

# MATIKKAKERTAUS

MATEMATIIKAN PREPPAUS LASKENNAN PERUSTEIDEN HARJOITTELUUN



## Sisällys

ALKUSANAT .....	4
Yleisiä vinkkejä matematiikan tukemiseen ja havainnollistamiseen .....	5
Peruslaskutaidot .....	8
Peruslaskutoimitukset.....	8
Kymmenjärjestelmä .....	9
Desimaaliluvut .....	10
Kertominen ja jakaminen kymmenellä, sadalla ja tuhannella .....	11
Lukujen suuruusvertailu .....	12
Pyöristäminen .....	14
Merkkisäännöt .....	17
Kerto- ja jakolasku (tulo ja osamäärä) .....	17
Yhteen- ja vähennyslasku (summa ja erotus) .....	17
Laskujärjestyssäännöt .....	21
Murtoluvut.....	24
Potenssi.....	30
Yksikkömuunnokset.....	32
Pituuden yksikkömuunnos.....	33
Massan yksikkömuunnos .....	36
Vetomittojen yksikkömuunnos.....	37
Ajan muunnokset tunneista sekunneiksi ja sekunneista tunneiksi .....	38
Yksikkömuunnostehtäviä.....	39
Pinta-ala .....	40
Pinta-alan yksikkömuunnos.....	41
Yhtälöt .....	42
Verrannot.....	47
Prosenttilaskenta .....	50
Keskeiset käsitteet ja sanasto .....	50
Osuuden muuttaminen prosenttiluvuksi.....	51
Vertailuprosenttiarvot.....	53

Geometrian perusteet .....	55
Geometrian keskeiset käsitteet ja sanasto .....	55
Neliö .....	55
Suorakulmio.....	58
Tasakylkinen suunnikas .....	61
Puolisuunnikas .....	63
Kolmio .....	65
Ympyrä.....	67
Ratkaisut.....	69
Liitteet .....	86

## ALKUSANAT

*Matikkakertaus* on harjoituspaketti ammatillisella toisella asteella opiskelevien matematiikan opintojen tueksi. Harjoituksia on mahdollista hyödyntää soveltuvin osin erilaisissa osaamisen hankkimisen tilanteissa.

Teos jakaantuu kolmeen osaan: ensimmäisessä osassa harjoitellaan peruslaskutaitoja, toisessa prosenttilaskentaa, ja kolmas osa sisältää geometrian perusteita. Peruslaskutaitojen osa on laajuudeltaan suurin ja käsittää kymmenjärjestelmän, desimaaliluvut, merkki- ja laskujärjestyssäännöt, murtoluvut, potenssit, yksikkömuunnokset, yhtälöt ja verrannot. Prosenttilaskenta sisältää keskeiset käsitteet ja sanaston, osuuden muuttamisen prosenttiluvuksi sekä vertailuprosenttiarvot. Geometrian perusteissa käsitellään kaksiulotteisia geometrisia kuvioita, joista harjoitellaan pinta-alan ja piirin ratkaisua.

Geometrian perusteiden tehtäväsarjoissa on tekijänä ollut erityisopettaja Auli Malila. Lisäksi sain S2-näkökulmaa ja vinkkejä matemaattisen ymmärryksen tukemiseen lehtori Meiju Kankaiselta ja ideoita tehtävien työstämiseen lehtori Kirsi Kiljalalta.

Lahdessa 15.5.2022

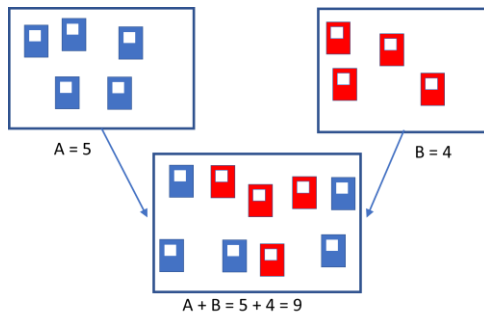
Juhana Kankainen

## Yleisiä vinkkejä matematiikan tukemiseen ja havainnollistamiseen

Tähän lukuun on koottu havainnollistavia esimerkkejä siitä, millä tavoin opiskelijoiden matemaattista ymmärrystä on mahdollista tukea. Ymmärtämisen tukena voi olla esimerkiksi piirtäminen, sanalliset harjoitukset, kuvat ja/tai konkreettiset esineet.

**Esim.** Sanallisen yhteenlaskun havainnollistaminen piirtämisen ja värien avulla.

*Mikolla on 5 sinistä vihkoa laatikossa ja 4 punaista vihkoa pöydällä. Mikko siirtää 4 pöydällä olevaa punaista vihkoa laatikkoon. Kuinka monta vihkoa laatikossa on yhteensä?*



**Esim.** Sanallisen kertolaskun havainnollistaminen piirtämisen ja värien avulla.

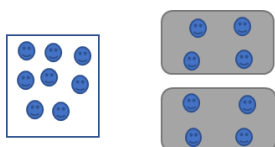
*Yksi opiskelijan aterian maksaa yhteensä 3 euroa. Kuinka paljon maksaa, jos opiskelija syö kaksi ateriana?*

$$3 \cdot 2 \Rightarrow 3 \cdot 2 = 6$$

The diagram shows a 3x2 grid of empty squares, representing the multiplication of 3 rows by 2 columns to get 6 squares.

**Esim.** Sanallisen jakolaskun havainnollistaminen ruutuvihon avulla piirtämisen ja värityksen avulla.

*Ravintolassa on yhteensä kaksi (2) ruokapöytää. Paikalle saapuu 8 asiakasta, jotka ohjataan pöytiin. Kuinka monta asiakasta istuu kunkin pöydän äärellä, kun ryhmät ovat yhtä suuria?*



Kahdeksan jaettuna kahdella on neljä.

$$\frac{8}{2} = 4 \quad 8 : 2 = 4$$

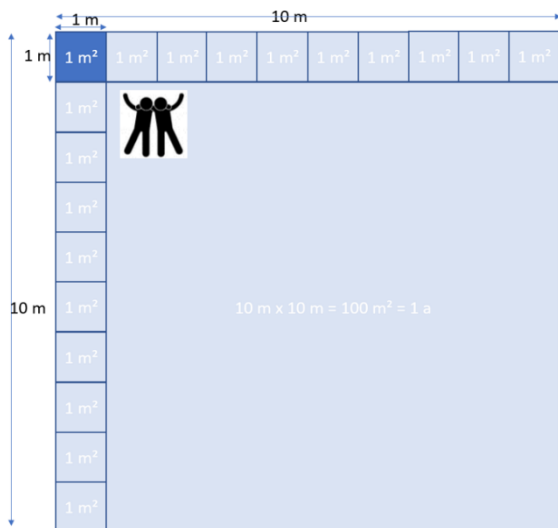
**Esim.** Pinta-alan havainnollistaminen helposti ymmärrettävän vertailukohtan avulla.

*Kuinka monta neliometriä on yhdessä aarissa?*

$$A = 10 \text{ m} \cdot 10 \text{ m}$$

$$A = 100 \text{ m}^2$$

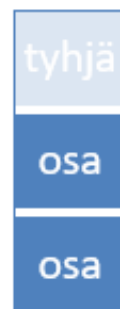
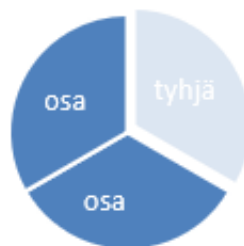
Esimerkiksi neliometri ja aari ovat verrattavissa keskikokoiseen (1,8 m henkilöön). Vieressä on esitetty kaksi valkoisen alustan päällä makaavaa henkilöä aarin kokoisella alueella.



**Esim.** Murtoluvun havainnollistaminen murtokakkupaloilla tai murtosauvalla.




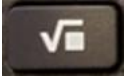
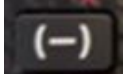


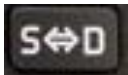
*Sinulla on piirakka, joka on jaettu kolmeen yhtä suureen osaan. Piirakasta otetaan yksi pala pois ja jäljelle jää kaksi kolmasosaa.*

Kaksi kolmasosaa  $\frac{2}{3}$



## Laskimen käyttö

Harjoittele seuraavat merkit:

Kertomerkki	
Jakomerkki	
Potenssi	
Sulkumerkki	
Neliöjuuri	
Etumerkin muuttaminen (positiivinen negatiiviseksi)	
Desimaalierotin Laskimessa pilkun paikalla käytetään usein pistemerkkiä.	
Murtoluvusta desimaaliluku	<p><b>SHIFT</b> ja =  + </p> <p>TAI </p>



## Peruslaskutaidot

### Peruslaskutoimitukset

Peruslaskutoimituksia ovat yhteenlasku (summa), vähennyslasku (erotus), kertolasku (tulo) ja jakolasku (osamäärä).

- **Yhteenlaskusta** saatu vastaus (eli tulos) muodostuu yhteenlaskettavista luvuista.

Esim.  $2 + 4 = 6$ , jossa 2 ja 4 ovat yhteenlaskettavia ja 6 on summa.

- **Vähennyslaskun** vastaus (eli tulos) muodostuu vähenevästä vähennettävällä vähentäjällä

Esim.  $6 - 4 = 2$ , jossa 6 on vähenevä, 4 vähentäjä ja 2 erotus.

- **Kertolaskun** vastaus (eli tulos) muodostuu tekijöiden kertomisesta keskenään.

Esim.  $6 \cdot 4 = 24$ , jossa 6 ja 4 ovat tekijöitä ja 24 on tulo.

- **Jakolaskun** vastaus (eli tulos) muodostuu jaettavan jakamisesta jakajalla.

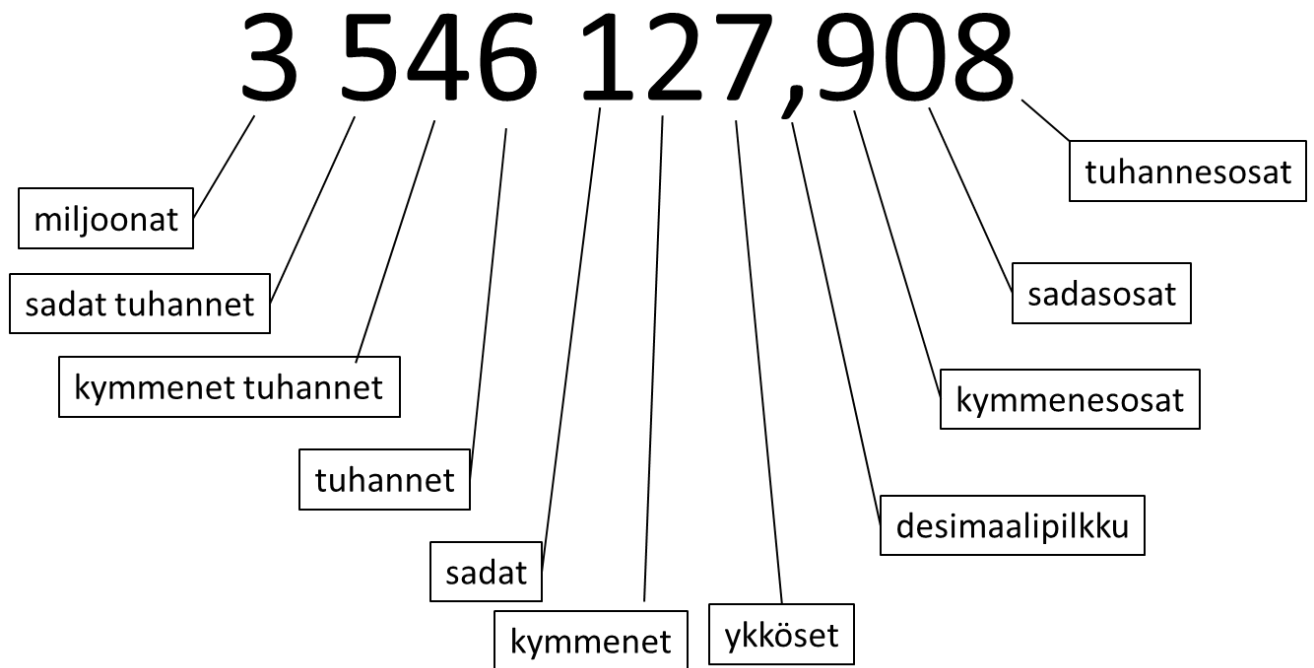
Esim.  $24 : 8 = 3$ , jossa 24 on jaettava, 8 jakaja ja 3 osamäärä.

### Tehtäviä

Merkitse ja laske

- Lukujen 10 ja 8 summa (yhteenlasku).
- Lukujen 21 ja 3 erotus (vähennyslasku).
- Lukujen -4 ja 3 tulo (kertolasku).
- Vähenevä on 35 ja vähentäjä on 10 (vähennyslasku).
- Jaettava on 21 ja jakaja on 7 (jakolasku).
- Lukujen 6 ja 5 summa (yhteenlasku).
- Lukujen 15 ja 5 erotus (vähennyslasku).
- Lukujen -2 ja 3 tulo (kertolasku).
- Vähenevä on 12 ja vähentäjä on 14 (vähennyslasku).
- Jaettava on 9 ja jakaja on 3 (jakolasku).

## Kymmenjärjestelmä



Määritä seuraavista luvuista

Luku	kymmenet tuhannet	tuhannet	sadat	kymmenet	ykköset	kymmenes- osat	sadas- osat	tuhannes- osat
23563,134	2	3	5	6	3	1	3	4
643								
5637,4								
124,03								
63236,3								
36422								
56								
45346								
9346,8								
32604								
35								

## Desimaaliluvut

Desimaaliluvussa on pilkku, joka erottaa luvun kokonaisosan ja desimaaliosan toisistaan. Laskimissa käytetään usein pilkun paikalla pistettä, joka joissain maissa toimii desimaalierottimena.

Esimerkiksi luvut 12,5 ja 530,0004 ovat desimaalilukuja.

- ⇒ Luvussa 12,5 on **yksi** desimaali
- ⇒ Luvussa 530,0004 on **neljä** desimaalia.

Jos luvussa ei ole pilkkua, niin kyseessä on kokonaisluku. Esimerkiksi luku 34 on kokonaisluku.

Luku 12,5 voidaan lukea kahdella erilaisella tavalla:

- ⇒ 12,5 kaksitoista pilkku viisi
- ⇒ 12,5 kaksitoista kokonaista ja viisi kymmenesosaa

Desimaaliluvuissa pilkun oikealla puolella olevien numeroiden määrä kertoo luvun desimaalitarkkuuden, esim. luku **12,5** on yhden desimaalin tarkkuudella.

## Tehtäviä

1. Kuinka monta desimaalia on seuraavissa luvuissa?

- a) 34,1
- b) 45,034
- c) 35,2354
- d) 30,20
- e) 456,3
- f) 3,45
- g) 1,24

127,9083

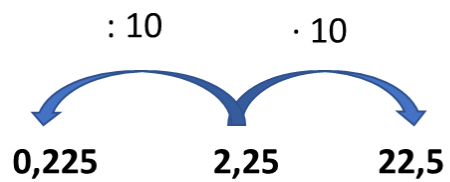


## Kertominen ja jakaminen kymmenellä, sadalla ja tuhannella

Kerrottaessa ja jaettaessa kymmenellä voidaan laskea tulos siirtämällä pilkkua nollien verran kerrottaessa oikealle ja jaettaessa vasemmalle.

