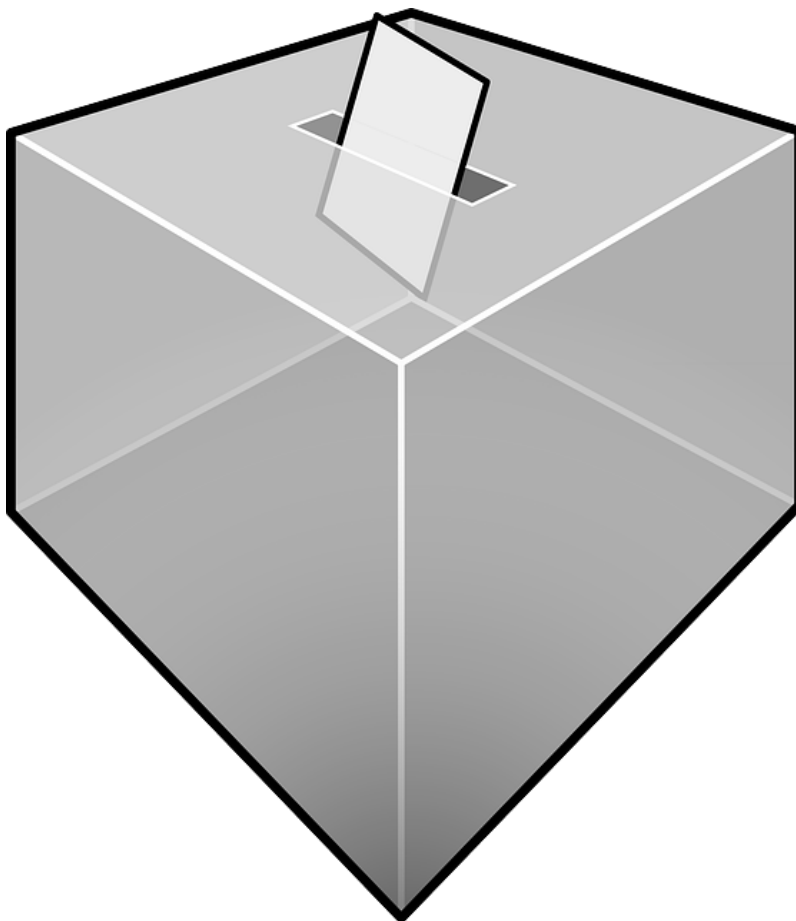


Suhteellinen vaalitapa
matemaattisena ilmiönä:
oppimateriaalia yläkouluun ja
lukioon

Malliratkaisut

Tekijä: Aaro Vuolteenaho



Sisällys

Infoa malliratkaisuista.....	3
1. Malliratkaisut lukusarjamenetelmien luvun tehtäviin	4
1.1 Oman oppimisen kuvaaminen.	4
1.2 Vaalituloksen laskeminen d'Hondtin menetelmällä.	5
1.3 Täydennä puuttuvat sanat.	7
1.4 Täydennä seuraavat lauseet.....	8
1.5 Vaalituloksien vertailua.	9
1.6 Kirjoitustehtävä lukusarjamenetelmistä.	10
1.7 Syventävä tehtävä: Vaalituloksen laskeminen Sainte-Laguën menetelmällä.	11
1.8 Syventävä tehtävä: Lukujonot ja erilaiset lukusarjamenetelmät.	13
2. Malliratkaisut kvoottimenetelmien luvun tehtäviin	14
Lisätehtävä lattiafunktioista	14
2.1 Oman oppimisen kuvaaminen.	15
2.2 Täydennä seuraavat lauseet.....	15
2.3 Vaalitulosten vertailua.	16
2.4 Kirjoitustehtävä kvoottimenetelmistä.	18
2.5 Käsitekartan täydentäminen kvoottimenetelmiin liittyen.	19
2.6 Vaalituloksen laskeminen Haren menetelmällä.....	20
2.7 Syventävä tehtävä: erilaisiin kvootteihin tutustuminen.....	21
Kuvaluettelo	22

Infoa malliratkaisuista

Oppimateriaalin malliratkaisujen rakenne

Tämä moniste sisältää malliratkaisut *Suhteellinen vaalitapa matemaattisena ilmiönä: oppimateriaalia yläkouluun ja lukioon* kokonaisuutta varten.

