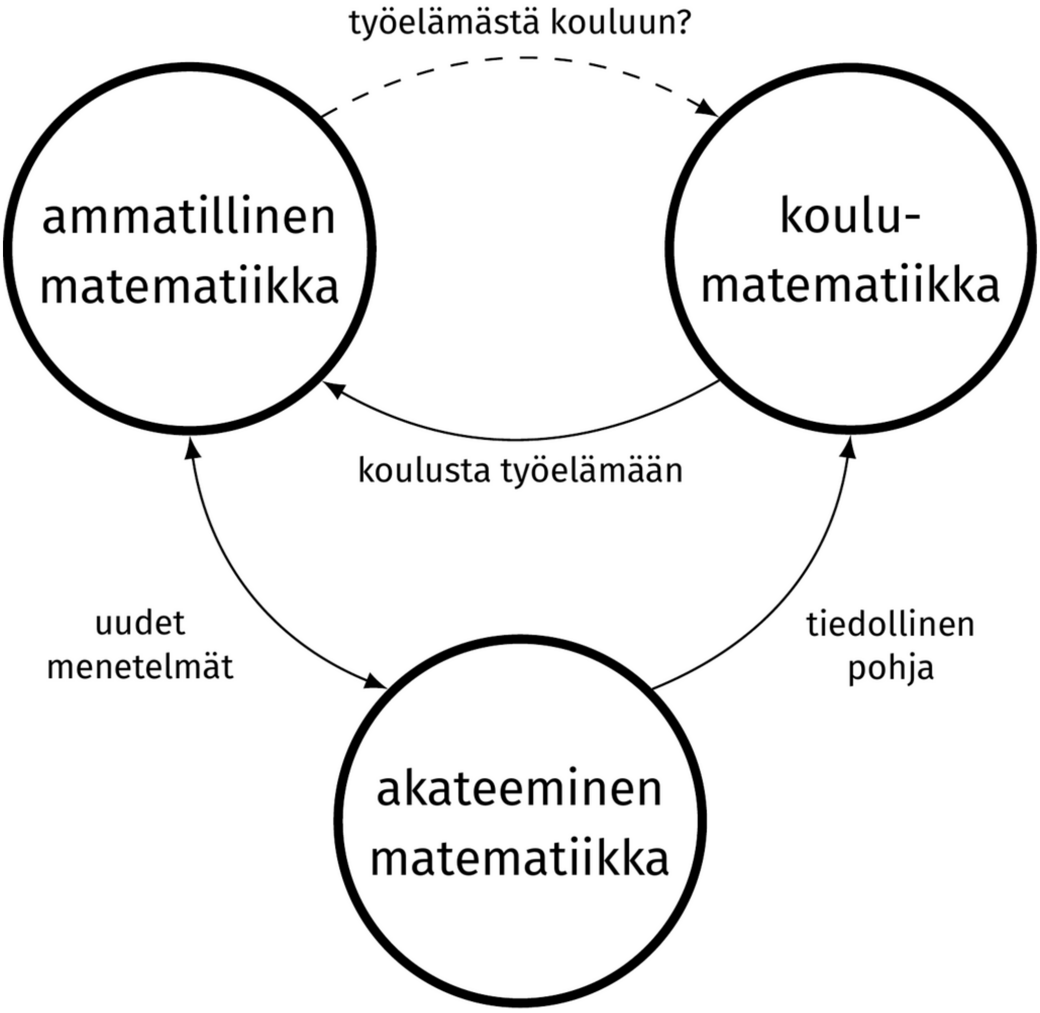
Mitä on ammatillinen matematiikka?

Teksti, kuvat ja tehtävät: Ville Koljonen

Otsikon kysymys voi kuulostaa ensialkuun hieman hölmöltä. Ammattikouluun tulevilla opiskelijoilla on jo yhdeksän vuoden kokemus siitä, mitä matematiikka heille on, ja opettajilla vieläkin pidempi. Monet alla tehtävistä havainnoista voivat olla jo tuttuja ammattikoulun matematiikan opettajan arjesta. Tämän pohdinnan tarkoituksena on kuitenkin laajentaa tätä pohjaa muutamilla tutkimuksessa käytetyillä käsitteillä ja näin tarjota lisää työkaluja oman ajattelun jäsentämiseen.