### Esimerkki

- a)  $2,54 \cdot 10 = 25,4$
- b)  $22,5 : 100 = 0,225$



### Tehtäviä

#### 2. Laske ilman laskinta

- a)  $34,67 \cdot 10$
- b)  $12,34 \cdot 1000$
- c)  $2,1 \cdot 100$
- d)  $2,367 \cdot 10$
- e)  $30,34 \cdot 1000$
- f)  $2,31 \cdot 100$
- g)  $34,67 : 10$
- h)  $12,34 : 1000$
- i)  $21,1 : 100$
- j)  $2,3 : 10$
- k)  $3012,3 : 1000$
- l)  $2,31 : 100$

## Lukujen suuruusvertailu

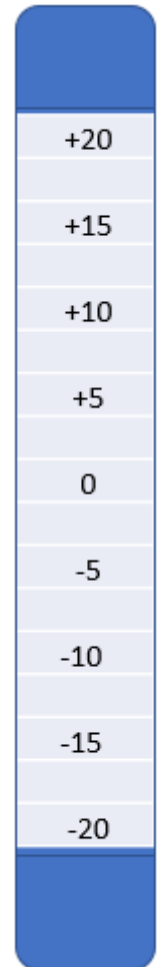
Lukujen suuruutta voidaan verrata lukusuoralla, joka muistuttaa vaakasentoon asetettua lämpömittaria.

Lukujen vertailussa käytetään alla olevia merkintöjä:

- > suurempi kuin
- < pienempi kuin
- = yhtä suuri kuin
- ≥ suurempi tai yhtä suuri kuin
- ≤ pienempi tai yhtä suuri kuin
- ≠ erisuuri kuin

## Esimerkki

- a)  $10 > -20$  kymmenen on suurempi kuin miinus kaksikymmentä
- b)  $-5 \neq 5$  miinus viisi on erisuuri kuin viisi
- c)  $5 < 10$  viisi on pienempi kuin kymmenen
- d)  $2 = 2$  kaksi yhtä suuri kuin kaksi
- e)  $4 \geq 3$  suurempi tai yhtä suuri kuin
- f)  $20 \leq 20$  pienempi tai yhtä suuri kuin



## Tehtäviä

1. Aseta luvut oikealle kohdalle lukusuoraa.

- a) -5
- b)  $1\frac{1}{2}$
- c) 3,25
- d) 2,5
- e) 3,5
- f) -4



2. Järjestä luvut suuruusjärjestykseen pienimmästä alkaen alla olevaan taulukkoon.

- a) 34,1
- b) 45,034
- c) 35,2354
- d) 30,20
- e) 456,3

--	--	--	--	--

3. Merkitse < (pienempi kuin), > (suurempi kuin) tai = yhtä suuri kuin)

- a) 45,2 \_\_\_\_\_ 234
- b) 2,5 \_\_\_\_\_ 3
- c) 5 \_\_\_\_\_ -5
- d) -2 \_\_\_\_\_ -4

## Pyöristäminen

Laskiessa saadaan usein lukuja, joissa olisi loputtoman monta desimaalia.

Esimerkiksi  $2 : 3 = 0,666666\dots$  Tämä tarkoittaa, että luku on **päätymätön desimaaliluku**.

Päätymätön desimaaliluku voi olla **jaksollinen** tai **jaksoton**.

- ⇒ Jaksollisessa on toistuva numero tai numerosarja, esim.  $0,6666\dots$
- ⇒ Jaksottomassa desimaaliluvussa on sekalaisia numeroita, esim.  $0,63245\dots$

Päätymätön desimaaliluku katkaistaan jostain kohtaa ja se **pyöristetään**. Pyöristettäessä katkaisukohtaan ensimmäinen poistettu luku määrittää sitä edeltävän numeron.

Esim. pyöristetään  $0,66666\dots$  kahden desimaalin eli sadasosien tarkkuudelle.

$$\Rightarrow 0,6\bar{6}|666\dots = 0,6\bar{7}$$

Numero pyöristyy ylöspäin, jos sen oikeanpuoleinen pois jäävä numero on 5,6,7,8 tai 9.

Numerot 0,1,2,3,4 eivät pyöristä numeroa ylöspäin.

Pyöristämisen voi suorittaa myös kymmeneen, satoihin, tuhansiin ja kokonaisluvun tarkkuudelle.

## Esimerkki

- a) Pyöristä luku 2513,56 **kymmenien** tarkkuudelle.

$$251|3,56 \approx 2510$$

- b) Pyöristä luku 2513,56 **tuhansien** tarkkuudelle.

$$2|513,56 \approx 3000$$

## Tehtäviä

1. Pyöristä luvut kymmenien tarkkuudelle

- a. 124,2
- b. 53
- c. 357
- d. 2363,6
- e. 456

2. Pyöristä luvut satojen tarkkuudelle

- a. 124,2
- b. 533
- c. 357
- d. 2363,6
- e. 456

3. Pyöristä luvut kymmenesosien tarkkuudelle

- a. 4,29
- b. 53,36
- c. 3,57
- d. 23,636
- e. 4,56

4. Pyöristä luvut sadasosien tarkkuudelle

- a. 14,235
- b. 53,3456
- c. 3,574
- d. 23,636
- e. 4,562

5. Pyöristä yhden desimaalin tarkkuudelle

- a. 3,567
- b. 2,449
- c. 53,04
- d. 25,55
- e. 9,99

6. Pyöristä 35 234,45 euroa

- a. sadan euron tarkkuudelle
- b. tuhannen euron tarkkuudelle
- c. euron tarkkuudelle
- d. kymmenen sentin tarkkuudelle
- e. kymmenen tuhannen euron tarkkuudelle

7. Pyöristä luku sarakkeisiin kymmenien tarkkuudelle, ykkösiin tarkkuudelle (kokonaisluvuiksi) sekä yhden desimaalin tarkkuudelle.

Luku	Pyöristä kymmeniin	Pyöristä ykkösiin	Pyöristä yhden desimaalin tarkkuuteen
124,263			
40,73			
23,54			
5,33			
23,53			
960,09			
34,743			
45000,3			
550000,15			
46,732			
10,34			
50,00034			
35,0030			
460,3			
35,03			
23,933			
40,35			
5010,36			
456,03			
346,785			
573,853			

## Merkkisäännöt

### Kerto- ja jakolasku (tulo ja osamäärä)

+	ja	+	=	+
-	ja	-	=	+
-	ja	+	=	-
+	ja	-	=	-

Kerto- tai jakolaskun tulos on positiivinen, kun kerto- tai jakolaskussa on **parillinen** määrä negatiivisia lukuja ( - ja - ).

### Esimerkki

$$-5 \cdot (-2) = 10 \text{ (parillinen määrä miinusmerkkejä)}$$

Kerto- tai jakolaskun tulos on negatiivinen, kun kerto- tai jakolaskussa on **pariton** määrä negatiivisia lukuja ( - ).

### Esimerkit

$$5 \cdot (-2) = -10 \text{ (pariton määrä miinusmerkkejä)}$$

$$-5 \cdot (-2) \cdot (-1) = -10 \text{ (pariton määrä miinusmerkkejä)}$$

### Yhteen- ja vähennyslasku (summa ja erotus)

Kun sulkulauseen edessä on plusmerkki ( + ), poistetaan sulkeet ja sulkulauseen sisältö kirjoitetaan sellaisenaan.

### Esimerkki

$$5 + (5 - 2) = 5 + 5 - 2 = 8$$

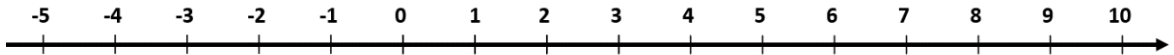
Kun sulkulausekkeen edessä on miinusmerkki ( - ), vaihdetaan kaikkien sulkulausekkeen termien (luku tai muuttuja) etumerkit.

### Esimerkit

$$5 - (-4) = 5 + 4 = 9$$

$$5 + (-4) - 3 - (-6) = 5 - 4 - 3 + 6 = 4$$

## Tehtäviä



### 1. Laske

- a)  $2 \cdot 3$
- b)  $2 \cdot (-3)$
- c)  $-2 \cdot (-3)$
- d)  $(-2) \cdot 3$
- e)  $7 \cdot 3$
- f)  $2 \cdot (-7)$
- g)  $-3 \cdot (-3)$
- h)  $(-2) \cdot 9$

### 2. Laske

- a)  $-4 + (+3)$
- b)  $-17 + (-10)$
- c)  $20 - (-5)$
- d)  $-10 - (+10)$
- e)  $-7 + (+2)$
- f)  $-5 + (-6)$
- g)  $3 - (-5)$
- h)  $-4 - (+2)$

### 3. Laske

- a)  $-2 \cdot (-3) \cdot 3$
- b)  $-3 \cdot (-10) \cdot (-1)$
- c)  $-2 \cdot 5 \cdot (-1)$
- d)  $4 \cdot (-2) \cdot 3$

### 4. Laske

- a)  $6 - (-7) - 3$
- b)  $-8 - 6 - 5$
- c)  $-6 - 5 - 4 - (-3)$
- d)  $-8 - 5 - (-10) + 3$
- e)  $2 + 3 - 4 - (-5)$

### 5. Laske laskimella

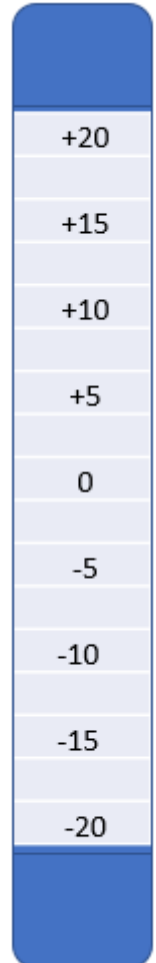
- a)  $\frac{2 \cdot (-14)}{-10 \cdot 7}$
- b)  $-80 \cdot 15 : (-40)$
- c)  $\frac{5 \cdot (-50)}{-20 \cdot 3}$
- d)  $-4 \cdot (-15) : (-40)$

6. Muodosta lauseke ja ratkaise tehtävä.

a) Ulkolämpötila on neljä astetta pakkasta. Lämpötila jäähtyy -12 asteeseen. Kuinka monta astetta lämpötila muuttui?

b) Naudanpaisti on pakastimessa -17 asteen lämpötilassa. Se otetaan lämpenemään jääkaappiin, joka on +5 asteinen. Laske, montako astetta naudanpaisti lämpenee jääkaapissa.

c) Paavo tienasi maanantaina 52,3 € ja tiistaina 102,4 €. Keskiviikkona hän maksoi laskun, joka oli 32,2 €. Kuinka paljon rahaa Paavolle jäi jäljelle?



## Laskujärjestyssäännöt

Matematiikassa on omat säännöt siihen, missä järjestyksessä laskuja lasketaan. Tämä on nimeltään **laskujärjestys**.

Yksinkertaistettu laskujärjestys on seuraava:

1. Ensimmäisenä lasketaan **sulkujen sisällä olevat laskutoimitukset**, jos laskussa on sulkumerkkejä ( ). Laske sisimmät sulkeet ensin
2. Toisena lasketaan **kerto-** (  $\cdot$  tai  $\times$  ) ja **jakolaskut** (  $\div$  tai  $:$  tai  $/$  ) vasemmalta oikealle.  $\rightarrow$
3. Kolmantena lasketaan yhteenlaskut (  $+$  ) ja vähennyslaskut (  $-$  ) vasemmalta oikealle.  $\rightarrow$

Kirjoita laskulauseke ja laskujen **välivaiheet ylös**, kun lasket tehtäviä. Välivaihe tarkoittaa, miten ja missä järjestyksessä lasket tehtävät.

### Esimerkit

Laske. Kirjoita myös **välivaihe** näkyviin.

a)  $4 \cdot (2 + 3) = 4 \cdot 5 = 20$



b)  $20 - 12 : 4 = 20 - 3 = 17$



c)  $12 \cdot 2 - 32 : 8 = 24 - 32 : 8 = 24 - 4 = 20$



d)  $3 + (8 - 15) \cdot 2 = 3 + (-7) \cdot 2 = 3 + (-14) = 3 - 14 = -11$



## Tehtäviä

1 Laske. Kirjoita **välivaiheet** näkyviin.

- a)  $8 \cdot 3 + 7$
- b)  $(17 - 10) : 5$
- c)  $25 : 5 - 10 : 5$
- d)  $4 + 2 - 5 \cdot 3$

2 Laske. Kirjoita **välivaiheet** näkyviin.

- a)  $8 + 3 \cdot 7$
- b)  $17 - 10 \cdot 5$
- c)  $17 \cdot 5 - 10 \cdot 5$
- d)  $17 \cdot (5 - 10) \cdot 5$

3 Laske. Kirjoita **välivaiheet** näkyviin.

- a)  $(2 \cdot 3 + 7) \cdot 2$
- b)  $(17 - 10) + 5$
- c)  $75 : (8 - 10 : 5)$
- d)  $(4 + 2 - 5) \cdot 3$

4 Laske. Kirjoita **välivaiheet** näkyviin.

- a)  $(8 + 3) \cdot 7$
- b)  $17 + 10 \cdot 5$
- c)  $20 \cdot 5 - 10 \cdot 5$
- d)  $10 \cdot (5 + 10) \cdot 5$

5 Laske. Kirjoita **välivaiheet** näkyviin.

- a)  $8 \cdot (3 + 7)$
- b)  $(17 - 10) : 2$
- c)  $100 : 10 + 10 \cdot 5$
- d)  $4 - (2 + 5) \cdot 3$

6 Laske. Kirjoita **välivaiheet** näkyviin.

- a)  $8 + 3 \cdot 7 - 2$
- b)  $10 \cdot 5 - 4 \cdot 2$
- c)  $10 \cdot (5 - 4) \cdot 2$
- d)  $2 \cdot (5 + 10) \cdot 5$

7 Laske. Kirjoita myös **välivaiheet** näkyviin.

- a)  $8 \cdot 4 : 2$
- b)  $8 \cdot (4 : 2)$
- c)  $12 : 2 \cdot 3$
- d)  $12 : (2 \cdot 3)$

8 Laske. Kirjoita myös **välivaiheet** näkyviin.

- a)  $8 : (-4) \cdot 7$
- b)  $(-4) : 4 \cdot 5$
- c)  $(-24) : (-4 \cdot 3)$
- d)  $((-5) - 10) \cdot 5$

9 Laske. Kirjoita **välivaiheet** näkyviin.

- a)  $(-2 \cdot 3 + 7) \cdot 2$
- b)  $-(20 - 10) : 2 + 5 \cdot 3$
- c)  $30 : ((8 - 10) : 4)$
- d)  $(4 + 2 - 5) \cdot (-3)$

10 Laske. Kirjoita **välivaiheet** näkyviin.

- a)  $(8 + 7) : 3 \cdot 7$
- b)  $35 + 10 : 2 \cdot 5$
- c)  $(20 : 5 - 10) \cdot 5$
- d)  $(-10) \cdot (5 + 10) \cdot (-5)$

11 Laske. Kirjoita **välivaiheet** näkyviin.

- a)  $8 \cdot (2 + 7)$
- b)  $(17 - 100) : 2$
- c)  $100 : 2 + 10 \cdot 5$
- d)  $4 - (2 + 5) \cdot (-3)$

12 Laske. Kirjoita **välivaiheet** näkyviin.

- a)  $8 + (-3) \cdot 7$
- b)  $10 \cdot (-5) + 4 \cdot (-2)$
- c)  $10 \cdot (10 - 5) \cdot 2$
- d)  $2 \cdot -((-5) - 10) \cdot 5$

## Murtoluvut

Murtoluvulla ilmaistaan tasasuuruisiin osiin jaettujen osien määrän. Murtoluku ilmaistaan osoittajan ja nimittäjän avulla. Nimittäjä tarkoittaa sitä lukumäärää, jotka mahtuvat yhteen kokonaiseen kappaleeseen. Osoittaja ilmaisee, kuinka monta nimittäjän koon mukaista kappaleita on samassa murtoluvussa.