Malliratkaisut etenevät samassa järjestyksessä kuin itse oppimateriaali. Ensin luvussa 1 esitetään lukusarjamenetelmien luvun tehtävien malliratkaisut, jonka jälkeen esitetään vastaavasti luvussa 2 malliratkaisut kvoottimenetelmien luvun tehtäviin.

Malliratkaisut esitetään tehtävä kerrallaan. Tehtävät on numeroitu samoin kuin oppimateriaalissa. Niiden yhteydessä ei toisteta tehtävänantoja ja tehtäviin liittyviä taulukoita tai kuvia, vaan ne voi tarkistaa oppimateriaalista.

Oppimateriaalin tehtävien ja malliratkaisujen laatimisessa hyödynnetyt lähteet on saatavilla oppimateriaaliin liitetyn lähdeluettelon kautta. Malliratkaisuissa esitettävien taulukkojen numeroinnit eivät ole yhteneviä oppimateriaalin taulukkojen numerointien kanssa. Yksittäisten tehtävien malliratkaisut on pyritty asettelemaan omille sivuilleen siten, että yhden yksittäisen tehtävän malliratkaisu olisi esimerkiksi helppo tulostaa käyttöön. Lukusarja- ja kvoottimenetelmien lukujen alussa oleviin pohdintatehtäviin ei esitetä malliratkaisuja, koska ne rakentuvat oppijan oman pohdinnan ja ennakkotietojen pohjalta.

Oppimateriaalin ja sen malliratkaisujen tausta

Oppimateriaali ja sen malliratkaisut on laadittu osana diplomityötä Tampereen yliopistossa. Diplomityön tekijä on Aaro Vuolteenaho ja sen nimi on *Suhteellinen vaalitapa matemaattisena ilmiönä: Oppimateriaalin kehittämistutkimus*.

Diplomityö on saatavissa Tampereen yliopiston avoimen julkaisuarkiston kautta osoitteessa <https://trepo.tuni.fi/>.

Tämä moniste tarjotaan käyttöön lisenssillä [Nimeä-JaaSamoin 4.0](#) [Kansainvälinen](#) (CC BY-SA 4.0).

1. Malliratkaisut lukusarjamenetelmien luvun tehtäviin

1.1 Oman oppimisen kuvaaminen.

Malliratkaisu:

Tehtävässä oppija kuvaa, mitä hän on oppinut lukusarjamenetelmiä käsittelevästä luvusta. Oppijaa voi ohjata kertomaan esimerkiksi siitä, kuinka vaalitulos lasketaan lukusarjamenetelmien avulla ja mitä eroja d'Hondtin ja Sainte-Laguën menetelmien välillä on. Oppija voi tarkastella myös lukusarjamenetelmien historiaa käsitteleviä osuuksia ja kertoa niiden kautta oppimistaan asioista.

1.2 Vaalituloksen laskeminen d'Hondtin menetelmällä.

Malliratkaisu tilanteelle, jossa puolueiden välillä ei ole vaaliliittoja:

Lasketaan aluksi puolueiden D, E ja F ehdokkaiden vertausluvut. Ennen vertauslukujen laskemista tulee laskea kunkin puolueen kokonaisäänimäärä.

Taulukko 1: Puolueen D ehdokkaiden äänet ja vertausluvut.

Puolue D		
Ehdokas	Äänet	Vertausluku
Li	10	$30/1 = 30$
Johan	8	$30/2 = 15$
Antti	7	$30/3 = 10$
Soile	3	$30/4 = 7,5$
Jani	2	$30/5 = 6$

Taulukko 2: Puolueen E ehdokkaiden äänimäärät ja vertausluvut.

Puolue E		
Ehdokas	Äänet	Vertausluku
Niko	25	$45/1 = 45$
Ami	20	$45/2 = 22,5$

Taulukko 3: Puolueen F ehdokkaiden äänimäärät ja vertausluvut.