Ammatillinen matematiikka on työpaikoilla tehtävää matematiikkaa. Kirjallisuudessa sen rinnalle nostetaan kaksi muuta matematiikan lajia: akateeminen matematiikka tai matematiikka tieteenalana, johon kuuluu kaikenlainen matematiikan tutkimus sekä koulumatematiikka, joka edustaa koulun oppitunneilla harjoiteltavaa matematiikkaa. Alla olevaan kuvaan on koostettu joitakin näiden kolmen matematiikan lajin välisiä suhteita. Perinteisesti niistä on helppo tunnistaa prosessi koulumatematiikasta ammatilliseen matematiikkaan, missä oppijoita valmennetaan kohti työelämän vaatimuksia, sekä akateemisen matematiikan tarjoama pohja koulumatematiikalle ja käyttökelpoisten menetelmien tuottaminen työelämän tarpeisiin.

Joskus työpaikoilla tehdään kehitystyötä, joka myöhemmin motivoi myös teoreettisempaa matematiikan tutkimusta. Tällainen ammatillisen ja akateemisen matematiikan välillä oleva innovointivuorovaikutus näkyy erityisesti korkea-asteen opintoja hyödyntävillä aloilla, sillä ammatilliseksi matematiikaksi voidaan luontevasti mieltää myös esimerkiksi tekniikan, talouden ja luonnontieteiden matemaattiset menetelmät. Ammattikoulun matematiikan opetus puolestaan sijoittuu mielenkiintoisella tavalla koulumatematiikan ja ammatillisen matematiikan välimaastoon, ja sitä koskeva tutkimus käsitteleekin usein näiden kahden matematiikan lajin välistä jakoa. Seuraavaksi keskitytään jäsentämään ammatillisen matematiikan ominaispiirteitä juuri suhteessa kaikille koulua käyneille tuttuun koulumatematiikkaan.



Ammatillisessa matematiikassa totuus ei muotoudu samoin kuin koulumatematiikassa

Yleissivistävässä koulumatematiikassa (erityisesti lukiossa) pyritään usein peilaamaan akateemisen matematiikan näkemystä väitteiden totuudesta. Esimerkiksi yhtälön $5x + 3 = 15 - x$ ainoa ratkaisu on $x = 2$, mutta tästä tulee matemaattisesti tosi väite vasta, kun siihen liitetään perustelut. Mitä perusteluiksi hyväksytään, riippuu asiayhteydestä. Koulun vaatimuksiin valveutunut opiskelija voisi todeta, että soveltamalla yhtälöille sallittuja toimenpiteitä (lukujen lisääminen ja vähentäminen jne.) päädytään juuri tähän lopputulokseen. Toinen opiskelija saattaisi puolestaan sanoa, että asia on näin, koska opettaja sanoo niin, mutta useimmat tuntemani matematiikan opettajat eivät varmaankaan hyväksyisi tätä oikeana perusteluna, sillä voihan opettajakin erehtyä.

Ammatillisen matematiikan näkökulmasta esimerkin jälkimmäinen opiskelija on kuitenkin lähempänä tyypillisiä toimintatapoja. LaCroix (2014) kuvaa kanadalaisten putkiasentajaharjoittelijoiden opintojen matemaattista luonnetta ja tekee muun muassa seuraavia huomioita:

1. Laskujen menetelmille ei aseteta merkitystä, kunhan tulokset ovat riittävän lähellä oikeaa, tarkimmillaan 1/32 tuuman eli hiukan alle 0,8 mm tarkkuudella.

2. Kaikki lasku- ja mittaustulokset voidaan pyöristää tälle tarkkuudelle, joten muita lukuja kuin tämän monikertoja ei oikeastaan edes tarvitse miettiä.

3. Lopullinen ratkaisu laskujen oikeellisuudelle saadaan, jos niiden perusteella valmistetut putkiliitännät sopivat yhteen.