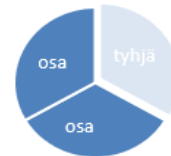
**Murtoluku**  $\frac{\text{osoittaja}}{\text{nimittäjä}}$

### Esimerkit

Kolmeen yhtä suureen osaan jaettaessa on nimittäjä 3 ja se merkitään **viivan alle**:  $\frac{\text{osoittaja}}{3}$

Osien määrä eli osoittaja merkitään **viivan päälle**. Jos osia on 2 niin merkitään:  $\frac{2}{\text{nimittäjä}}$

Murtoluku **kaksi kolmasosaa** kirjoitetaan  $\frac{2}{3}$



Murtoluku  $\frac{3}{3}$  on sama kuin **yksi kokonainen (1)**.



Kun luvussa on kokonaisosa ja murto-osa, niin sitä kutsutaan **sekaluvuksi**.

Esimerkiksi luku  $1\frac{2}{3}$  on **sekaluku**.



## Sekaluvusta murtoluku ja murtoluvusta sekaluku

Sekaluvusta saadaan murtoluku kertomalla se nimittäjällä ja lisäämällä se osoittajaan.

### Esimerkki

Muutetaan kolme kokonaista ja kaksi kolmasosaa murtoluvuksi

$$3\frac{2}{3} = \frac{(3 \cdot 3) + 2}{3} = \frac{11}{3}$$

Murtoluvusta saadaan sekaluku jakamalla osoittaja nimittäjällä, sijoittamalla sen kokonaisosa murtoluvun eteen ja jättämällä jakojäännös osoittajan paikalle.

### Esimerkki

Muunnetaan murtoluku neljätoista kolmasosaa  $\frac{14}{3}$  sekaluvuksi.

Ratkaistaan ensin montako kertaa 14 voidaan jakaa 3 osaan?

⇒  $14:3 = 4,6666\dots$

⇒ 14 on jaettavissa 3 osaan 4 kertaa

Lisätään murtoluvun eteen 4 ja vähennetään osoittajasta kokonaisosan ja nimittäjän tulo  $4 \cdot 3$

$$4\frac{14-(4 \cdot 3)}{3} = 4\frac{14-12}{3} = 4\frac{2}{3}$$

## Murtolukujen muuttaminen desimaaliluvuksi

Murtoluku voidaan muuttaa desimaaliluvuksi jakamalla osoittaja nimittäjällä.

### Esimerkki

Muutetaan murtoluku kaksi seitsemäsosaa desimaaliluvuksi.

$$\frac{2}{7} = 2 : 7 = 0,2857 \dots \approx 0,29$$

## Laventaminen ja supistaminen

Murtolukujen yhteen- ja vähennyslaskuissa tulee laskettavat luvut olla saman nimisiä.

**Laventaessa** kerrotaan murtoluvun osoittaja ja nimittäjä samalla luvulla, jotta murtolukujen nimittäjät saadaan samannimisiksi. **Supistaessa** murtoluvun osoittaja ja nimittäjä jaetaan samalla luvulla, jotta nimittäjät saadaan samannimisiksi

### Esimerkit

Lavennetaan yksi kolmasosa kahdella. Laventaja merkitään osoittajan vasemmalle puolelle.

$$^2) \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6}$$

Supistetaan neljä kymmenesosaa kahdella. Supistaja merkitään osoittajan oikealle puolelle.

$$\frac{4}{10} \overset{(2)}{=} \frac{4:2}{10:2} = \frac{2}{5}$$

## Yhteenlaskun ja vähennyslaskun laventaminen

Yleensä kaksi eri nimistä murtolukua kerrotaan ristiin, jolloin murtoluvut saadaan saman nimisiksi. Joskus voi riittää vain toisen murtoluvun laventaminen.

### Esimerkit

Yhteenlaskussa (summa)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$  lavennetaan ristiin siten, että ensimmäinen murtoluku lavennetaan toisen murtoluvun nimittäjällä ja toinen murtoluku lavennetaan ensimmäisen nimittäjällä.

$$2) \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{2+3}{6} = \frac{5}{6}$$

Vähennyslaskussa (erotus)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$  lavennetaan ristiin siten, että ensimmäinen murtoluku lavennetaan toisen murtoluvun nimittäjällä ja toinen murtoluku lavennetaan ensimmäisen nimittäjällä.

$$4) \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12}$$

Murtolukujen yhteenlaskussa  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$  riittää, että laventaa vasemmanpuoleisen murtoluvun, koska oikeanpuoleisen murtoluvun nimittäjä on jaollinen vasemman murtoluvun nimittäjällä.

$$2) \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

Murtoluku  $\frac{3}{6}$  voidaan vielä sieventää supistamalla se kolmella

$$\frac{3}{6} \stackrel{(3)}{=} \frac{3:3}{6:3} = \frac{1}{2}$$

## Tehtäviä

1 Muunna sekaluku murtoluvuksi

$$2\frac{1}{3}$$

$$1\frac{2}{3}$$

$$4\frac{5}{4}$$

$$5\frac{2}{3}$$

2 Muunna murtoluku sekaluvuksi

$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{7}{3}$$

$$\frac{13}{3}$$

$$\frac{10}{3}$$

3 Ratkaise murtolukujen yhteen- ja vähennyslasku

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{5} + 2\frac{2}{5}$$

4 Ratkaise murtolukujen yhteen- ja vähennyslasku

$$\frac{3}{3} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{7} - \frac{2}{7}$$

$$1\frac{1}{5} - \frac{2}{5}$$

5 Lavenna saman nimiseksi ja ratkaise

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{2}{3}$$

$$1\frac{1}{3} + \frac{2}{2}$$


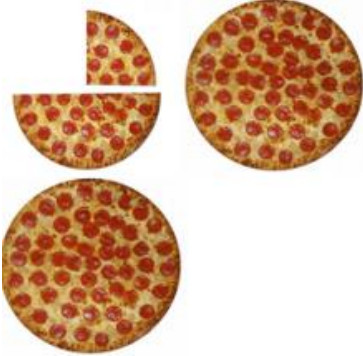

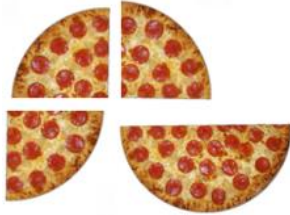
6 Lavenna saman nimiseksi ja ratkaise

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{7}$$

$$1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$$

**Ilmoita murtolukuna, sekalukuna ja desimaalilukuna**

	Murtoluku	Sekaluku	Desimaaliluku
			
			
			
			

## Potenssi

Toistuvat kertolaskut voidaan merkitä yksinkertaistetusti potenssilla.

Esimerkiksi  $4 \cdot 4 \cdot 4$  voidaan kirjoittaa:  $4^3$ , joka luetaan neljä potenssiin kolme tai neljä kolmanteen. Tässä 4 on kantaluku ja 3 on eksponentti ja koska  $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ , niin 64 on potenssin arvo.

Mikäli potenssin eksponentti on 0, niin potenssin arvo on 1. Toisin sanoen jokaisen luvun nollas potenssi on 1.

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

Luetaan ”kaksi potenssiin viisi” tai kaksi viidenteen.

2 on kantaluku

5 on eksponentti

32 on potenssin arvo

Potenssit ovat laskujärjestyksessä toisena heti sulkeiden jälkeen. Ne lasketaan ennen kerto- ja jakolaskuja.



## Yksikkömuunnokset

Voit ilmoittaa mittaamiasi asioita eri mittayksiköissä. Oman pituutesi ilmoitat tavallisesti senttimetreinä ( cm ) ja matkan kotiin kilometreinä ( km ). Senttimetri ja kilometri ovat mittayksiköitä. Sinun pitää muuttaa asiat samaan mittayksikköön ennen tehtävien laskemista. Et voi laskea esimerkiksi senttimetrejä ja kilometrejä yhteen ennen yksiköiden muuntamista.

### Opettele seuraavat asiat ulkoa:

Pituuden yksiköt	Massan yksiköt	Vetomitat
1 senttimetri = 10 millimetri	1 kilogramma = 1000 grammaa	1 litra = 10 desilitraa
1 cm = 10 mm	1 kg = 1000 g	1 l = 10 dl
1 m = 100 cm		
1 km = 1000 m		

Käytä yläpuolelle olevia tietoja apunasi, kun vaihdat lukuja yksiköstä toiseen.

### Tehtäviä

Muunna / vaihda eri mittayksikköön.

- a) 5 cm =            mm
- b) 2,6 m =            cm
- c) 3,23 km =            m
- d) 220 g =            kg
- e) 1,2 l =            dl
- f) 1,5 dl =            l
- g) 8,34 m =            cm
- h) 834 cm =            mm

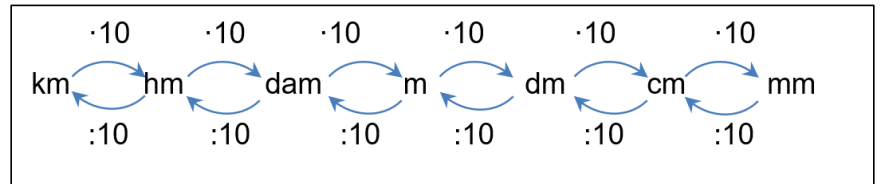
## Pituuden yksikkömuunnos

Pituuden yksikkömuunnoksissa muuntokerroin on 10. Muuttaessa metri desimetriksi kerrotaan muunnettava kymmenellä. Muuntaessa vastaavasti desimetri metriksi jaetaan kymmenellä.

### Esimerkiksi

12 m on  $12 \cdot 10 = 120$  dm

34 dm on  $34 : 10 = 3,4$  m



### Tehtäviä

Tehtävä 1. Täydennä taulukko

kilometri (km)	hehtometri (hm)	dekametri (dam)	metri (m)	desimetri (dm)	senttimetri (cm)	millimetri (mm)
0,001 km			1,0 m	10 dm	100 cm	1000 mm
						50 mm
			5,5 m			
3,5 km						
						560 mm
			466 m			
0,46 km						
			65 m			
						7,8 mm
87,3 km						
					36,6 cm	
				80,1 dm		
					2 cm	
						786 mm
			30 m			

Tehtävä 2. Muunna **senteiksi** sijoittamalla oheiseen muuntotaulukkoon.

- a) Montako senttiä on yksi metri? Vastaus: \_\_\_\_\_
- b) Montako senttiä on 10 metriä? Vastaus: \_\_\_\_\_
- c) Montako senttiä on 145 millimetriä? Vastaus: \_\_\_\_\_
- d) Montako senttiä on 1,346 km Vastaus: \_\_\_\_\_

Tehtävä 3. Muunna **metreiksi** sijoittamalla muuntotaulukkoon.

- a) Montako metriä on yksi kilometri? Vastaus: \_\_\_\_\_
- b) Montako metriä on 10 kilometriä? Vastaus: \_\_\_\_\_
- c) Montako metriä on 145 millimetriä? Vastaus: \_\_\_\_\_
- d) Montako metriä on 1,346 km Vastaus: \_\_\_\_\_

kilometri (km)	hehtometri (hm)	dekametri (dam)	metri (m)	desimetri (dm)	senttimetri (cm)	millimetri (mm)

Tehtävä 4. Muunna **senteiksi** käyttämällä pituuden suhdelukua. Kirjoita välivaihe näkyviin.

- a) Montako senttiä on 2 dm (desimetriä)? Vastaus: \_\_\_\_\_
- b) Montako senttiä on 56 mm? Vastaus: \_\_\_\_\_
- c) Montako senttiä on 54 dam (dekametri) ? Vastaus: \_\_\_\_\_
- d) Montako senttiä on 1,34 m? Vastaus: \_\_\_\_\_

e) Montako senttiä on 0,6 m?

Vastaus: \_\_\_\_\_

Tehtävä 5. Muunna **metreiksi** käyttämällä pituuden suhdelukua. Kirjoita välivaihe näkyviin.

a) Montako metriä on 4,3 dm?

Vastaus: \_\_\_\_\_

b) Montako metriä on 56 dam (dekametriä)?

Vastaus: \_\_\_\_\_

c) Montako metriä on 12 cm?

Vastaus: \_\_\_\_\_

d) Montako metriä on 3,124 km?

Vastaus: \_\_\_\_\_

a) Montako metriä on 50030 mm?

Vastaus: \_\_\_\_\_

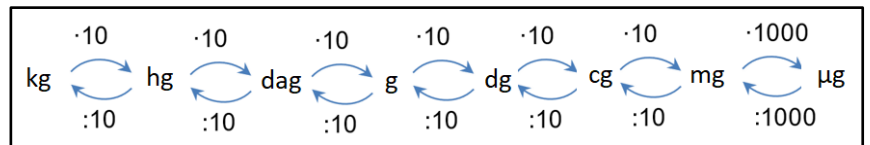
## Massan yksikkömuunnos

Massan yksikkömuunnoksissa muuntokerroin on 10.

### Esimerkki

Muuttaessa kilogramma grammoiksi kerrotaan muunnettava kymmenellä hehtogrammoiksi ja kymmenellä hehtogrammat dekagrammoiksi. Lopuksi vielä kerrotaan kymmenellä dekagrammat grammoiksi.

Eli yhteensä kerrotaan  
 $10 \cdot 10 \cdot 10$ .



Apuna voidaan käyttää myös muuntotaulukkoa, jossa kukin yksikkö on omalla sarakkeellaan. Esimerkiksi 290 g => kg antaa taulukossa tuloksen 0,290 kg

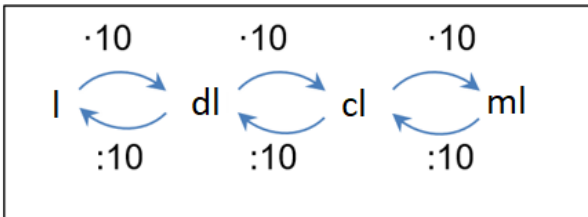
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg			µg
	2	9	0						

### Täydennä taulukko

kilogramma (kg)	gramma (g)	milligramma (mg)	mikrogramma (µg)
0,001 kg	1,0 g	1000 mg	1000 000 µg
34 kg			
	21 g		
		12 000 mg	
	56 g		
		106 mg	
	256 g		
0,7 kg			
			23 000 000 µg

### Vetomittojen yksikkömuunnos

Vetomittojen yksikkömuunnoksissa muuntokerroin on 10. Muuttaessa litra desilitraksi kerrotaan muunnettava kymmenellä. Muuntaessa vastaavasti desilitrat litroiksi jaetaan kymmenellä.