Puolue F		
Ehdokas	Äänet	Vertausluku
Jemina	6	$10/1 = 10$
Marko	4	$10/2 = 5$

Vaaleissa pääsee läpi neljä ehdokasta. Läpi menevät ne ehdokkaat, joiden vertausluvut kuuluvat neljän suurimman vertausluvun joukkoon. Nämä ehdokkaat ja heidän henkilökohtaiset äänimääränsä on lueteltu alla puolueittain.

Puolue D: Li (10 ääntä), Johan (8 ääntä)

Puolue E: Niko (25 ääntä), Ami (20 ääntä)

Malliratkaisu tilanteelle, jossa puolueet D ja F ovat vaaliliitossa:

Lasketaan aluksi puolueiden D, E ja F ehdokkaiden vertausluvut. Puolueita D ja F käsitellään yhtenä listana, koska ne ovat vaaliliitossa. Ennen vertauslukujen laskemista tulee laskea kunkin puolueen kokonaisäänimäärä. Koska puolueet D ja F ovat vaaliliitossa, niiden kokonaisäänimäärät lasketaan yhteen.

Taulukko 4: Puolueiden D ja F ehdokkaiden äännet ja vertausluvut. Ehdokkaiden nimien perässä on sulussa ilmoitettu, kumpaa puoluetta ehdokas edustaa.

Puolueet D ja F		
Ehdokas	Äännet	Vertausluku
Li (puolue D)	10	$40/1 = 40$
Johan (puolue D)	8	$40/2 = 20$
Antti (puolue D)	7	$40/3 \approx 13,333$
Jemina (puolue F)	6	$40/4 = 10$
Marko (puolue F)	4	$40/5 = 8$
Soile (puolue D)	3	$40/6 \approx 6,667$
Jani (puolue D)	2	$40/7 \approx 5,714$

Taulukko 5: Puolueen E ehdokkaiden äänimäärät ja vertausluvut.

Puolue E		
Ehdokas	Äännet	Vertausluku
Niko	25	$45/1 = 45$
Ami	20	$45/2 = 22,5$

Vaaleissa pääsee läpi neljä ehdokasta. Läpi menevät ne ehdokkaat, joiden vertausluvut kuuluvat neljän suurimman vertausluvun joukkoon. Nämä ehdokkaat ja heidän henkilökohtaiset äänimääränsä on lueteltu alla puolueittain.

Puolue D: Li (10 ääntä), Johan (8 ääntä)

Puolue E: Niko (25 ääntä), Ami (20 ääntä)

Puolueiden D ja F välinen vaaliliitto ei täten vaikuttanut siihen, ketkä ehdokkaat menevät läpi vaaleissa.

1.3 Täydennä puuttuvat sanat.

Malliratkaisussa puuttuvat eli täydennettävät sanat on erotettu muista sanoista lihavoinnilla.

Malliratkaisu.

Eduskuntavaaleissa käytetään **suhteellista** vaalitapaa. Vaalitulokset lasketaan eduskuntavaaleissa **d'Hondtin** menetelmällä, joka on kehitetty **1800**-luvulla. Vaalituloksen laskemiseen on olemassa erilaisia menetelmiä ja esimerkiksi Ruotsissa käytetään **Sainte-Laguën** menetelmää. D'Hondtin menetelmä suosii **suuria** puolueita, kun taas Sainte-Laguën menetelmä suosii **pieniä** puolueita. Lukusarjamenetelmiä käytettäessä ehdokkaiden keskinäinen järjestys selvitetään **vertauslukujen** avulla.

Lisähuomio:

Sainte-Laguën menetelmän kohdalla on hyvä huomata, että on olemassa lukusarjamenetelmiä, jotka suosivat enemmän pieniä puolueita kuin Sainte-Laguën menetelmä. Näitä menetelmiä ovat esimerkiksi Huntingtonin ja Deanin menetelmät. D'Hondtin menetelmään verrattuna Sainte-Laguën menetelmä suosii enemmän pieniä puolueita.