Työpaikoilla voi siis olla, että totuudenmukaisuus määräytyy tulosten käytännöllisestä toimivuudesta. Riittävän tarkasti oikein laskemista motivoi tehokkuus ja luotettavuus (LaCroix, 2014), turvallisuus (Coben & Weeks, 2014), ja osana tehokkuutta myös hukatun ajan ja materiaalin välttäminen (Saló i Nevado & Pehkonen, 2018). Näissä rajoissa menetelmiin tai perusteluihin keskittyminen koulumatematiikan tapaan ei ole työpaikoilla tarpeen, eikä edes suotavaa.

Ammatillinen matematiikka toimii voimakkaiden reunaehtojen rajoittamana

Koulumatematiikassa asetetut tehtävät ja ongelmat ovat usein harjoituksen välttämättömyyden vuoksi yksinkertaistettuja. Ajatellaan, että matemaattisen sisällön harjoitteleminen muodostuu helpommaksi ja tehokkaammaksi, kun oikean maailman inspiroimista tehtävistä riisutaan monimutkaistavia tekijöitä pois. Jossain määrin näin onkin, kun keskittyminen voi ohjautua matemaattisesti keskeisimpään sisältöön, mutta samalla tehtävistä uhkaa tulla epäautenttisia.

Työpaikoilla ongelmaa rajaavien ehtojen tai monimutkaistavien tekijöiden sivuuttaminen ei onnistu samaan tapaan. Vaikka matemaattiset menetelmät pysyvätkin tyypillisesti yksinkertaisina, niitä sovelletaan ympäristössä, jossa on otettava huomioon reunaehtoja, kuten (FitzSimons, 2014)

- työn järjestelyt: työntekijöiden määrä, viestintäkeinot ja -tavat,

- taloudelliset tavoitteet: kustannusten minimointi, riittävän korkea tuottavuus,
- muut vaatimukset: lailliset, työturvallisuuteen liittyvät.

Näillä tekijöillä on vaikutusta työssä tehtäviin matemaattisiin valintoihin. Roth (2014) kuvailee sähköasentajien työtehtävää, jossa kaapeleita suojaava metalliputki taivutetaan sopivien kulmien avulla kiertämään seinällä vastaan tulevia esteitä. Ammattilaisen kertoman mukaan taitoskulmaksi tulee valita 30° aina kun mahdollista, sillä tällöin kaltevan osuuden (hypotenuusan) pituus on kaksinkertainen haluttuun poikittaiseen siirtymään (vastaiseen kateettiin) nähden, eikä mittausmerkintöjä tarvitse tarkistaa. Verrattuna pienempiin taitoskulmiin kaapelit on tällöin haastavampaa vetää putken läpi, mutta muistisäännön helppous ja etenkin korkeilla rakennustelineillä vältetyt ylimääräiset liikkeet painavat vaakakupissa enemmän. (Roth, 2014.)

Eri alojen ammattilaiset joutuvat tekemään ja perustelemaan valintojaan käyttäen matematiikkaa apuvälineenä ympäristössä, joka on paljon ennustamattomampi kuin koulun matematiikan tehtävät välittävät. Toisin kuin koulumatematiikassa, tarkasti oikeilla vastauksilla on valtavan suuri merkitys. Steen (2004) tiivistää tämän monimuotoisuuden ja monimutkaisuuden osuvasti:

Mathematics in the workplace makes sophisticated use of elementary mathematics rather than, as in the classroom, elementary use of sophisticated mathematics. (s. 55)

Työpaikoilla käytetään yksinkertaista matematiikkaa hienostuneesti, eikä hienostunutta matematiikkaa yksinkertaisesti, kuten luokkahuoneissa.

Matematiikka piiloutuu ammattien työkaluihin ja työnjakoihin

Viimeistään digitaalisten teknologioiden kehittyminen on johtanut siihen, että työpaikoilla hyödynnettäviä prosesseja automatisoidaan. Erilaiset sähköiset mittauslaitteet, laskimet ja vaikkapa suunnitteluohjelmistot piilottavat aiemmin ihmisen havaintojen ja ajattelun varassa olleita matemaattisia menetelmiä ja tuloksia. Viimeisestä erinomainen esimerkki on CNC-koneistuksen ja muun digitaalisen valmistuksen kehitys viime vuosikymmeninä. Nykyään 3D-mallinnusohjelmat laskevat automaattisesti valmistuslaitteen liikeratoja, siinä missä aiemmin niitä tuli pohtia ja koodata käsin. (Ks. Williamsin ja Waken, 2007, tutkimusesimerkki. Vastaavaa koodia ei enää kirjoitettaisi käsin.)