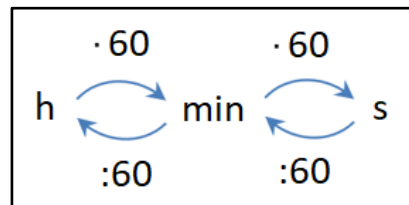


### Täydennä taulukko

litra (l)	desilitra (dl)	senttilitra (cl)	millilitra (ml)
1 l	10 dl	1 00 cl	1 000 ml
34 l			
	2,1 dl		
			500 ml
			56 ml
		10,6 cl	
	25,8 dl		
0,037 l			
	16 dl		
		3,3 cl	
	5,5 dl		
0,202 l			
		2,47 cl	

### Ajan muunnokset tunneista sekunneiksi ja sekunneista tunneiksi

Muunnoskerroin tunneista minuuteiksi ja minuuteista sekunneiksi on 60.



### Tehtävä

Täydennä taulukko.

tunti (h)	minuutti (min)	sekunti (s)
1 h	60 min	3600 s
0,0166666... $\approx$ 0,017 h	1 min	60 s
4,5 h		
	45 min	
10 h		36 000 s
	10 min	
3 h		
	180 min	
1,25 h		
	75 min	
24 h		
	3600 min	
2,5 h		
	15 min	
0,15 h		
	20 min	

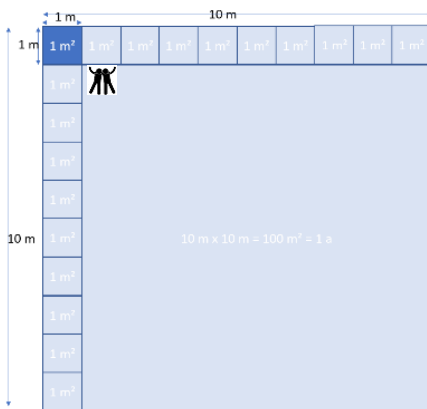
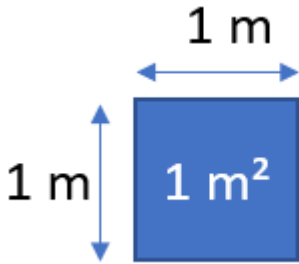
## Yksikkömuunnostehtäviä

Muunna toiseen yksikköön.

- a) 260 g = \_\_\_\_\_ kg
- b) 34 mm = \_\_\_\_\_ cm
- c) 54 dl = \_\_\_\_\_ l (litra)
- d) 230 cm = \_\_\_\_\_ m
- e) 20 min = \_\_\_\_\_ h (tunti)
- f) 750 g = \_\_\_\_\_ kg
- g) 50 mm = \_\_\_\_\_ cm
- h) 25 dl = \_\_\_\_\_ l (litra)
- i) 150 cm = \_\_\_\_\_ m
- j) 75 min = \_\_\_\_\_ h (tunti)
- k) 100 g = \_\_\_\_\_ kg
- l) 20 mm = \_\_\_\_\_ cm
- m) 5 dl = \_\_\_\_\_ l (litra)
- n) 3 cm = \_\_\_\_\_ m
- o) 120 min = \_\_\_\_\_ h (tunti)
- p) 3,5 kg = \_\_\_\_\_ g
- q) 4,6 m = \_\_\_\_\_ cm
- r) 54 dl = \_\_\_\_\_ l (litra)
- s) 5,32 m = \_\_\_\_\_ mm
- t) 20 h (tuntia) = \_\_\_\_\_ min

## Pinta-ala

**Neliometri** on yksinkertaisimmillaan ilmaistuna neliö. Alla olevassa kuvassa on neliömetrin kokoinen neliö, jonka vieressä on kaksi henkilöä mittakaavaa antamassa.



**Aarin** kokoinen neliö on korkeudeltaan 10 m ja leveydeltään 10 m.

Aarin pinta-ala on neliömetreinä  $10\text{ m} \cdot 10\text{ m} = 100\text{ m}^2$

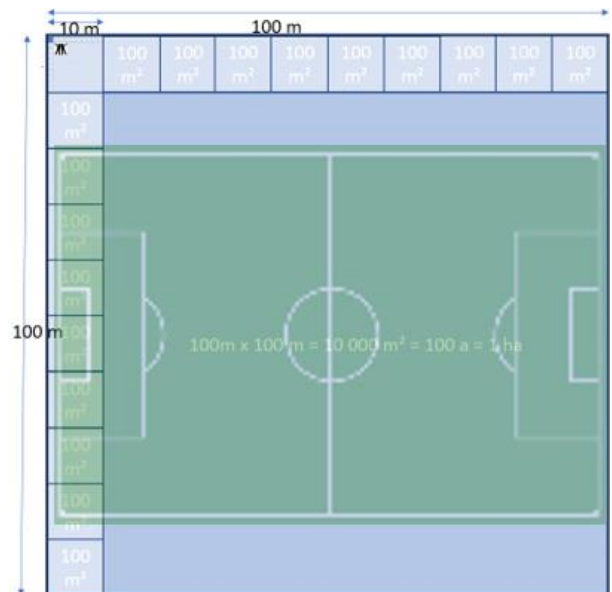
Aarin kokoiseen alueeseen mahtuu 100 kappaletta yllä näkyviä neliömetrin kokoisia neliöitä.

Eli  $1\text{ a} = 100\text{ m}^2$  eli  $1\text{ m}^2 = 0,01\text{ a}$ .

**Hehtaarin** kokoinen neliö on korkeudeltaan 100 m ja leveydeltään 100 m.

Hehtaarin pinta-ala on neliömetreinä  $100\text{ m} \cdot 100\text{ m} = 10\,000\text{ m}^2$ .

Eli  $1\text{ ha} = 10\,000\text{ m}^2$  eli  $1\text{ a} = 0,01\text{ ha}$ .

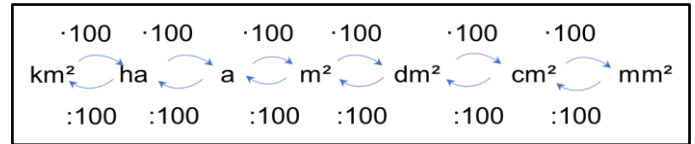


## Pinta-alan yksikkömuunnos

Pinta-alan muunnoskerroin on 100.

Neliömetri muunnetaan neliödesimetriksi kertomalla 100:lla.

Neliödesimetri muunnetaan neliömetriksi jakamalla 100:lla



### Tehtäviä

#### 1. Muunna

- a) 34,6 m<sup>2</sup> =                      dm<sup>2</sup>
- b) 5420 m<sup>2</sup> =                      ha
- c) 1,20 km<sup>2</sup> =                      a
- d) 79,3 dm<sup>2</sup>=                      mm<sup>2</sup>
- e) 102 cm<sup>2</sup> =                      m<sup>2</sup>

#### 2. Muunna

- a) 34,6 ha =                      km<sup>2</sup>
- b) 5,420 m<sup>2</sup> =                      cm<sup>2</sup>
- c) 1,20 km<sup>2</sup> =                      ha
- d) 79,3 dm<sup>2</sup>=                      cm<sup>2</sup>
- e) 102 m<sup>2</sup> =                      cm<sup>2</sup>

neliö- kilometri (km <sup>2</sup> )		hehtaari (ha)		aari (a)		neliö- metri (m <sup>2</sup> )		neliö- desimetri (dm <sup>2</sup> )		neliö- senttimetri (cm <sup>2</sup> )		neliö- millimetri (mm <sup>2</sup> )	



## Yhtälöt

Yhtälön ratkaisu on se luku, joka sopii muuttujan paikalle, niin että yhtälö on totta.

Yhtälössä selvitetään jokin tuntematon asia. Usein tämä tuntematon merkitään symbolilla X  
Yhtälö ratkaistaan yleensä siirtämällä X yhtälön vasemmalle puolelle ja luvut yhtälön oikealle puolelle.

Huomioitavaa on se, että  $X \cdot 5$  ja  $5X$  tarkoittavat samaa. Esimerkiksi  $X \cdot 3 = 3X$ .

### Esimerkit

#### Ratkaisut vähentämällä

Ratkaistaan yhtälö:  $X + 8 = 15$

X on jo valmiiksi vasemmalla, mutta luku 8 täytyy saada oikealle  
Vähennetään yhtälön kummaltakin puolelta 8

- Merkitään:  $X + 8 = 15 \mid -8$  Tarkoittaa että vähennetään *puolittain* 8
- $X + 8 - 8 = 15 - 8$
- $X + 0 = 15 - 8$
- $X = 7$

Ratkaistaan yhtälö:  $5 + X = 20$

X on jo valmiiksi vasemmalla, mutta luku 5 täytyy saada oikealle  
Vähennetään yhtälön kummaltakin puolelta 5

- Merkitään:  $5 + X = 20 \mid -5$  Tarkoittaa että vähennetään *puolittain* 5
- $5 - 5 + X = 20 - 5$
- $0 + X = 20 - 5$
- $X = 15$

## Ratkaisut lisäämällä

Ratkaistaan yhtälö:  $(-5) + X = 20$

X on jo valmiiksi vasemmalla, mutta luku 5 täytyy saada oikealle  
Vähennetään yhtälön kummaltakin puolelta 5

- Merkitään:  $(-5) + X = 20 \mid +5$  Tarkoittaa että lisätään *puolittain* 5
- $(-5) + 5 + X = 20 + 5$
- $0 + X = 20 + 5$
- $X = 25$

Ratkaistaan yhtälö:  $X - 8 = 15$

X on jo valmiiksi vasemmalla, mutta luku 8 täytyy saada oikealle  
Vähennetään yhtälön kummaltakin puolelta 8

- Merkitään:  $X - 8 = 15 \mid +8$  Tarkoittaa että lisätään *puolittain* 8
- $X + 8 + 8 = 15 + 8$
- $X + 0 = 15 + 8$
- $X = 23$

## Ratkaiseminen jakamalla

Ratkaistaan yhtälö:  $X \cdot 3 = 15$

X on jo valmiiksi vasemmalla, mutta luku 3 täytyy saada oikealle  
Jaetaan yhtälön kummaltakin puolelta 3

- Merkitään:  $X \cdot 3 = 15 \mid :3$  Tarkoittaa että jaetaan *puolittain* 3
- $(X \cdot 3) : 3 = 15 : 3$
- $X = 15 : 3$
- $X = 5$

## Ratkaiseminen jakamalla esimerkki 2

Ratkaistaan yhtälö:  $5X = 15$

X on jo valmiiksi vasemmalla, mutta luku 5 täytyy saada oikealle  
Jaetaan yhtälön kummaltakin puolelta 5

- Merkitään:  $5X = 15 \mid :5$       Tarkoittaa että jaetaan *puolittain* 5
- $5X : 5 = 15 : 5$
- $X = 15 : 5$
- $X = 3$

## Ratkaiseminen vähentämällä ja jakamalla (2X tarkoittaa samaa kuin $X \cdot 2$ tai $2 \cdot X$ )

$2X + 8 = 4X + 3$       'Siirretään' 4X vasemmalle vähentämällä puolittain 4X:llä

$$2X + 8 - 4X = 4X + 3 - 4X$$

$$2X - 4X + 8 = 4X - 4X + 3$$

$-2X + 8 = 3$       'Siirretään' +8 oikealle vähentämällä puolittain -8

$$-2X + 8 - 8 = 3 - 8$$

$-2X = -5$       Ratkaistaan X jakamalla puolittain -2

$$-2X : -2 = -5 : -2$$

$$X = 2,5$$

## Tehtäviä

1. Yhteenlasku (summa) ratkeaa vähentämällä. Ratkaise X.

- a)  $X + 4 = 7$
- b)  $X + 5 = 11$
- c)  $X + 34 = 35$
- d)  $6 + X = 13$
- e)  $2 + X = 4$
- f)  $43 + X = 5$
- g)  $9 + X = 3$

3. Ratkaise X.

- a)  $X + 2 = 4$
- b)  $X - 3 = 8$
- c)  $X + 3 = 35$
- d)  $2 + X = 6$
- e)  $X - 2 = 1$
- f)  $X - 8 = 6$

2. Vähennyslasku (erotus) ratkeaa laskemalla yhteen. Ratkaise X.

- a)  $X - 4 = 7$
- b)  $X - 5 = 11$
- c)  $X - 10 = 2$
- d)  $X - 4 = 4$
- e)  $X - 7 = 1$
- f)  $X - 34 = 10$
- g)  $X - 12 = -18$

4. Kertolasku ratkeaa jakamalla. Ratkaise X.

- a)  $X \cdot 2 = 4$
- b)  $2 \cdot X = 8$
- c)  $X \cdot 3 = 45$
- d)  $15 \cdot X = 5$
- e)  $2 \cdot X = -4$
- f)  $40 \cdot X = 5$

5. Jakolasku ratkeaa kertomalla.  
Ratkaise X.

a)  $X : 2 = 4$

b)  $\frac{X}{2} = 4$

c)  $X : 3 = 5$

d)  $\frac{X}{3} = 5$

6. Siirrä ensin X vasemmalle ja sitten luvut oikealle. Jaa X lopuksi sen kertoimella. Ratkaise X.

a)  $X \cdot 2 + 2 = 4$

b)  $2 \cdot X - 3 = 8$

c)  $X \cdot 3 + 4 = 45$

d)  $15 \cdot X + 2 = 5$

e)  $X \cdot 8 + 2 = 4X$

## Verrannot

Verrannolla ratkaistaessa tehdään kahdesta toisistaan riippuvasta asiasta taulukko, jossa yhdelle puolelle laitetaan toisen verrattavan asian määrä ja toiselle puolelle toisen verrattavan asian määrä. Määrien yläpuolelle laitetaan otsikot.

### Esimerkki

Kahvia valmistaessa laitetaan suodatinpussiin 3 mitallista kahvia ja vesisäiliöön 5 desilitraa vettä. Montako desilitraa vettä tulee laittaa, jos kahvimitallisia onkin 4 mittaa.

Verrannolla ratkaistaessa muodostetaan tästä taulukko, jossa yhdelle puolelle laitetaan kahvimitalliset ja toiselle veden määrä. Taulukko täytetään siten että otsikoidaan ensin ylimmät ruudut. Kahvi vasemmalle ja Veden määrä desilitroina oikealle.

Kahvimitalliset	Veden määrä desilitroina

Otsikkorivin jälkeen taulukkoon sijoitetaan ne arvot, jotka tiedetään. 3 mitallista kahvia sijoitetaan vasempaan sarakkeeseen ja siihen kuuluva 5 desilitraa oikealle.

Kahvimitalliset	Veden määrä desilitroina
<b>3</b>	<b>5</b>

Lopuksi sijoitetaan vasempaan sarakkeeseen 4 ja koska sille kuuluvaa veden määrää ei vielä tiedetä, niin oikeaan sarakkeeseen sijoitetaan X.