1.4 Täydennä seuraavat lauseet.

Malliratkaisussa lauseisiin täydennetyt osat on lihavoitu. Tässä on esitetty esimerkit siitä, kuinka tämän tehtävän lauseet voidaan täydentää.

Malliratkaisu.

D'Hondtin menetelmää käytettäessä lasketaan vertauslukuja. Jos ehdokas on saanut kaikista oman puolueensa ehdokkaista eniten ääniä, hänen vertauslukunsa on **ehdokkaan edustaman puolueen kokonaisäänimäärä / ehdokkaan edustaman listan kokonaisäänimäärä.**

Jos ehdokas on saanut kaikista oman puolueensa ehdokkaista neljänneksi eniten ääniä, hänen vertauslukunsa on **neljäsosa ehdokkaan edustaman puolueen kokonaisäänimäärästä / neljäsosa ehdokkaan edustaman listan kokonaisäänimäärästä.**

Ehdokas voi jäädä valitsematta vaaleissa suuresta henkilökohtaisesta äänimäärästä huolimatta, jos **ehdokkaan edustaman puolueen kannatus on jäänyt alhaiseksi.**

Aluevaalien lisäksi d'Hondtin menetelmää käytetään Suomessa **kunta-, eduskunta- ja europarlamenttivaaleissa.**

1.5 Vaalituloksien vertailua.

Malliratkaisu.

Alla on esimerkkivastaukset kysymyksiin. Vastauksissa käytetään selkeyden vuoksi Kielitoimiston ohjepankin puolueiden nimiä koskevan ohjeen mukaisia puolueiden epävirallisia nimiä.

- a) Sosialidemokraattien, perussuomalaisten, kokoomuksen, keskustan ja ruotsalaisen kansanpuolueen paikkamäärät pienevät, kun käytetään Sainte-Laguën menetelmää d'Hondtin menetelmän sijasta. Vastaavasti vihreiden, vasemmistoliiton, kristillisdemokraattien ja Liike Nytin paikkamäärät kasvavat Sainte-Laguën menetelmää käytettäessä.

Vastauksessa voi myös eritellä, kuinka monen paikan verran puolueiden paikkamäärät muuttuvat, kun vaalitulokset on laskettu Sainte-Laguën menetelmällä d'Hondtin menetelmän sijasta.

- b) Tulokset ovat järkeviä, kun mietitään sitä, minkä kokoisia puolueita d'Hondtin menetelmä ja Sainte-Laguën menetelmä suosivat. Sainte-Laguën menetelmä suosii enemmän pieniä puolueita kuin d'Hondtin menetelmä. Tämä näkyy tuloksissa, koska Sainte-Laguën menetelmän kohdalla suuret puolueet menettävät paikkoja d'Hondtin menetelmän antamaan tulokseen verrattuna. Vastaavasti pienet puolueet saavat enemmän paikkoja Sainte-Laguën menetelmää käytettäessä.

Lisähuomio:

Ruotsalaisen kansanpuolueen paikkamäärä pienenee Sainte-Laguën menetelmää käytettäessä. Kuitenkin esimerkiksi vasemmistoliiton paikkamäärä kasvaa merkittävästi Sainte-Laguën menetelmää käytettäessä, vaikka puolueet saavat melkein yhtä paljon paikkoja d'Hondtin menetelmällä. Tämä johtuu siitä, että ruotsalainen kansanpuolueen kannatus on suurta Vaasan vaalipiirissä, jossa se menettää yhden paikan, koska Sainte-Laguën menetelmä suosii enemmän pieniä puolueita d'Hondtin menetelmään verrattuna. Tehtävässä esitettyjen vaalituloksien muodostumisesta voi lukea enemmän oppimateriaalin tekijän diplomityöstä.

1.6 Kirjoitustehtävä lukusarjamenetelmistä.

Malliratkaisu.

Alla on esimerkkejä aiheista, joita vastauksissa voi käsitellä.