Vaikka erilaiset matemaattiset työkalut, kuvaajat, mittarit, laskentataulukot ja muut suunnitellaan helpottamaan työntekoa työpaikoilla, niiden tulkitseminen vaatii silti harjaantumista. Koulumatematiikassa erilaisissa esitystavoissa pyritään yhtenäisyyteen ja selkeyteen, ja siksi esimerkiksi kaavoja kirjoitetaan tietyllä tavalla tai kuvaajien vaaka-akseleita luetaan vasemmalta oikealle. Työpaikoilla tällaisista normeista voidaan poiketa, jos siitä on hyötyä erityisessä sovelluskohteessa. Williams ja Wake (2007) esittelevät juuri tällaisen esimerkin laboratoriokokeen mittaustuloksia esittävästä kuvaajasta, jossa vaaka-akselilla esitetään lämpötilan sijaan sen eräänlainen muunnos. Tämän muunnoksen seurauksena lämpotilan kohotessa kokeen aikana vaaka-akselin arvo itse asiassa pienenee, jolloin mittauspisteistä järjestyksessä ensimmäinen onkin kuvaajan oikeassa laidassa. Artikkelissa mainitaan koulumatematiikassa hyvin menestyvä opiskelija, jolta tämä erikoisuus jää huomaamatta, ja siksi hän päätyy kuvaajaa lukiessaan vääriin johtopäätöksiin.

Toinen tapa, jolla matematiikka piiloutuu tai jolla sitä joskus aktiivisesti piilotetaan, liittyy työn järjestelyihin ja työpaikan sosiaalisiin suhteisiin. Ei ole aivan tavatonta, että työpaikoilla joihinkin matemaattisiin prosesseihin osallistuu useampia ihmisiä eri rooleissa siten, että vastuu ja valta niiden ohjaamisesta keskittyy yhdelle ihmiselle. Näin voisi olla esimerkiksi useamman jäätelökioskin yrityksessä, jossa jokaiselta kioskilta kerätään erikseen tietoa eri jäätelömakujen menekistä, ja sitten keskitetysti päätetään seuraavan päivän tilauksesta. Tähän prosessiin osallistuu työntekijöitä jokaiselta kioskilta, mutta (suuri) osa päätösten tekemiseen liittyvästä matematiikasta on piilossa heiltä, joiden tehtävänä on vain raportoida lukuja. (Ks. myös Williams & Wake, 2007.) Työn tuottavuuden kannalta tämä voi tietysti olla hyvä seikka, mutta on silti hyvä tiedostaa, että matematiikka voi olla työpaikoilla myös vallankäytön väline, ja sen avulla voidaan osaltaan ylläpitää hierarkioita työnjaossa.

Tällaisten prosessien myötä matematiikka uppoutuu työtehtäviin työpaikoilla. Matemaattisista prosesseista voi tulla niin automaattisia, ja ne voivat verkottua niin kiinteästi käytännölliseen tietotaitoon, että niiden suorittamisesta alkaa tulla näkymätöntä. Tällöin matematiikka on työtehtävissä *konkreettisesti* läsnä, mutta ei *teoreettista* kuten usein kouluopinnoissa. (Swanson & Williams, 2014.) Tämä voi osaltaan selittää, miksi kaikkia matemaattisia prosesseja ei ole helppoa tunnistaa työpaikoilla: matematiikkaan liitettävä teoreettisuus ja abstraktius puuttuu.

Ammatillinen matematiikka vaatii myös abstraktiutta

Samaan hengenvetoon Swanson ja Williams (2014) kuitenkin muistuttavat, että matematiikka on myös työpaikoilla enemmän kuin työtehtäviin kiinnittynyttä rutiinia. Silloin tällöin ammattilaisten kohtaamat työtehtävät, kuten uudenlaisen jiirin (työkalun liikeradan ohjaimen) rakentaminen puusepän ammatissa (Saló i Nevado & Pehkonen, 2018), vaativat ongelmanratkaisua ja luovuutta. Tällaisissa tilanteissa työntekijän tarvitsee ylittää monenlaisia rutiineja, mukaanlukien matemaattisten toiminnan rutiineja, ja päästä käsiksi niiden taustalla olevaan laajempaan ymmärrykseen suoriutuakseen.