Kahvimitalliset	Veden määrä desilitroina
3	5
<b>4</b>	<b>X</b>

Koska veden määrä lisääntyy samalla kun kahvimitallisetkin, on taulukosta muodostettava **verran**to suoraan verrannollinen. Suoraan verrannollisessa molemmat puolet kasvavat tai pienenevät samalla nopeudella.

Verranto muodostetaan ottamalla taulukosta ensiksi yhtälön vasemmalle puolelle kahvimitalliset allekkain samaan järjestykseen kuin taulukossakin. Ylös ylempi arvo (3) ja alas taulukon alempi arvo (4).

$$\frac{3}{4}$$

Seuraavaksi muodostetaan verrannon oikea puoli. Siihen tulee jakoviivan päälle oikean sarakkeen ylempi arvo (5) ja viivan alle oikean sarakkeen alempi arvo (x)

$$\frac{3}{4} = \frac{5}{x}$$

Kun verranto on saatu muodostettua, voidaan ratkaista muuttuja x, joka ilmaisee sitä veden desilitramäärää, joka tarvitaan 4 mitalliseen kahvia. Ratkaisu saadaan kahdella tavalla.

#### TAPA 1 Ristiin kertomalla

$$\frac{3}{4} = \frac{5}{x}$$

$$\Rightarrow 3 \cdot x = 4 \cdot 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \cdot 5}{3} = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3} \approx 6,7$$

#### TAPA 2 Yhtälöratkaisulla

$\frac{3}{4} = \frac{5}{x}$  | Kerrotaan molemmat puolet x:llä, jolloin saadaan x pois oikeanpuoleisesta jakajan paikasta:

$$x \cdot \frac{3}{4} = x \cdot \frac{5}{x}$$

$$\frac{x \cdot 3}{4} = \frac{x \cdot 5}{x}$$

$$\frac{3x}{4} = \frac{\cancel{x} \cdot 5}{\cancel{x}}$$

$$\frac{3x}{4} = 5 \quad | \text{kerrotaan puolittain 4:llä}$$

$$4 \cdot \frac{3x}{4} = 4 \cdot 5 \quad | \text{4 jaettuna 4 on 1 joten vasemmalle puolelle tulee } 3x. \text{ Oikealla puolella } 4 \cdot 5 = 20$$

$$3x = 20 \quad | \quad \text{Jaetaan puolittain } x\text{:n edessä olevalla luvulla (3), jolloin vasemmalle jää pelkkä } x \text{ ja oikealle } 20/3$$

$$x = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3} \approx 6,7$$

Vastaus: Neljä mitallista kahvia tarvitsee noin 6,7 desilitraa vettä

### Tehtäviä

1. Muodosta verranto alla olevasta taulukosta:

Tiivistettä	Veden määrä desilitroina
3	5
2	x

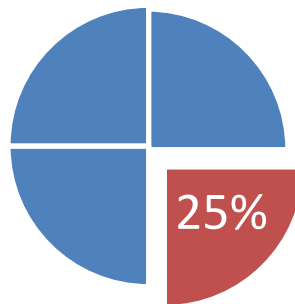
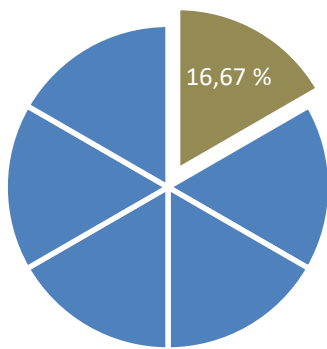
2. Pizzataikinaan laitetaan 3 grammaa kuivahiivaa 1000 grammaa jauhoja kohden. Muodosta verranto ja ratkaise paljonko jauhoja tarvitaan, jos halutaan kerralla käyttää koko 7 gramman kuivahiivapakkaus.
3. Proteiinisheikkiin laitetaan neljään desilitraan maitoa 30 grammaa herajauhetta. Kuinka monta grammaa herajauhetta tarvitaan, jos maitoa käytetäänkin 3 desilitraa ja maidon ja herajauheen suhdeluku halutaan pysyvän samana?

## Prosenttilaskenta

### Keskeiset käsitteet ja sanasto

Prosenttiluvut ilmoittavat **osuuden / osan jostakin**. Prosenttiluvulla voidaan ilmoittaa esimerkiksi, kuinka suuri osa palkasta kuluu veroihin, tai kuinka suuren osan tuotteen hinnasta saa alennusta. Prosenttilukua voidaan ajatella murtolukuna, jossa nimittäjä on 100.

**100 % kuvaa / ilmaisee koko asiaa.** 100 % voi kuvata / ilmaista myös **alkuperäistä arvoa**.



**Osuus** = prosenttiluvun lukumäärä eli osa jostakin

**Ilmaista** = kertoa

**Alkuperäinen arvo** = arvo, jota ei ole vielä muutettu.

### Esimerkki prosenttiosuudesta

Ilmasta 70% on typpeä. **Kuinka monta prosenttia** ilmasta on muita aineita kuin typpeä?

#### Ratkaisu:

Ilma 100% ja typpi 70%.

Muiden aineiden osuus  $(100 - 70)\% = 30 \%$

**Vastaus:** Muita aineita 30 %

## Esimerkki

Mopoauton hinta on 4500 €. Timo saa mopoautosta 20 % alennusta. Kuinka monta euroa Timo sai **alennusta**?

### Ratkaisu:

Mopoauton hinta 4500 € = **100** %

1 % vastaava eurojen määrä  $4500 \text{ €} : 100 = 45 \text{ €}$

**20 %** alennusta vastaava eurojen määrä  $45 \text{ €} \cdot 20 = 900 \text{ €}$

**Vastaus:** Alennus on 900 €

## Osuuden muuttaminen prosenttiluvuksi

Murtoluku, kuten  $\frac{3}{4}$ , muunnetaan desimaaliluvuksi jakamalla sen osoittaja nimittäjällä. Sen jälkeen desimaaliluku kerrotaan sadalla, jolloin saadaan prosenttiluku.




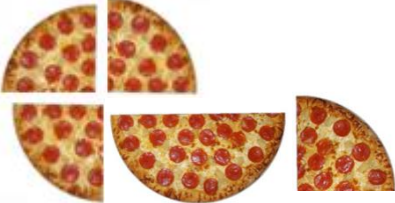
Esimerkiksi  $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$

=>  $0,75 \cdot 100\%$  on **75%**

Esimerkiksi  $\frac{5}{4} = 5 : 4 = 1,25$

=>  $1,25 \cdot 100\%$  on **125%**

**Ilmoita murtolukuna ja desimaalilukuna**

	Murtoluku	Desimaaliluku	Prosenttiluku
			
			
			
			

## Vertailuprosenttiarvot

Vertailuprosenttiarvolaskut lasketaan ratkaisemalla vertailtavien arvojen erotus ja sen jälkeen jakamalla erotus alkuperäisellä arvolla. Usein lauseissa tämä arvo on kuin-sanon jälkeen.

Esimerkiksi

Kuinka paljon luku 12 on suurempi kuin luku 10?

Erotus:  $12 - 10 = 2$

Verrataan erotusta siihen kuin sanan jälkeiseen lukuun:  $\frac{2}{10} \cdot 100\% = 20\%$

**Vastaus:** 20 % suurempi

Kuinka paljon luku 10 on pienempi kuin luku 12?

Erotus:  $12 - 10 = 2$

Verrataan erotusta siihen kuin sanan jälkeiseen lukuun:  $\frac{2}{12} \cdot 100\% = 16,7\%$

**Vastaus:** 16,7 % pienempi

## Luvun prosentuaalinen kasvu

Mikäli joku luku nousee jollain prosentilla, jaetaan alkuperäinen luku 100 % ja osamäärä kerrotaan kasvuprosentilla.

### Esimerkki

Asunnon sähkönkulutus oli lokakuussa 230 kWh, mutta marraskuussa sähkönkulutus nousi 5%. Paljonko sähkönkulutus kasvoi, ja kuinka paljon marraskuussa kului sähköä?

### Ratkaisu

$$\frac{230 \text{ kWh}}{100\%} \cdot 5\% = 11,5 \text{ kWh}$$

Sähkönkulutus kasvoi 11,5 kWh, joten marraskuun sähkönkulutus oli 241,5 kWh.

## Tehtäviä

1. Kuinka monta prosenttia

- a) luku 5 on luvusta 7?
- b) luku 534 on luvusta 600?
- c) 0,5 on luvusta 20
- d) 5 euroa on 20 eurosta?
- e) 6 kiloa on 7 kilosta

2. Kuinka monta prosenttia suurempi on

- a) luku 24 kuin 22?
- b) luku 12 kuin 8?
- c) luku 90 kuin 89?
- d) lukumäärältään 245 ihmistä kuin 200?
- e) 2800 € palkka kuin 2600 € palkka

3. Kuinka monta prosenttia pienempi on

- a) luku 19 kuin 22?
- b) luku 4 kuin 8?
- c) luku 90 kuin 105?
- d) 89 kg kuin 105 kg?
- e) 3000 € remontti kuin 3400 € remontti?

4. Palkka nousi 2000 eurosta 1,8 %.  
Paljonko palkka nousi?

## Geometrian perusteet

### Geometrian keskeiset käsitteet ja sanasto

Geometrian keskeiset käsitteet ovat:

**Piiri** on kuvion tai kappaleen **ympärysmitta**. Kun sinun pitää laskea piirin pituus, sinun pitää laskea kuvion ulkosivujen pituudet yhteen.

**Pinta-ala** tarkoittaa kuvion / pinnan kokoa. Eri kuvioiden pinta-alan laskemiseen on olemassa eri kaavat.

### Neliö

Neliö on muoto, jossa on neljä sivua, jotka ovat kaikki yhtä.

Sen kanta korkeus ovat yhtä suuret.

**Neliön pinta-ala**  $A$  lasketaan:

$$A = a^2 = a \cdot a$$

$a$  on sivun pituus

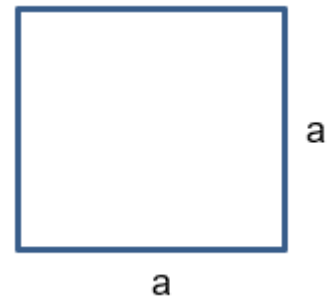
**Neliön piiri**  $p$  lasketaan

$p = a \cdot 4 = a + a + a + a$ , jossa  
 $a$  on sivun pituus

### Esimerkki

Laske neliön pinta-ala, kun sivun pituus on 4 cm

$$A = a^2 = (4 \text{ cm})^2 = 4^2 \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2$$



**Tehtäviä**

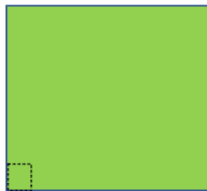
**Neliö**

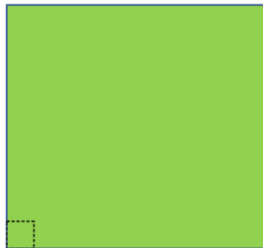
Laske neliöiden piirit ja pinta-alat. Muista merkitä yksikkö!

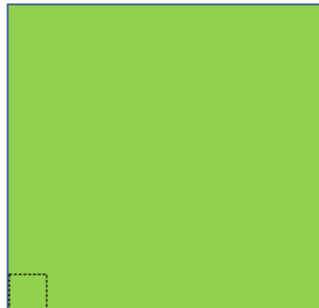
$p$  = piiri

$A$  = pinta-ala

a)   $p =$   
 $A =$   
3cm

b)   $p =$   
 $A =$   
6,5 cm

c)   $p =$   
 $A =$   
87,5 mm

d)   $p =$   
 $A =$   
11,25 m

**Neliön pinta-ala  $A$  lasketaan kaavalla:**

$A = a^2 = a \cdot a$  , jossa  
 $a$  on sivun pituus

**Neliön piiri  $p$  lasketaan**

$p = a \cdot 4 = a + a + a + a$  , jossa  
 $a$  on sivun pituus

**Soveltavia tehtäviä**

Neliö on suorakulmio, jonka kaikki sivut ovat yhtä pitkiä ja kaikki kulmat muodostavat suoran kulman.

a)	Neliön muotoisen seinäkellon sivu pituus on 28 cm. Laske kellotaulun pinta-ala sekä piiri.	
b)	Pöytä on neliön muotoinen. Sen jokaisen sivun pituus on 75 cm. Laske pöydän kannen pinta-ala.	
c)	Kuinka monta neliötä kangasta menee edellä mainitun pöydän pöytäliinaan, jos jokaisen reunan yli jatketaan 25 cm kangasta?	
d)	Laske neliön muotoisen leivoksen pinta-ala, kun sen sivun pituus on 6 cm.	

## Suorakulmio

**Suorakulmion pinta-ala** lasketaan kertomalla kanta ja korkeus.

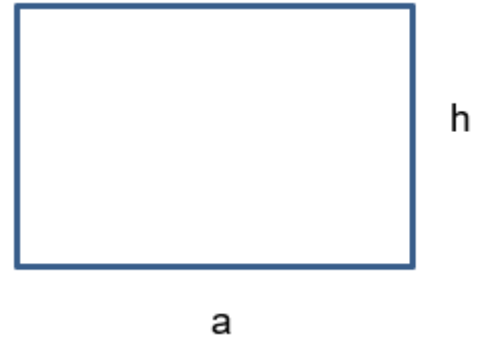
$A = \text{kanta} \cdot \text{korkeus} = a \cdot h$ , jossa:

$a$  on kanta

$h$  on korkeus

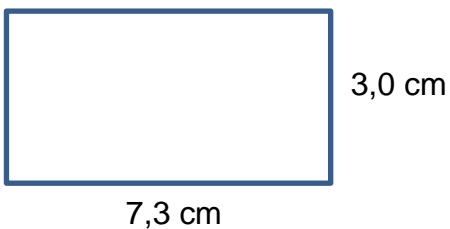
**Suorakulmion piiri** ratkeaa laskemalla yhteen kaikki suorakulmion sivut.

$$p = a + h + a + h = 2 \cdot a + 2 \cdot h = 2 \cdot (a + h)$$



### Esimerkki

Laske suorakulmion **piiri** ja **pinta-ala**.