- Mitä vaiheita vaalituloksen laskemiseen kuuluu lukusarjamenetelmiä käytettäessä?
 - Lasketaan puolueiden kokonaisäänimäärät.
 - Ehdokkaat järjestetään listojen sisällä suuruusjärjestykseen äänimäärien mukaan.
 - Ehdokkaiden vertausluvut lasketaan eri tavalla sen mukaan, mitä lukusarjamenetelmää käytetään.
 - Vertauslukuja laskettaessa jaettavana lukuna on listan kokonaisäänimäärä.
- Millä tavalla d'Hondtin ja Sainte-Laguën menetelmät eroavat toisistaan?
 - D'Hondtin menetelmä suosii suuria puolueita.
 - Sainte-Laguën menetelmä suosii enemmän pieniä puolueita d'Hondtin menetelmään verrattuna.
 - Vertauslukujen laskemiseen käytetään eri lukujonoja d'Hondtin ja Sainte-Laguën menetelmissä.

1.7 Syventävä tehtävä: Vaalituloksen laskeminen Sainte-Laguën menetelmällä.

Malliratkaisu:

Lasketaan aluksi puolueiden A, B ja C ehdokkaiden vertausluvut. Ennen vertauslukujen laskemista tulee laskea kunkin puolueen kokonaisäänimäärä.

Taulukko 6: Puolueen A ehdokkaiden äännet ja vertausluvut.

Puolue A		
Ehdokas	Äännet	Vertausluku
Janna	20	$30/1 = 30$
Lisa	5	$30/3 = 10$
Jouni	3	$30/5 = 6$
Sofia	2	$30/7 = 4,286$

Taulukko 7: Puolueen B ehdokkaiden äänimäärät ja vertausluvut.

Puolue B		
Ehdokas	Äännet	Vertausluku
Carl	15	$25/1 = 25$
Onni	10	$25/3 \approx 8,333$

Taulukko 8: Puolueen C ehdokkaan äänimäärä ja vertausluku.

Puolue C		
Ehdokas	Äännet	Vertausluku
Max	13	$13/1 = 13$

Alla on vastaukset kysymyksiin a), b) ja c).

- a) Vaaleissa menee läpi kolme ehdokasta. Nämä ehdokkaat ovat ne ehdokkaat, joiden vertausluvut ovat kolmen suurimman vertausluvun joukossa. Vaaleissa menevät läpi puolueesta A Janna, puolueesta B Carl sekä puolueesta C Max. Jannan vertausluku on suurin, Carlin toiseksi suurin ja Maxin kolmanneksi suurin.

b) Kyllä.

c) Kun saman vaalin tulos laskettiin d'Hondtin menetelmällä, vaaleissa menivät läpi puolueesta A Janna ja Lisa sekä puolueesta B Carl. Sainte-Laguën menetelmää käytettäessä Lisa ei enää pääse läpi, vaan hänen paikkansa siirtyy Maxille. Tämä johtuu siitä, että pienemmästä puolueesta, kuten Maxin edustamasta puolueesta C on helpompi päästä läpi, kun vaalitulokset lasketaan Sainte-Laguën menetelmällä d'Hondtin menetelmän sijasta.

1.8 Syventävä tehtävä: Lukujonot ja erilaiset lukusarjamenetelmät.

Malliratkaisu.

Lukujonojen kolme ensimmäistä jäsentä saadaan laskettua sijoittamalla lukujonon yleisen jäsenen kaavaan luvut 1, 2 ja 3.

Taulukko 9: Lukusarjamenetelmiin liittyviä lukujonoja.