FitzSimons (2014), sekä myöhemmin FitzSimons ja Björklund Boistrup (2017) käsittelevät tällaista työtehtävien ja matematiikan käyttämisen roolien duaalisuutta kahden erilaisen lähestymistavan avulla. Näihin tutustuminen voi auttaa vielä paremmin hahmottamaan abstraktiuden merkitystä ammatillisessa matematiikassa.

1. Ellström puhuu työn jaosta *tuotantologiikan* ja *kehityslogiikan* mukaisiin työtehtäviin. Tuotantologiikan mukaisessa toiminnassa pyritään minimoimaan virheet ja maksimoimaan työn tuottavuus (esim. lääkelaskujen suorittaminen hoitotehtävissä: ilman virheitä ja mahdollisimman nopeasti), ja tämän voidaan ajatella kannustavan automatisointia ja rutinoitumista, sekä edistävän matemaattisten prosessien piiloutumista teknisiin apuvälineisiin.

   Kehityslogiikan mukaisissa työtehtävissä on puolestaan kyse uusien ratkaisujen ja työtapojen luomisesta, ja tämä vaatii nimenomaan valmiiden (matemaattisten) ajattelu- ja toimintatapojen kyseenalaistamista ja kuvittelemista uudelleen. Molemmat näistä logiikoista ovat läsnä työpaikoilla, ja siksi ammatillinen matematiikka ei voi olla pelkkää rutiininomaista suorittamista.

2. Bernsteinin laajempi teoria tiedon rakenteista puhuu *horisontaalisesta* ja *vertikaalisesta diskurssista*. Horisontaalinen diskurssi edustaa käytännöllistä matemaattista tietoa, joka on tiukassa yhteydessä tiettyihin työtehtäviin ja työyhteisöihin. Kyseessä voi olla esimerkiksi lasku- ja ratkaisustrategioita potilaan lääkeannosmäärän laskemiseen eri tilanteissa, mutta ilman yhteyksiä näiden tilanteiden välillä. Kukin horisontaalisen diskurssin mukainen matemaattinen prosessi on toisista erillinen vastaus hyvin rajattuun ongelmaan, eikä niiden tarvitse arkisessa toiminnassa olla selkeästi näkyvillä.

> Vertikaalinen diskurssi puolestaan pitää tässä yhteydessä sisällään muodollisen ja akateemisen matemaattisen tiedon. Tällainen tieto on teoreettista, luonteeltaan yleistä ja systemaattista, sekä käsitteisiin perustuvaa. Sen kautta on mahdollista luoda yhteyksiä erilaisten ratkaisustrategioiden välille, kuten sille että monet lääkelaskustrategiat eri lähtötiedoillakin perustuvat suureiden verrannollisuuteen (mikä puolestaan juontuu seoksia kuvaavista kemiallis-matemaattisiin malleista). Vertikaalinen diskurssi luo yhteyksiä käsitteiden välille ja pitää matemaattisia prosesseja jatkuvasti näkyvillä.

Puusepälle esimerkiksi avaruuden kulmien laskeminen geometrian sääntöjen perusteella voi olla rutiininomainen toimenpide (horisontaalinen diskurssi), joka soveltuu sellaisenaan tuttujen jiirien rakentamiseen, mutta kokonaan uudenlaisen jiirin tekeminen vaatii kolmiulotteisten kappaleiden ja niissä muodostuvien kulmien hahmottamista (vertikaalinen diskurssi). Tässä jälkimmäinen on taito, joka koostuu kulmien noudattamien lakien ja muun geometrisen tiedon ymmärtämisestä ja soveltamisesta. Geometrisen tiedon pankki on *malli*, jota käytetään oikean maailman ilmiöiden (jiirin halutun toiminnan) ennustamiseen, ja uuden jiirin rakentaminen on esimerkki työtehtävästä, joka vaatii tämän rutiinitoimintojenkin taustalla olevan mallin ymmärtämistä. Joissakin työtehtävissä siis siitä matematiikasta, josta on tullut näkymätöntä, pitäisi taas tehdä näkyvää.

