

/12 p

3. Muunna annetuiksi yksiköiksi.

12 cm = \_\_\_\_\_ m

0,05 m = \_\_\_\_\_ mm

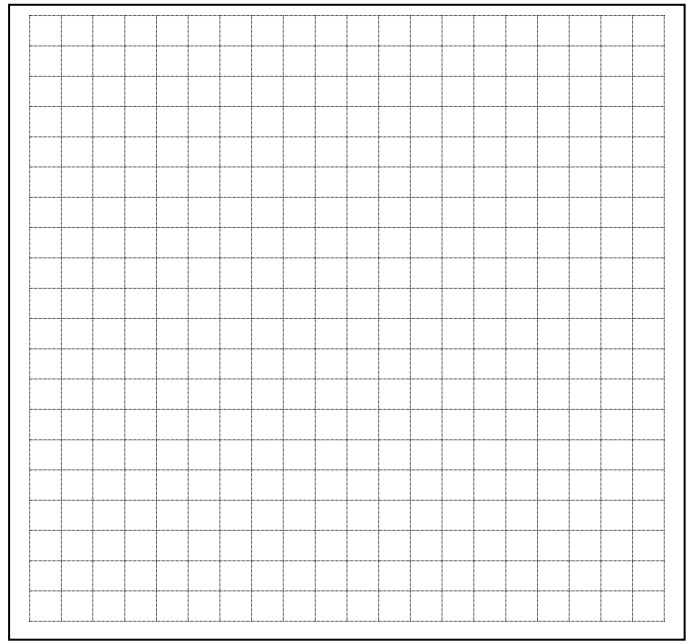
2 dl = \_\_\_\_\_ l

150 mg = \_\_\_\_\_ g

/4 p

4. Piirrä ruudukkoon (1 ruutu = 1 cm)

- a) ympyrä, jonka säde on 2,5 cm,
- b) suorakulmainen kolmio, jonka kanta on 5 cm ja korkeus ovat 3 cm,
- c) neliö, jonka piiri on 16 cm,
- d) suorakulmio, jonka ala on 15 cm<sup>2</sup>.



/4 p

5. a) Työhuoneen lattia päällystetään muovimatolla. Montako neliömetriä muovimattoa tarvitaan, kun huoneen mitat leveys on 4,5 m ja pituus 5,8 m?

b) Paljonko edellisen kohdan muovimatto maksaa, jos sen hinta on 21,70 €/m<sup>2</sup>?

c) Paljonko a-kohdan huoneeseen mahtuu ilmaa, jos huoneen korkeus on 2,3 m?

d) Työhuoneeseen laitetaan pyöreä matto, jonka halkaisija on 1,4 m. Montako neliömetriä se peittää lattian pinta-alasta. (Ympyrälle  $A = \pi \cdot r^2$ )

/6 p

# LIITE: VASTAUKSET

## PERUSLASKUTOIMITUKSET

1 - 1 -

1	4	6	5	2	1	7	,	6	7	9
d	f	h	b	a	i	k		e	c	j

1 - 2 -

1 - 3 -

1 - 4 -

1 - 5 Luku on jaollinen kahdella.

1 - 6 b, d, e, f

1 - 7

d) kymmenten tarkkuudella	2 850
e) satojen tarkkuudella	2 900
f) tuhansien tarkkuudella	3 000

1 - 8

e) ykkösten tarkkuudella	7
f) kymmenesosien tarkkuudella	6,8
g) sadasosien tarkkuudella	6,84
h) tuhannesosien tarkkuudella	6,835

1 - 9

kymmenesosien tarkkuudella	$\pi \approx 3,1$
sadasosien tarkkuudella	$\pi \approx 3,14$
tuhannesosien tarkkuudella	$\pi \approx 3,142$

1 - 10

Maksu €	Käteisostoissa	Tiliostoissa
12,38 €	12,40 €	12,38 €
12,60 €	12,60 €	12,60 €
436,54 €	436,55 €	436,54 €
9,33 €	9,35 €	9,33 €
1 098,12 €	1 098,10 €	1 098,12 €
0,98 €	1,00	0,98 €

1 - 11

-

1 - 12

-

1 - 13

-

1 - 14

a) 0      b) 0      c) -12      d) -12

1 - 15

a) -12      b) 12      c) -12  
d) -2      e) 2      f) -2

1 - 16

-13 °C

1 - 17

-1 °C

1 - 18

a) -9      b) 5      c) -1  
d) 0      e) 7      f) 2,5

1 - 19\*

a)  $\frac{1}{7}$       b)  $\frac{1}{10}$       c) 1  
d) 9      e)  $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$       f)  $\frac{2}{3}$