Menetelmän nimi	Lukujonon yleisen jäsenen kaava	1. jäsen	2. jäsen	3. jäsen
D'Hondt	n	1	2	3
Sainte-Laguë	$2n - 1$	1	3	5
Imperiali	$n + 1$	2	3	4
Tanskan menetelmä	$3n - 2$	1	4	7
Viron menetelmä	$n^{0,9}$	1	1,866	2,688
Macaon menetelmä	2^{n-1}	1	2	4
Huntington	$\sqrt{n(n-1)}$	0	1,414	2,449
Dean	$\frac{2n(n-1)}{2n-1}$	0	1,333	2,400

2. Malliratkaisut kvoottimenetelmien luvun tehtäviin

Lisätehtävä lattiafunktioista

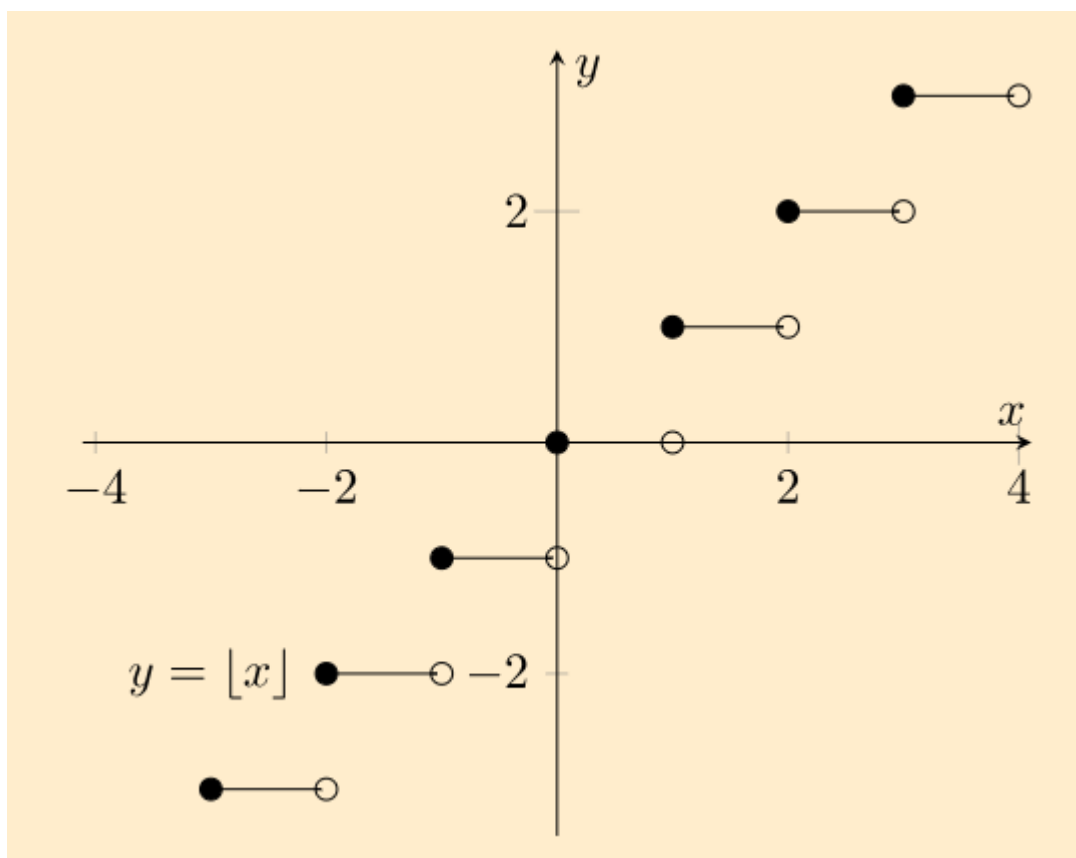
Oppimateriaalin sivulla 32 on lisätehtävä lattiafunktioon liittyen. Alla on esitetty siihen malliratkaisu.

Malliratkaisu.

Tutkitaan jotakin lukua x . Luvun x desimaaliosa kuuluu puoliavoimelle välille $[0, 1)$. Toisin sanoen desimaaliosa on luku, joka on vähintään 0 ja jonka arvo on pienempi kuin 1.

Lattiafunktioilla tarkoitetaan funktiota, joka saa arvokseen kokonaisluvun, joka on pienempi tai yhtä suuri kuin luku x . Lattiafunktioille käytetään merkintää $\lfloor \cdot \rfloor$. Toisin sanoen lattiafunktion avulla saadaan selville luvun x kokonaisosa $\lfloor x \rfloor$.