### Ratkaisu:

Piiri ratkaistaan laskemalla sivut yhteen.

$$\text{Piiri } P = 3,0 \text{ cm} + 7,3 \text{ cm} + 3,0 \text{ cm} + 7,3 \text{ cm} = 20,6 \text{ cm}$$

tai kaavalla

$$P = 2 \cdot (a + h) = 2 \cdot (7,3 \text{ cm} + 3,0 \text{ cm}) = 2 \cdot 10,3 \text{ cm} = 20,6 \text{ cm}$$

Pinta-ala  $A$ . Suorakulmion pinta-alan kaavalla:

$$A = a \cdot h = \text{kanta} \cdot \text{korkeus} = 3,0 \text{ cm} \cdot 7,3 \text{ cm} = 21,9 \text{ cm}^2$$

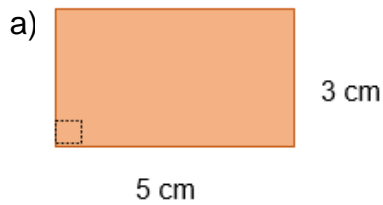
**Vastaus** : piiri 20,6 cm ja pinta-ala 21,9 cm<sup>2</sup>

## Suorakulmio

Laske suorakulmioiden piirit ja pinta-alat. **Muista merkitä yksikkö!**

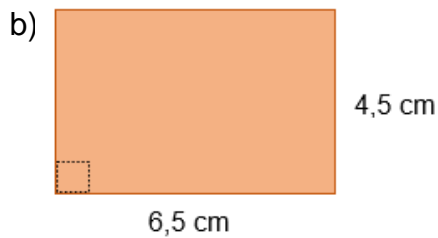
$p$  = piiri

$A$  = pinta-ala



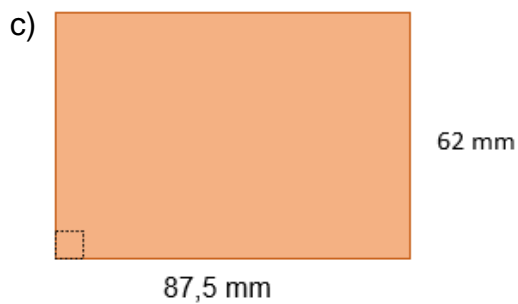
$p =$

$A =$



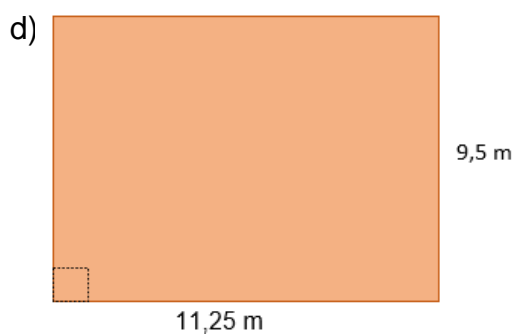
$p =$

$A =$



$p =$

$A =$



$p =$

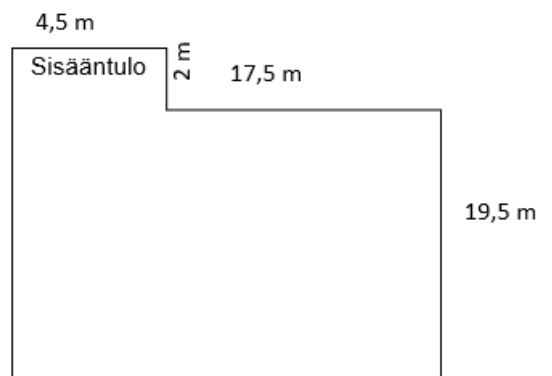
$A =$

**Soveltavia tehtäviä**

Suorakulmio on nelikulmio, jonka kulmat ovat  $90^\circ$ . Sen pinta-ala saadaan kertomalla suorankulman muodostavat sivut.

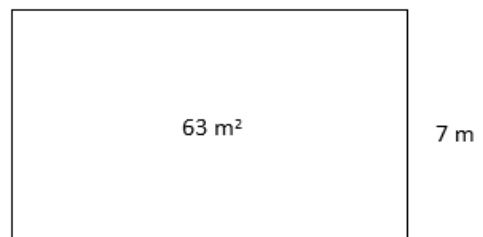
- a) Huoneen seinien mitat ovat 3,6 m ja 4,2 m.  
Laske huoneen pinta-ala.

- b) Laske tontin pinta-ala.



- c) Edellä olevan tontin ympärille rakennetaan aita, paitsi sisääntuloon. Kuinka monta metriä pitkä aidasta tulee?

- d) Opetuskeittiö on suorakaiteen muotoinen ja sen pinta-ala on  $63 \text{ m}^2$ . Mikä on luokan pituus, kun sen leveys on 7 m?



- e) Suorakulmion muotoisen pöydän pituus on 4,8 m. Kuinka monta ruokailijaa mahtuu pöydän molemmille sivuille, jos yksi ruokailija tarvitsee ruokailuun 65 cm tilaa?

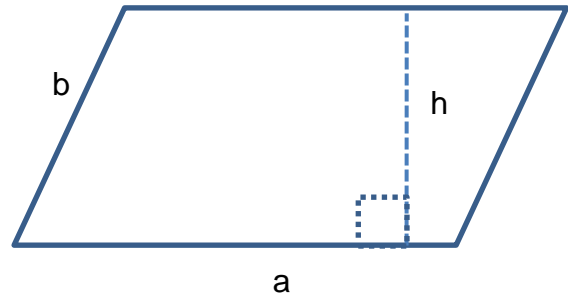
## Tasakylkinen suunnikas

Tasakylkisen suunnikkaan pinta-ala lasketaan

$$A = \text{kanta} \cdot \text{korkeus} = a \cdot h$$

**a** on kanta

**h** on korkeus



Suunnikkaan piiri ratkaistaan laskemalla sivut yhteen

$$p = a + b + a + b = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 2 \cdot (a + b)$$

### Esimerkki

Laske suunnikkaan **piiri** ja **pinta-ala**.



### Ratkaisu:

Piiri ratkaistaan laskemalla sivut yhteen.

$$2,5 \text{ cm} + 7,5 \text{ cm} + 2,5 \text{ cm} + 7,5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

tai kaavalla

$$P = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (7,5 \text{ cm} + 2,5 \text{ cm}) = 2 \cdot 10,0 \text{ cm} = 20,0 \text{ cm}$$

pinta-ala eli käytä suorakulmion pinta-alan kaavaa

$$A = a \cdot h = \text{kanta} \cdot \text{korkeus} = 7,5 \text{ cm} \cdot 2,1 \text{ cm} = 15,75 \text{ cm}^2 \approx 15,8 \text{ cm}^2$$

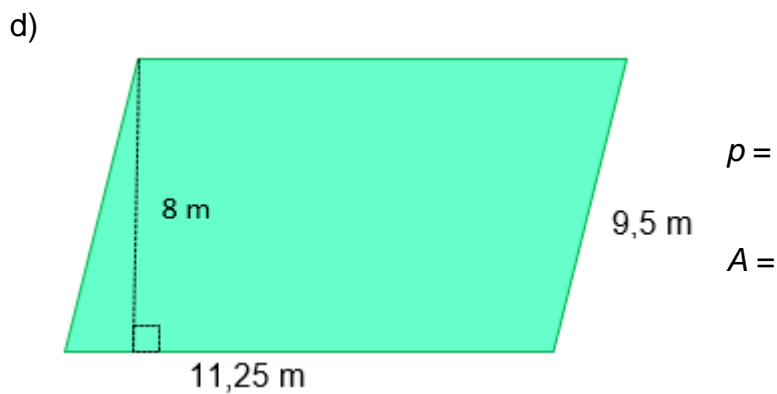
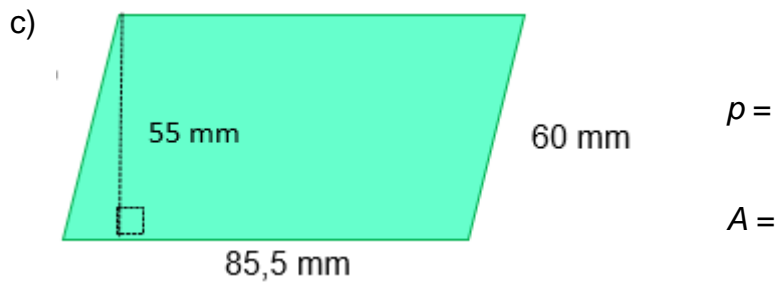
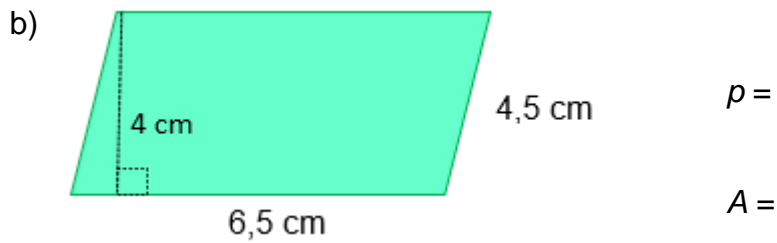
**Vastaus** : piiri 20,0 cm ja pinta-ala 15,8 cm<sup>2</sup>

**Tehtäviä**

Laske tasakylkisten suunnikkaiden piirit ja pinta-alat. **Muista merkitä yksikkö!**

$p$  = piiri

$A$  = pinta-ala



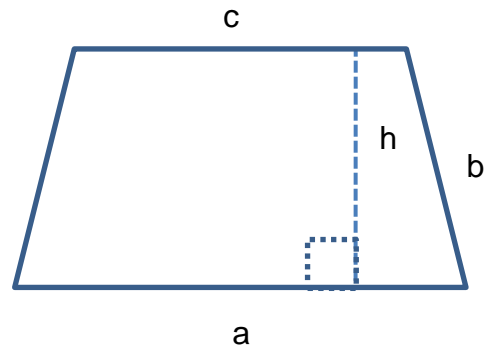
## Puolisuunnikas

Puolisuunnikkaan pinta-ala lasketaan

$$A = \frac{(\text{kanta} + \text{kanta}) \cdot \text{korkeus}}{2} = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$$

**a** ja **c** on kanta

**h** on korkeus

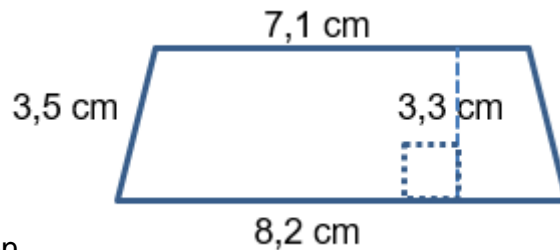


Puolisuunnikkaan piiri lasketaan sivujen yhteenlaskulla.

$$p = a + b + c + b =$$

### Esimerkki

Laske Puolisuunnikkaan **piiri** ja **pinta-ala**.



**Ratkaisu:**

Piiri ratkaistaan laskemalla sivut yhteen.

$$p = 3,5 \text{ cm} + 8,2 \text{ cm} + 7,1 \text{ cm} + 3,5 \text{ cm} = 22,3 \text{ cm}$$

pinta-ala eli käytä kaavaa

$$A = \frac{(a+c) \cdot h}{2} = \frac{(8,2+7,1) \cdot 3,3}{2} = 25,245 \approx 25,2 \text{ cm}^2$$

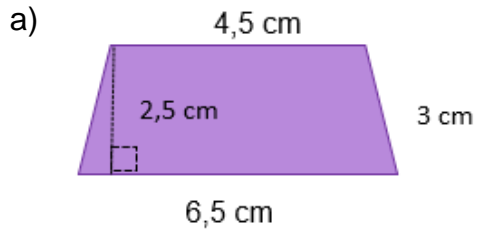
**Vastaus** : piiri 22,3 cm ja pinta-ala 25,2 cm<sup>2</sup>

**Tehtäviä**

Laske puolisuunnikkaiden piirit ja pinta-alat. **Muista merkitä yksikkö!**

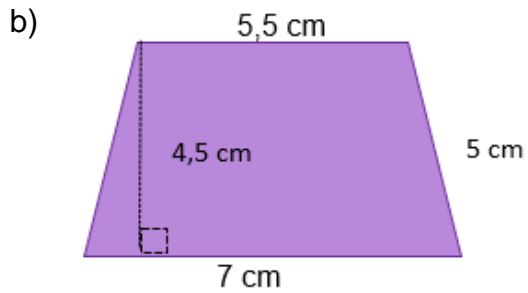
$p$  = piiri

$A$  = pinta-ala



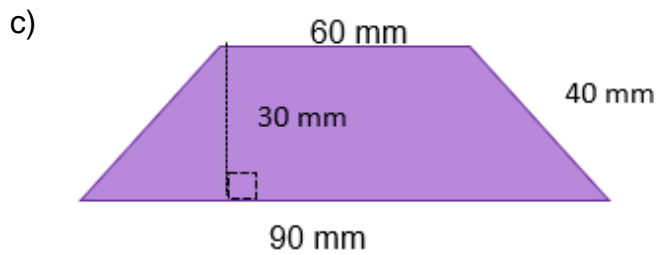
$p =$

$A =$



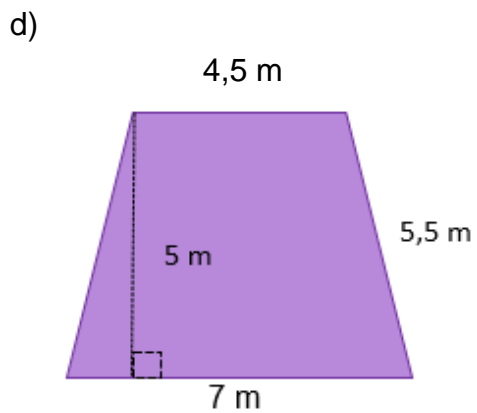
$p =$

$A =$



$p =$

$A =$



$p =$

$A =$

## Kolmio

Kolmion pinta ala lasketaan

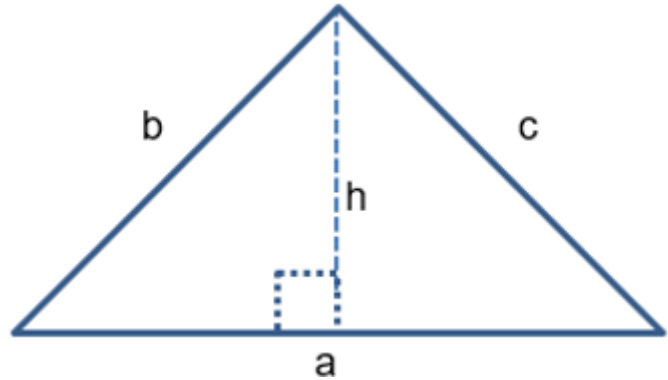
$$A = \frac{\text{kanta} \cdot \text{korkeus}}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

**a** on kanta

**h** on korkeus

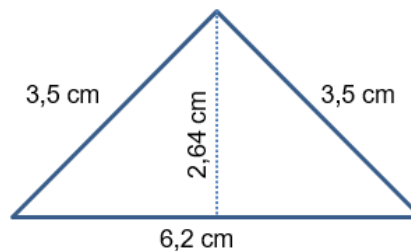
Kolmion piiri lasketaan kolmion sivujen yhteenlaskulla

$$p = a + b + c$$



## Esimerkki

Laske suunnikkaan **piiri** ja **pinta-ala**.