1 - 20

a) 7      b) 1      c) 0,5  
d) 20      e) 1,5      f) 100

1 - 21

a) 26      b) 8      c) -13  
d) 3      e) 21      f) 9

1 - 22

a) -24      b) 16      c) -12  
d) 2      e) 11      f) -13

1 - 23

a) 9 000 m      b) 0,05 m      c) 0,012 m      d) 0,2 m

1 - 24

a) 0,025 km      b) 0,00145 km  
c) 0,0015 km      d) 0,012 km

- 1 - 25 a) 0,3 cm b) 140 cm c) 1 100 cm d) 60 000 cm
- 1 - 26 a) 4 000 g b) 0,324 g c) 575 g d) 0,002 g
- 1 - 27 a) 0,75 kg b) 0,00054 kg  
c) 1,2 kg d) 0,1253 kg
- 1 - 28 33
- 1 - 29 2,81 €
- 1 - 30 2,3 t
- 1 - 31 22
- 1 - 32 -
- 1 - 33 a) 4 000 000 m<sup>2</sup> b) 0,0432 m<sup>2</sup>  
c) 2 000 m<sup>2</sup> d) 5 000 000 m<sup>2</sup>
- 1 - 34 a) 0,9 a b) 2 000 a c) 0,00125 a d) 500 a
- 1 - 35 a) 2,5 l b) 4 l c) 1,25 l d) 0,056 l
- 1 - 36 a) 9 000 dm<sup>3</sup> b) 0,14 dm<sup>3</sup>  
c) 125 dm<sup>3</sup> d) 5 dm<sup>3</sup>
- 1 - 37  $6\frac{2}{3}$  rkl
- 1 - 38 3000 l
- 1 - 39 168 h
- 1 - 40 3,5 h
- 1 - 41 86 400 s
- 1 - 42 a)  $\frac{5}{9}$  b)  $\frac{12}{16}$  ( $= \frac{3}{4}$ ) c)  $1\frac{2}{9}$
- 1 - 43 a)  $\frac{4}{3}$  b)  $\frac{11}{4}$  c)  $\frac{31}{5}$  d)  $\frac{49}{4}$
- 1 - 44 a)  $3\frac{1}{3}$  b) 3 c) 10 d)  $2\frac{1}{4}$
- 1 - 45 a)  $\frac{2}{6}$  b)  $\frac{9}{12}$  c)  $\frac{6}{30}$  d)  $\frac{5}{20}$
- 1 - 46 a)  $\frac{3}{4}$  b)  $\frac{1}{4}$  c)  $\frac{1}{2}$  d)  $\frac{2}{9}$
- 1 - 47 a) 9 b) 6
- 1 - 48 a) 0,2 b) 0,86 c) 3,2 d) 1,33

- 1 - 49      a)  $\frac{3}{5}$       b)  $\frac{3}{50}$       c)  $1\frac{9}{10}$       d)  $12\frac{1}{4}$
- 1 - 50       $\frac{60}{100} < \frac{5}{7} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < 0,85$
- 1 - 51      50 g
- 1 - 52      260 km
- 1 - 53      1 m
- 1 - 54\*      a)  $\frac{7}{10}$       b)  $1\frac{5}{12}$       c)  $2\frac{1}{12}$
- 1 - 55\*      a)  $\frac{1}{8}$       b)  $2\frac{3}{10}$       c)  $2\frac{1}{2}$
- 1 - 56\*      a)  $\frac{1}{5}$       b)  $8\frac{3}{4}$       c)  $1\frac{17}{18}$
- 1 - 57\*      a)  $\frac{3}{10}$       b)  $\frac{15}{16}$       c)  $5\frac{1}{7}$
- 1 - 58\*      16 h
- 1 - 59\*      14 pulloa
- 1 - 60      -
- 1 - 61      a)  $3^4$       b)  $8^6$
- 1 - 62      a) 49      b) 64      c) 32  
d) 15      e) 1      f) 59 049  
g) -9      h) 9      i) -27
- 1 - 63      -
- 1 - 64      a) 2      b) 9      c) 10  
d) 5,7      e) 1      f) ei ratk.  $\in \mathbb{R}$  (reaalilukujen joukko)
- 1 - 65      30 m
- 1 - 66\*      -
- 1 - 67\*      a) 4      b) 1      c) -1  
d) 10      e) 2,62      f) 7,54
- 1 - 68\*      15 cm