Näihin jakoihin liittyvä keskeinen tutkimusargumentti on, että ammattien matemaattinen arki on yleensä lähempänä tuotantologiikan tai horisontaalisen diskurssin mukaista sisäistyneiden strategioiden käyttöä. Varsinkin tämän päivän epävarmassa maailmassa, jossa työelämänkin kehityssuuntia on hankala hahmottaa etukäteen, on kuitenkin syytä odottaa, että vastaan tulee yllättäviä ja ennustamattomia tilanteita, joissa harjaannus kehityslogiikan tai vertikaalisen diskurssin mukaisessa toiminnassa on tarpeen.

Jatkokysymyksiä matematiikan oppimiselle

Yllä kuvatuista eroista koulu- ja ammatillisen matematiikan välillä syntyy tärkeitä kysymyksiä, joita opetuksen järjestelyssä tulisi ratkaista. Osa niistä ratkaistaan opetussuunnitelman tai tutkinnon perusteiden tasolla, mutta myös kouluilla ja yksittäisillä opettajilla on paljon vaikutusvaltaa. Perehtyminen ammattien matematiikkaan sekä tällä tavoin yleisesti että alakohtaisemmin omassa työssä ja yhteistyössä ammatillisten opettajien kanssa on tärkeää.

- Mitä lasketaan matematiikaksi koulussa ja työpaikoilla?
- Mitä tulisi laskea matematiikaksi koulussa ja työpaikoilla?
- Miten tulevia ammattilaisia tuetaan vastaamaan rutiinitehtävien matemaattisiin vaatimuksiin?
- Miten tulevia ammattilaisia tuetaan vastaamaan luovuutta ja ongelmanratkaisua vaativien tilanteiden matemaattisiin vaatimuksiin?
- Miten motivoidaan oppimaan abstraktimpaa matemaattista ajattelua koulussa, kun työpaikoilla matemaattisia prosesseja automatisoidaan, keskitetään ja pelkistetään?

Näiden kysymysten pohtiminen suhteessa omaan opetukseen voi auttaa tarjoamaan opiskelijoille enemmän motivaatiokoukkuja ja merkitystä matematiikan opiskeluun. Konkretia ammatillisen koulutuksen matematiikan opetuksessa on parhaimmillaan lähtöisin aidoista työpaikkojen ongelmista: juuri niistä, joita ammatillinen matematiikka käsittelee.

Lähteet (myös hyvää jatkokirjallisuutta)

Coben, D. & Weeks, K. (2014). Meeting the mathematical demands of the safety-critical workplace: medication dosage calculation problem-solving for nursing. *Educational Studies in Mathematics 86*, 253–270.

FitzSimons, G. E. (2014). Commentary on vocational mathematics education: where mathematics education confronts the realities of people's work. *Educational Studies in Mathematics 86*, 291–305.

FitzSimons, G. E. & Björklund Boistrup, L. (2017). In the workplace mathematics does not announce itself: towards overcoming the hiatus between mathematics education and work. Educational Studies in Mathematics 95, 329–349.

LaCroix, L. (2014). Learning to see pipes mathematically: preapprentices' mathematical activity in pipe trades training. *Educational Studies in Mathematics 86*, 157–176.

Roth, W.-E. (2014). Rules of bending, bending the rules: the geometry of electrical conduit bending in college and workplace. *Educational Studies in Mathematics 86*, 177–192.

Saló i Nevado, L. & Pehkonen, L. (2018). Cabinetmakers' workplace mathematics and problem solving. *Vocations and Learning 11*, 475–496.

Steen, L. A. (2004). Data, shapes, symbols: achieving balance in school mathematics. Teoksessa B. Madison & L. A. Steen (toim.), *Quantitative literacy: why numeracy matters for schools and colleges* (s. 53–74). Mathematical Association of America.

Swanson, D. & Williams, J. (2014). Making abstract mathematics concrete in and out of school. *Educational Studies in Mathematics 86*, 193–209.

Williams, J. & Wake, G. (2007). Black boxes in workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics 64*, 317–343.