**Ratkaisu:**

Piiri ratkaistaan laskemalla sivut yhteen.

$$3,5 \text{ cm} + 6,2 \text{ cm} + 3,5 \text{ cm} = 13,2 \text{ cm}$$

Pinta-ala ratkaistaan käyttäen kolmion pinta-alan kaavaa

$$A = \frac{\text{kanta} \cdot \text{korkeus}}{2} = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{6,2 \cdot 2,64}{2} = 8,184 \text{ cm}^2 \approx 8,2 \text{ cm}^2$$

**Vastaus** : piiri 13,2 cm ja pinta-ala 8,2 cm<sup>2</sup>

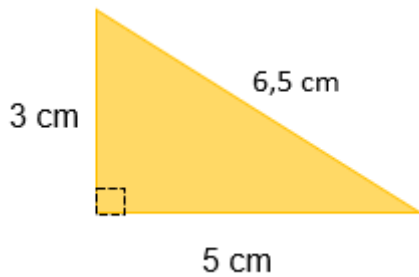
**Tehtäviä**

Laske kolmioiden piirit ja pinta-alat. **Muista merkitä yksikkö!**

$p$  = piiri

$A$  = pinta-ala

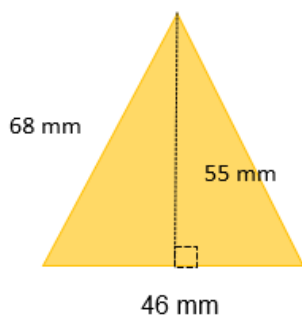
a)



$p$  =

$A$  =

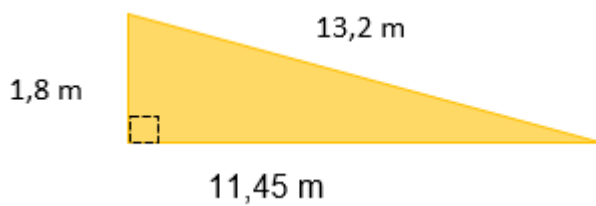
b)



$p$  =

$A$  =

c)



$p$  =

$A$  =

d) Laske kolmion pinta-ala, kun sen kanta on 16 cm ja korkeus on 8 cm.

e) Mikä on kolmion muotoisen lihapasteijan pinta-ala, kun sen kanta on 6 cm ja korkeus 4 cm?



## Ympyrä

Ympyrän pinta ala lasketaan

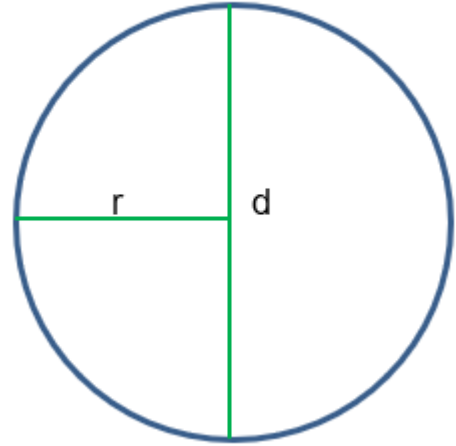
$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot r \cdot r$$

r on säde

d halkaisija =  $2 \cdot r$

Ympyrän piiri eli kehä lasketaan kaavalla

$$p = 2 \cdot \pi \cdot r$$



### Esimerkki

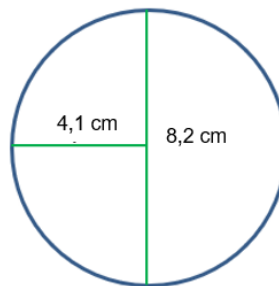
Laske suunnikkaan **piiri** ja **pinta-ala**.

**Ratkaisu:**

**Piiri** ratkaistaan kaavalla.

$$p = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 4,1 \text{ cm}$$

$$\approx 25,7 \text{ cm}$$



**Pinta-ala** ratkaistaan kaavalla.

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot r \cdot r$$

$$= 3,14 \cdot 4,1 \text{ cm} \cdot 4,1 \text{ cm}$$

$$\approx 52,8 \text{ cm}^2$$

**Vastaus :** piiri 25,7 cm ja pinta-ala 52,8 cm<sup>2</sup>

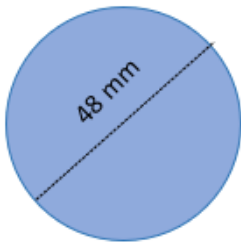
### Tehtäviä

Laske ympyröiden piirit ja pinta-alat. **Muista merkitä yksikkö!**

$p$  = piiri

$A$  = pinta-ala

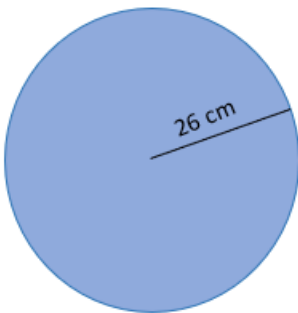
a)



$p =$

$A =$

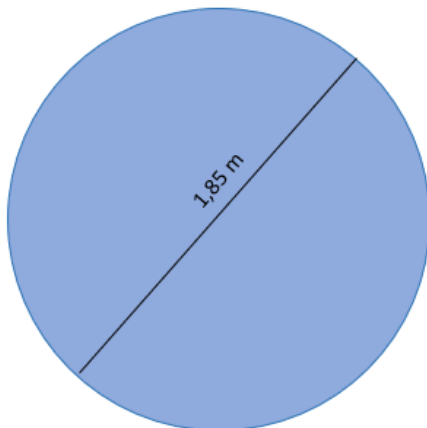
b)



$p =$

$A =$

c)



$p =$

$A =$

## Ratkaisut

### Peruslaskutoimitukset

Merkitse ja laske

- a)  $10 + 8 = 18$
- b)  $21 - 3 = 18$
- c)  $-4 \cdot 3 = -12$
- d)  $35 - 10 = 25$
- e)  $21 : 7 = 3$
- f)  $6 + 5 = 11$
- g)  $15 - 5 = 10$
- h)  $-2 \cdot 3 = -6$
- i)  $12 - 14 = -2$
- j)  $9 : 3 = 3$

### Kymmenjärjestelmä

Määritä seuraavista luvuista

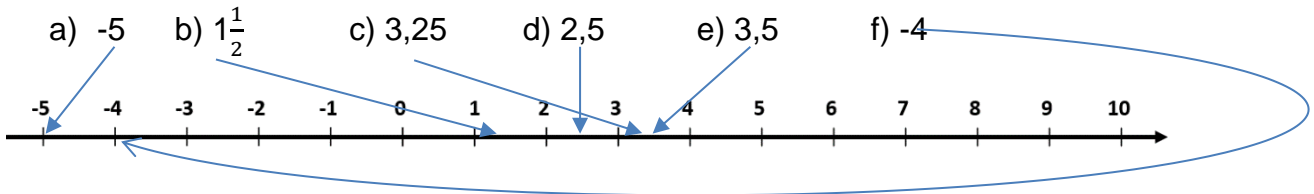
Luku	kymmenet tuhannet	tuhannet	sadat	kymmenet	ykköset	kymmenes- osat	sadas- osat	tuhannes- osat
23563,134	2	3	5	6	3	1	3	4
643			6	4	3			
5637,4		5	6	3	7	4		
124,03			1	2	4	0	3	
63236,3		6	3	2	3	6	3	
36422	3	6	4	2	2			
56				5	6			
45346	4	5	3	4	6			
9346,8		9	3	4	6	8		
32604	3	2	6	0	4			
35				3	5			

## Desimaaliluvut

- Kuinka monta desimaalia on seuraavissa luvuissa?  
a) 1 b) 3 c) 4 d) 2 e) 1 f) 2 g) 2
- Laske ilman laskinta  
a) 346,7 b) 12340 c) 210 d) 23,67 e) 30340 f) 231  
g) 3,467 h) 0,01234 i) 0,211 j) 0,23 k) 3,0123 l) 0,0231

## Lukujen suuruusvertailu

- Aseta luvut oikealle kohdalle lukusuoraa.



- Järjestä luvut suuruusjärjestykseen pienimmästä alkaen alla olevaan taulukkoon.

30,20	34,1	35,2354	45,034	456,3
-------	------	---------	--------	-------

- Merkitse < (pienempi kuin), > (suurempi kuin) tai = (yhtä suuri kuin)

- f) 45,2 \_\_\_<\_\_\_ 234  
g) 2,5 \_\_\_<\_\_\_ 3  
h) 5 \_\_\_>\_\_\_ -5  
i) -2 \_\_\_>\_\_\_ -4

## Pyöristäminen

1. Pyöristä luvut kymmenien tarkkuudelle

- a. 120
- b. 50
- c. 360
- d. 2360
- e. 460

2. Pyöristä luvut satojen tarkkuudelle

- a. 100
- b. 500
- c. 400
- d. 2400
- e. 500

3. Pyöristä luvut kymmenesosien tarkkuudelle

- a. 4,3
- b. 53,4
- c. 3,6
- d. 23,6
- e. 4,6

4. Pyöristä luvut sadasosien tarkkuudelle

- a. 14,24
- b. 53,35
- c. 3,57
- d. 23,64
- e. 4,56

5. Pyöristä yhden desimaalin tarkkuudelle

- a. 3,6
- b. 2,4
- c. 53,0
- d. 25,6
- e. 10,0

6. Pyöristä 35 234,45 euroa

- a. 35 200 €
- b. 35 000 €
- c. 35 234 €
- d. 35 234,5 €
- e. 40 000 €

7. Pyöristä luku sarakkeisiin kymmenien tarkkuudelle, ykkösiin tarkkuudelle (kokonaisluvuiksi) sekä yhden desimaalin tarkkuudelle.

Luku	Pyöristä kymmeniin	Pyöristä ykkösiin	Pyöristä yhden desimaalin tarkkuuteen
124,263	120	124	124,3
40,73	40	41	40,7
23,54	20	24	23,5
5,33	10	5	5,3
23,53	20	24	23,5
960,09	960	960	960,1
34,743	30	35	34,7
45000,3	45000	45000	45000,3
550000,15	5500000	550000	550000,2
46,732	50	47	46,7
10,34	10	10	10,3
50,00034	50	50	50,0
35,0030	40	35	35,0
460,3	460	460	460,3
35,03	40	35	35,0
23,933	20	24	23,9
40,35	40	40	40,4
5010,36	5010	5010	5010,4
456,03	460	456	456,0
346,785	350	347	346,8
573,853	570	574	573,9

### Merkkisäännöt

1. a) 6      b) -6      c) 6      d) -6      e) 21      f) -14      g) 9      h) -18  
 2. a) -1      b) -27      c) 25      d) -20      e) -5      f) -11      g) 8      h) -6  
 3. a) 18      b) -30      c) 10      d) -24  
 4. a) 10      b) -19      c) -12      d) 0      e) 6  
 5. a)  $\left(\frac{2}{5}\right) = 0,4$       b) 30      c)  $\left(\frac{25}{6}\right) \approx 4,2$       d)  $-\left(\frac{3}{2}\right) = -1,5$

6.

- a)  $-4 - (-12) = -12 + 12 = 0$  astetta  
 b)  $5 - (-17) = 5 + 17 = 22$  astetta  
 c)  $52,3 \text{ €} + 102,4 \text{ €} - 32,2 \text{ €} = 122,5 \text{ €}$


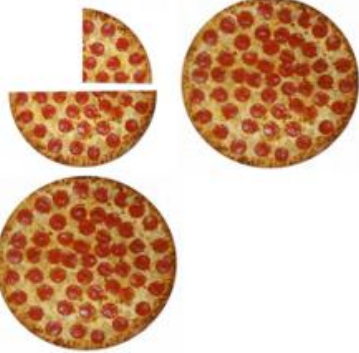

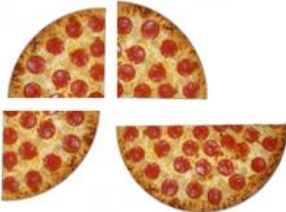
### Laskujärjestyssäännöt

1. a) 31      b) 1,4      c) 3      d) -9  
 2. a) 29      b) -33      c) 35      d) -425  
 3. a) 26      b) 12      c) 12,5      d) 3  
 4. a) 77      b) 67      c) 50      d) 750  
 5. a) 80      b) 3,5      c) 60      d) -17  
 6. a) 27      b) 42      c) 20      d) 150  
 7. a) 16      b) 16      c) 18      d) 2  
 8. a) -14      b) -5      c) 2      d) -75  
 9. a) 2      b) 10      c) -60      d) -3  
 10. a) 35      b) 60      c) -30      d) 750  
 11. a) 72      b) -41,5      c) 100      d) 25  
 12. a) -13      b) -58      c) 100      d) 150

### Murtoluvut

1. a)  $\frac{7}{3}$       b)  $\frac{5}{3}$       c)  $\frac{21}{4}$       d)  $\frac{17}{3}$   
 2. a)  $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$       b)  $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$       c)  $\frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$       d)  $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$   
 3. a)  $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$       b)  $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$       c)  $\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$   
 4. a)  $\frac{2}{3}$       b)  $\frac{1}{7}$       c)  $\frac{4}{5}$   
 5. a)  $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$       b)  $\frac{13}{6} = 2\frac{1}{6}$       c)  $\frac{14}{6} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$   
 6. a)  $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$       b)  $\frac{11}{35}$       c)  $\frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$

**Ilmoita murtolukuna, sekalukuna ja desimaalina**

	Murtoluku	Sekaluku	Desimaaliluku
	$\frac{7}{4}$	$1\frac{3}{4}$	1,75
	$\frac{11}{4}$	$2\frac{3}{4}$	2,75
	$\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$	$1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$	1,5
	$\frac{5}{4} = 1$	$1\frac{1}{4}$	1,25

**Potenssi**

1. a) 7      b) 3      c) 2
2. a) 2      b) 3      c) 5
3.
  - a)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$
  - b)  $6 \cdot 6 = 36$
  - c)  $8 \cdot 8 \cdot 8 = 24$
  - d)  $1 \cdot 1 = 1$
  - e)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
  - f)  $1 = 1$  (kun eksponentti on 0 niin potenssin tulos on aina 1)

## Yksikkömuunnokset

Muunna / vaihda eri mittayksikköön.

- a) 5 cm = 50 mm
- b) 2,6 m = 260 cm
- c) 3,23 km = 3 230 m
- d) 220 g = 0,22 kg
- e) 1,2 l = 12 dl
- f) 1,5 dl = 0,15 l
- g) 8,34 m = 834 cm
- h) 834 cm = 8340 mm

## Pituuden yksikkömuunnos

Tehtävä 1. Täydennä taulukko

kilometri	hehtometri	dekametri	metri	desimetri	senttimetri	millimetri
0,001 km	0,01 hm	0,1 dam	1 m	10 dm	100 cm	1000 mm
0,00005 km	0,0005 hm	0,005 dam	0,05 m	0,5 dm	5 cm	50 mm
0,0055 km	0,055 hm	0,55 dam	5,5 m	55 dm	550 cm	5 500 mm
3,5 km	35 hm	350 dam	3 500 m	35 000 dm	350 000 cm	3 500 000 mm
0,00056 km	0,0056 hm	0,056 dam	0,56 m	5,6 dm	56 cm	560 mm
0,466 km	4,66 hm	46,6 dam	466 m	4 660 dm	46 600 cm	466 000 mm
0,46 km	4,6 hm	46 dam	460 m	4 600 dm	46 000 cm	460 000 mm
0,065 km	0,65 hm	6,5 dam	65 m	650 dm	6 500 cm	65 000 mm
0,0000078 km	0,000078 hm	0,00078 dam	0,0078 m	0,078 dm	0,78 cm	7,8 mm
87,3 km	873 hm	8 730 dam	87 300 m	873 000 dm	8 730 000 cm	87 300 000 mm
0,000366 km	0,00366 hm	0,0366 dam	0,366 m	3,66 dm	36,6 cm	366 mm
0,00801 km	0,0801 hm	0,801 dam	8,01 m	80,1 dm	801 cm	8 010 mm
0,00002 km	0,0002 hm	0,002 dam	0,02 m	0,2 dm	2 cm	20 mm
0,000786 km	0,00786 hm	0,0786 dam	0,786 m	7,86 dm	78,6 cm	786 mm
0,03 km	0,3 hm	3 dam	30 m	300 dm	3 000 cm	30 000 mm

Tehtävä 2. Muunna **senteiksi** sijoittamalla oheiseen muuntotaulukkoon.