## PROSENTTILASKENTA

2 - 1	a) 3 d) 6	b) 4 e) 2	c) 13 f) 1
2 - 2	a) 2 d) 15	b) 5 e) 8	c) 3 f) -25
2 - 3	a) 0 d) 2	b) 2 e) 1	c) 2 f) $\frac{8}{11}$ ( $\approx 0,73$ )
2 - 4	162 kg		
2 - 5	a) 28	b) 3,75	c) 91,8
2 - 6*	15,9 dl		
2 - 7	a) 10	b) 8	
2 - 8	a) 50 % d) 20 %	b) 20 % e) 2 %	c) 75 % f) 2 %
2 - 9	a) 50 % d) 1,25 %	b) 5 % e) 12,5 %	c) 0,5 % f) 125 %
2 - 10	a) 0,08 d) 0,0145	b) 0,8 e) 0,45	c) 0,008 f) 1,45
2 - 11	a) 12 kg	b) 36 €	c) 32,3 m
2 - 12	84 g		
2 - 13	8 naista		
2 - 14	26,55 €		
2 - 15	2,75 cl		
2 - 16	a) 17,5 %	b) 5 %	c) 40 %
2 - 17	3,3 %		
2 - 18	40 %		
2 - 19	a) 1,02	b) 1,12	c) 1,012
2 - 20	a) 0,97	b) 0,65	c) 0,965
2 - 21	a) 136,80 €	b) 91,80 €	

- 2 - 22 a) 73,50 € b) 153,55 €
- 2 - 23 193,60 €
- 2 - 24 182,40 €
- 2 - 25 Ei pysy (-1,9 kg)
- 2 - 26 25,6 %
- 2 - 27 3,5 %
- 2 - 28 13,8 %
- 2 - 29 18,2 %
- 2 - 30\* 4 l
- 2 - 31\* 3167 €
- 2 - 32 -
- 2 - 33

perusarvo	75 %	50 %	25 %	10 %	1 %
1 kg	0,75 kg	0,5 kg	0,25 kg	0,1 kg	0,01 kg
200 €	150 €	100 €	50 €	20 €	2 €
64 ml	48 ml	32 ml	16 ml	6,4 ml	0,64 ml
75 g	56,25 g	37,5 g	18,75 g	7,5 g	0,75 g
1 400 €	1050 €	700 €	350 €	140 €	14 €

- 2 - 34 a) 24,6 % b) 385 € c) 63,75 ml
- 2 - 35 a) 166,95 € b) 88 €/vrk c) 4 %
- 2 - 36\*

Hinta	Alennus			
	20 %	30 %	40 %	50 %
	Alennettu hinta			
100	80	70	60	50
150	120	105	90	75
200	160	140	120	100
250	200	175	150	125
300	240	210	180	150

2 - 37\*

a)

Paikkakunta	Myynti €	%-osuus
Kokkola	12 000	15,5
Oulu	25 600	33,0
Jyväskylä	21 500	27,7
Vaasa	18 500	23,8
Yhteensä:	77 600	100,0

b) -

## GEOMETRIA

- 3 - 1      a) 3,5 m, 4,25 m                      b) 9,2 cm
- 3 - 2\*      1 : 2 000 000
- 3 - 3      a) 15 cm<sup>2</sup>, 16 cm                      b) 31,9 m<sup>2</sup>, 23,6 m
- 3 - 4      16,0 m<sup>2</sup>, 16,0 m, 35,2 m<sup>2</sup>
- 3 - 5      25 cm<sup>2</sup>, 20 cm
- 3 - 6      0,81 m<sup>2</sup>
- 3 - 7      a) 9,0 m<sup>2</sup>      b) 17,0 m
- 3 - 8      31,7 cm, 42 cm<sup>2</sup>
- 3 - 9      tasasivuinen, suorakulmainen, tasakylkinen
- 3 - 10      10 cm, koska  $6^2 + 8^2 = 10^2$
- 3 - 11      7,7 cm
- 3 - 12\*      4,2 cm
- 3 - 13       $r = 4$ ,  $A \approx 50,3$ ,  $p \approx 25,1$
- 3 - 14      19,6 m<sup>2</sup>
- 3 - 15      75,4 m
- 3 - 16      -
- 3 - 17      a) 16 cm, 16 cm<sup>2</sup>                      b) 14,4 m, 12,96 m<sup>2</sup>

3 - 18*	a) 20 cm, 24 cm <sup>2</sup>	b) 92 m, 507,84 m <sup>2</sup>
3 - 19*	10,4 m	
3 - 20	a) 6,48 m <sup>2</sup>	b) 3 purkkia c) 33,92 €
3 - 21*	19,2 cm	
3 - 22	90 cm <sup>2</sup>	
3 - 23	17,3 m, 23,8 m <sup>2</sup>	
3 - 24	4,48 m <sup>3</sup>	
3 - 25	46,8 m <sup>3</sup>	
3 - 26*	2,7 m	
3 - 27*	76 l	
3 - 28	0,125 m <sup>3</sup>	
3 - 29	6	
3 - 30*	1,5 m <sup>2</sup>	
3 - 31*	0,25 l	
3 - 32	-	
3 - 33	2,4 m <sup>3</sup>	
3 - 34*	0,23 m <sup>3</sup> (230 l)	
3 - 35*	2,0 l	
3 - 36	-	
3 - 37	565 cm <sup>3</sup>	
3 - 38	3 240 000 m <sup>3</sup>	
3 - 39*	0,75 dl	
3 - 40	14 137 cm <sup>3</sup>	
3 - 41	883 573 m <sup>3</sup>	
3 - 42*	1,13 dl	
3 - 43*	1,08 · 10 <sup>12</sup> km <sup>3</sup>	
3 - 44*	40 030 km	

3 - 45	0,66 m <sup>3</sup>
3 - 46	0,42 m <sup>3</sup>
3 - 47	9,0 m <sup>3</sup>
3 - 48	46,7 m <sup>3</sup>
3 - 49	5 890 cm <sup>3</sup>
3 - 50	7 238 cm <sup>3</sup>

## TALOUS- JA TILASTOMATEMATIIKAN PERUSTEET

4 - 1	-
4 - 2	-
4 - 3	

Bruttopalkka	1 600 €	100 %
Vero + muuta maksut	262,72 €	16,42 %
Nettopalkka	1 337,28 €	83,58 %

4 - 4	-
4 - 5	-
4 - 6	-
4 - 7	-
4 - 8	a)

Arvosana	Lkm	Lkm %
1	2	8 %
2	4	16 %
3	8	32 %
4	7	28 %
5	4	16 %
Yht.	25	100 %

b) ka = 3,28 c) Md = 3, Mo = 3 d) -

4 - 9 alv = 12,50 €, verollinen hinta = 61,50 €

4 - 10 verollinen hinta = 21,45 €, alv = 1,95 €

4 - 11 veroton hinta = 126,69 €, alv = 32,31 €

4 - 12

Tuotekoodi	Veroton hinta (€)	ALV (€)	Verollinen hinta (€)
F123	120,00	30,60	150,60
F124	53,00	13,52	66,52
F125	12,00	3,06	15,06
F126	134,00	34,17	168,17
F127	160,00	40,80	200,80

Tuotekoodi	Veroton hinta (€)	ALV (€)	Verollinen hinta (€)
H345	133,07	33,93	167,00
H346	18,73	4,77	23,50
H347	22,23	5,67	27,90
H348	124,30	31,70	156,00
H349	2,71	0,69	3,40

4 - 13\* alv = 4,48 €

4 - 14\* alv = 40,41 €

4 - 15\*

Veroton hinta (€)	ALV		Verollinen hinta (€)
	(€)	(%)	
450,00	114,75	25,5	564,75
368,00	93,84	25,5	461,84
152,86	21,40	14	174,26
1 135,91	113,59	10	1 249,50

4 - 16\* kokonaishinta = 193,70 € (verollinen), alv = 20,28 €

4 - 17

Koko lainapääoma	160 000	100 %
Korko vuodessa	2 800 €	1,75 %
Korko kuukaudessa	233,33 €	0,146 %

4 - 18

Koko lainapääoma	160 000	100 %
Korko vuodessa	4 400 €	2,75 %
Korko kuukaudessa	366,67 €	0,229 %

4 - 19 -

- 4 - 20
- |             |                |
|-------------|----------------|
| a) 9,90 €   | b) 0,63 €      |
| c) 15,75 €  | d) 16 640,29 € |
| e) 304,07 € | f) 27,88 €     |