- a) Montako senttiä on yksi metri? Vastaus: 100
- b) Montako senttiä on 10 metriä? Vastaus: 1000
- c) Montako senttiä on 145 millimetriä? Vastaus: 14,5
- d) Montako senttiä on 1,346 km Vastaus: 134600

Tehtävä 3. Muunna **metreiksi** sijoittamalla muuntotaulukkoon.

- a) Montako metriä on yksi kilometri? Vastaus: 1000
- b) Montako metriä on 10 kilometriä? Vastaus: 10000
- c) Montako metriä on 145 millimetriä? Vastaus: 0,145
- d) Montako metriä on 1,346 km Vastaus: 1346

	kilometri (km)	hehtometri (hm)	dekametri (dam)	metri (m)	desimetri (dm)	senttimetri (cm)	millimetri (mm)
	1	0	0	0			
1	0	0	0	0			
				0	1	4	5
	1	3	4	6			

Tehtävä 4. Muunna **senteiksi** käyttämällä pituuden suhdelukua. Kirjoita välivaihe näkyviin.

- a) Montako senttiä on 2 dm (desimetriä)? Vastaus: 20
- b) Montako senttiä on 56 mm? Vastaus: 5,6
- c) Montako senttiä on 54 dam (dekametri) ? Vastaus: 54000
- d) Montako senttiä on 1,34 m? Vastaus: 134
- e) Montako senttiä on 0,6 m? Vastaus: 60

Tehtävä 5. Muunna **metreiksi** käyttämällä pituuden suhdelukua. Kirjoita välivaihe näkyviin.

- a) Montako metriä on 4,3 dm? Vastaus: 0,43
- b) Montako metriä on 56 dam (dekametriä)? Vastaus: 560
- c) Montako metriä on 12 cm? Vastaus: 0,12
- d) Montako metriä on 3,124 km? Vastaus: 3124
- e) Montako metriä on 50030 mm? Vastaus: 50,03

### Massan yksikkömuunnokset

kilogramma	gramma	milligramma	mikrogramma
0,001 kg	1 g	1000 mg	1000 000 µg
34 kg	34000 g	34 000 000 mg	34 000 000 000 µg
0,021 kg	21 g	21 000 mg	21 000 000 µg
0,012 kg	12 g	12 000 mg	12 000 000 µg
0,056 kg	56 g	56 000 mg	56 000 000 µg
0,000106 kg	0,106 g	106 mg	106 000 µg
0,256 kg	256 g	256 000 mg	256 000 000 µg
0,7 kg	700 g	700 000 mg	700 000 000 µg
0,023 kg	23 g	23000 mg	23 000 000 µg

### Vetomittojen yksikkömuunnokset

litra	desilitra	senttilitra	millilitra
1 l	10 dl	100 cl	1000 ml
34 l	340 dl	3400 cl	34 000 ml
0,21 l	2,1 dl	21 cl	210 ml
0,5 l	5 dl	50 cl	500 ml
0,056 l	0,56 dl	5,6 cl	56 ml
0,106 l	1,06 dl	10,6 cl	106 ml
2,58 l	25,8 dl	258 cl	2580 ml
0,037 l	0,37 dl	3,7 cl	37 ml
1,6 l	16 dl	160 cl	1600 ml
0,033 l	0,33 dl	3,3 cl	33 ml
0,55 l	5,5 dl	55 cl	550 ml
0,202 l	2,02 dl	20,2 cl	202 ml
0,0247 l	0,247 dl	2,47 cl	24,7 ml

## Ajan muunnokset

Täydennä taulukko

tunti	min	sekunti
1 h	60 min	3600 s
0,0167 h	1 min	60 s
4,5 h	270 min	16 200 s
0,75 h	45 min	2700 s
10 h	600 min	36 000 s
0,1667 h	10 min	600 s
3 h	180 min	10 800 s
3 h	180 min	10 800 s
1,25 h	75 min	4500 s
1,25 h	75 min	4500 s
24 h	1 440 min	86 400 s
60 h	3 600 min	216 000 s
2,5 h	150 min	9 000 s
0,25 h	15 min	900 s
0,15 h	9 min	540 s
0,3333 h	20 min	1 200 s

## Yksikkömuunnostehtäviä

Muunna toiseen yksikköön.

- a) 260 g = 0,26 kg
- b) 34 mm = 3,4 cm
- c) 54 dl = 5,4 l (litra)
- d) 230 cm = 2,3 m
- e) 20 min = 0,333 h (tunti)
- f) 750 g = 0,75 kg
- g) 50 mm = 5 cm

h) 25 dl = 2,5 l (litra)

i) 150 cm = 1,5 m

j) 75 min = 1,25 h (tunti)

k) 100 g = 0,1 kg

l) 20 mm = 2 cm

m) 5 dl = 0,5 l (litra)

n) 3 cm = 0,03 m

o) 120 min = 2 h (tunti)

p) 3,5 kg = 3500 g

q) 4,6 m = 460 cm

r) 54 dl = 5,4 l (litra)

s) 5,32 m = 5320 mm

20 h (tuntia) = 1200 min

### Pinta-alan yksikkömuunnos

#### 1. Muunna

- a)  $34,6 \text{ m}^2 = 3460 \text{ dm}^2$   
 b)  $5420 \text{ m}^2 = 0,542 \text{ ha}$   
 c)  $1,20 \text{ km}^2 = 12000 \text{ a}$   
 d)  $79,3 \text{ dm}^2 = 793000 \text{ mm}^2$   
 e)  $102 \text{ cm}^2 = 0,0102 \text{ m}^2$

#### 2. Muunna

- a)  $34,6 \text{ ha} = 0,346 \text{ km}^2$   
 b)  $5,420 \text{ m}^2 = 54\,200 \text{ cm}^2$   
 c)  $1,20 \text{ km}^2 = 120 \text{ ha}$   
 d)  $79,3 \text{ dm}^2 = 7930 \text{ cm}^2$   
 e)  $102 \text{ m}^2 = 1\,020\,000 \text{ cm}^2$

kilometri (km <sup>2</sup> )		hehtaari (ha)		aari (a)		metri (m <sup>2</sup> )		desimetri (dm <sup>2</sup> )		senttimetri (cm <sup>2</sup> )		millimetri (mm <sup>2</sup> )	
						3	4	6					
			0	5	4	2	0						
	1	2	0	0	0								
								7	9	3	0	0	0
							0	0	1	0	2		
	0	3	4	6									
							5	4	2	0	0		
	1	2	0										
								7	9	3	0		
					1	0	2	0	0	0	0		

### Yhtälöt

1. a) 3      b) 6      c) 1      d) 7      e) 2      f) -38      g) -6  
 2. a) 11     b) 16     c) 12     d) 8      e) 8      f) 44      g) -6  
 3. a) 2      b) 11     c) 32     d) 4      e) 3      f) 14  
 4. a) 2      b) 4      c) 15     d) 0,333   e) -2     f) 0,125  
 5. a) 8      b) 8      c) 15     d) 15  
 6. a) 1      b) 5,5    c) 13,667 d) 0,2    e) -0,5

### Verrannot

1. Muodosta verranto alla olevasta taulukosta:

Tiivistettä	Veden määrä desilitroina
3	5
2	x

$$\frac{3}{2} = \frac{5}{x} \Rightarrow 3 \cdot x = 2 \cdot 5 \Rightarrow x = (2 \cdot 5) : 3 \approx 3,33$$

Toinen tapa:

$$x \cdot \frac{3}{2} = x \cdot \frac{5}{x}$$

$$\frac{x \cdot 3}{2} = \frac{x \cdot 5}{x}$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{x \cdot 5}{x}$$

$$\frac{3x}{2} = 5 \quad | \text{kerrotaan puolittain 4:llä}$$

$$2 \cdot \frac{3x}{2} = 2 \cdot 5 \quad | \text{jaettuna 2 on 1 joten vasemmalle puolelle tulee } 3x. \text{ Oikealla puolella } 2 \cdot 5 = 10$$

$$3x = 10 \quad | \text{Jaetaan puolittain } x:n \text{ edessä olevalla luvulla (3), jolloin vasemmalle jää pelkkä } x \text{ ja oikealle } 10/3$$

$$x = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3} \approx 3,3$$

2. Pizzataikinaan laitetaan 3 grammaa kuivahiivaa 1000 grammaa jauhoja kohden. Muodosta verranto ja ratkaise paljonko jauhoja tarvitaan, jos halutaan kerralla käyttää koko 7 gramman kuivahiivapakkaus.

Kuivahiivaa	Jauhoja
3	1000
<b>7</b>	<b>x</b>

$$\frac{3}{7} = \frac{1000}{x}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{1000}{x}$$

kerrotaan ristiin:

$$3 \cdot x = 1000 \cdot 7 \Rightarrow x = (1000 \cdot 7) : 3 = \approx 2333$$

3. Proteiinisheikkiin laitetaan neljään desilitraan maitoa 30 grammaa herajauhetta. Kuinka monta grammaa herajauhetta tarvitaan, jos maitoa käytetäänkin 3 desilitraa ja maidon ja herajauheen suhdeluku halutaan pysyvän samana?




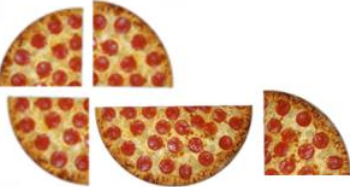
maitoa	herajauhetta
4 dl	30 g
<b>3 dl</b>	<b>x</b>

$$\frac{4}{3} = \frac{30}{x} \text{ kerrotaan}$$

ristiin

$$4 \cdot x = 3 \cdot 30 \Rightarrow x = (3 \cdot 30) : 4 = 22,5 \text{ g}$$

**Ilmoita murtolukuna ja desimaalilukuna**

	Murtoluku	Desimaaliluku	Prosenttiluku
	$\frac{1}{4}$	0,25	25 %
	$\frac{3}{4}$	0,75	75 %
	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	0,5	50 %
	$1\frac{1}{2}$	1,5	150 %

**Vertailuprosenttiarvot**

- a) 71 %   b) 89 %   c) 2,5 %   d) 25 %   e) 86 %
- a) 9 %   b) 50 %   c) 1,1 %   d) 23 %   e) 7,7 %
- a) 14 %   b) 50 %   c) 14 %   d) 15 %   e) 12 %
- Palkka nousi 36 euroa, jonka jälkeen palkka on 2036 euroa.

## Geometria

### Neliö

- a)  $p = 12 \text{ cm}$                        $A = 9 \text{ cm}^2$   
b)  $p = 26 \text{ cm}$                        $A = 42,25 \text{ cm}^2$   
c)  $p = 350 \text{ mm} = 35 \text{ cm}$          $A = 7656,25 \text{ mm}^2 \approx 76,6 \text{ cm}^2$   
d)  $p = 45 \text{ m}$                           $A \approx 127 \text{ m}^2$

### Soveltavat

- a)  $p = 112 \text{ cm}$                        $A = 784 \text{ cm}^2$   
b)  $A = 5625 \text{ cm}^2$   
c)  $A = (25 \text{ cm} + 25 \text{ cm} + 75 \text{ cm}) \cdot (25 \text{ cm} + 25 \text{ cm} + 75 \text{ cm}) = 15625 \text{ cm}^2 \approx 1,56 \text{ m}^2$   
d)  $A = 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$

### Suorakulmio

- a)  $p = 16 \text{ cm}$                           $A = 15 \text{ cm}^2$   
b)  $p = 22 \text{ cm}$                           $A = 29,25 \text{ cm}^2$   
c)  $p = 299 \text{ mm} \approx 30 \text{ cm}$          $A = 5425 \text{ cm}^2 = 54,25 \text{ dm}^2$   
d)  $p = 41,5 \text{ m}$                           $A \approx 107 \text{ m}^2$

### Soveltavat

- a)  $A = 15,12 \text{ m}^2$   
b)  $A = 2 \text{ m} \cdot 4,5 \text{ m} + 19,5 \text{ m} \cdot (4,5 \text{ m} + 17,5 \text{ m}) = 438 \text{ m}^2$   
c)  $p = 2 \text{ m} + 17,5 \text{ m} + 19,5 \text{ m} + 17,5 \text{ m} + 4,5 \text{ m} + 19,5 \text{ m} + 2 \text{ m} = 82,5 \text{ m}$   
d)  $\text{pituus} = \text{pinta-ala} : \text{leveys} = 63 \text{ m}^2 : 7 \text{ m} = 9 \text{ m}$   
e)  $480 \text{ cm} : 65 \text{ cm} = 7,4 \Rightarrow$  Yhdelle sivulle mahtuu 7 mokkapalaa  $\Rightarrow$  14 yhteensä

### Suunnikas

- a)  $p = 17 \text{ cm}$                               $A = 15 \text{ cm}^2$   
b)  $p = 22 \text{ cm}$                               $A = 26 \text{ cm}^2$   
c)  $p = 291 \text{ mm} = 29,1 \text{ cm}$           $A = 4702,5 \text{ mm}^2 \approx 47 \text{ cm}^2$   
d)  $p = 41,5 \text{ m}^2$                           $A = 90 \text{ m}^2$

**Tasakylkinen puolisuunnikas**

- a)  $p = 17 \text{ cm}$                        $A = 13,75 \text{ cm}^2$   
b)  $p = 22,5 \text{ cm}$                      $A = 28,125 \text{ cm}^2$   
c)  $p = 230 \text{ mm} = 23 \text{ cm}$          $A = 2250 \text{ mm}^2 = 22,5 \text{ cm}^2$   
d)  $p = 22,5 \text{ m}$                          $A = 28,75 \text{ cm}^2$

**Kolmio**

- a)  $p = 14,5 \text{ cm}$                        $A = 7,5 \text{ cm}^2$   
b)  $p = 182 \text{ mm}$                      $A = 1265 \text{ mm}^2 \approx 12,7 \text{ cm}^2$   
c)  $p = 26,15 \text{ m}$                        $A \approx 10,3 \text{ m}^2$   
d)  $A = 64 \text{ cm}^2$   
e)  $A = 12 \text{ cm}^2$

**Ympyrä**

- a)  $p \approx 151 \text{ mm}$                        $A \approx 1810 \text{ mm}^2 = 18,1 \text{ cm}^2$   
b)  $p \approx 163 \text{ cm}$                        $A \approx 2122 \text{ cm}^2 = 21,2 \text{ dm}^2$   
c)  $p \approx 5,8 \text{ m}$                           $A \approx 2,69 \text{ m}^2$

## Liitteet

### Kuvia toiminnallisiin geometrialaskuihin.

Tulostettujen kuvien avulla opiskelijoiden on mahdollista harjoitella geometrialaskuja.

### Esimerkiksi

1. Mitataan kuvioiden sivujen pituuksia tai halkaisijoita, joista lasketaan piiri ja pinta-ala.
2. Lasketaan, montako kakkupalaa mahtuu yhdelle pellille.