Kuvassa 1 on esitetty lattiafunktion kuvaaja.



Kuva 1: Lattiafunktion kuvaaja.

2.1 Oman oppimisen kuvaaminen.

Malliratkaisu:

Tehtävässä oppija kuvaa, mitä hän on oppinut kvoottimenetelmiä käsittelevästä luvusta. Oppijaa voi ohjata kertomaan esimerkiksi siitä, kuinka vaalitulokset lasketaan kvoottimenetelmien avulla ja mitä eroja Haren ja Droopin menetelmien välillä on. Oppija voi tarkastella myös kvoottimenetelmien historiaa käsittelevää osuutta ja kertoa sen kautta oppimistaan asioista.

2.2 Täydennä seuraavat lauseet.

Malliratkaisussa lauseisiin täydennetyt osat on lihavoitu. Tässä on esitetty esimerkit siitä, kuinka tämän tehtävän lauseet voidaan täydentää.

Malliratkaisu.

Kun käytetään Haren menetelmää ja puolue saa vaaleissa 30 % annetuista äänistä, se saa **30 % jaettavista paikoista**.

Eri kvoottimenetelmät erottaa se, **mitä kvoottia käytetään ja miten käytettävä kvootti lasketaan**.

Kvoottimenetelmiä käytettäessä tutkitaan **kokonais- ja desimaaliosia**.

D'Hondtin menetelmä suosii Haren menetelmään verrattuna **enemmän suuria puolueita**.

Kansanedustajien paikkajako Manner-Suomen vaalipiirien kesken lasketaan **Haren menetelmällä**.

Droopin kvootin kaavan erona Haren kvootin kaavaan on esimerkiksi se, että **puolueen äänimäärä jaetaan luvulla, joka on jaettavien paikkojen lukumäärä lisättynä yhdellä / puolueen äänimäärä jaetaan eri luvulla kuin Haren kvoottia laskettaessa**.

2.3 Vaalitulosten vertailua.

Malliratkaisu.

Alla on esimerkkivastaukset kysymyksiin a), b) ja c). Vastauksissa käytetään selkeyden vuoksi Kielitoimiston ohjepankin puolueiden nimiä koskevan ohjeen mukaisia puolueiden epävirallisia nimiä.

- a) Sosialidemokraattien, perussuomalaisten, kokoomuksen ja ruotsalaisen kansanpuolueen paikkamäärät pienevät, kun käytetään Haren menetelmää d'Hondtin menetelmän sijasta. Vastaavasti keskustan, vihreiden, vasemmistoliiton, kristillisdemokraattien ja Liike Nytin paikkamäärät kasvavat Haren menetelmää käytettäessä. Vapauden liitto ei saanut d'Hondtin menetelmällä yhtään paikkaa, mutta Haren menetelmällä se saa yhden paikan.

Vastauksessa voi myös eritellä, kuinka monen paikan verran puolueiden paikkamäärät muuttuvat, kun vaalitulokset on laskettu Haren menetelmällä d'Hondtin menetelmän sijasta.

- b) Sosialidemokraattien, perussuomalaisten, kokoomuksen ja ruotsalaisen kansanpuolueen paikkamäärät pienevät, kun käytetään Droopin menetelmää d'Hondtin menetelmän sijasta. Vastaavasti keskustan, vihreiden, vasemmistoliiton, kristillisdemokraattien ja Liike Nytin paikkamäärät kasvavat Haren menetelmää käytettäessä. Vapauden liitto ei saa Droopin menetelmällä yhtään paikkaa, kuten ei myöskään d'Hondtin menetelmällä.

- c) Droopin menetelmää käytettäessä sosialidemokraattien, perussuomalaisten ja kokoomuksen paikkamäärät ovat suurempia kuin Haren menetelmää hyödynnettäessä. Lisäksi vasemmistoliiton, kristillisdemokraattien, Liike Nytin ja vapauden liiton paikkamäärät ovat pienempiä Droopin kuin Haren menetelmällä.

Tulokset ovat järkeviä, kun mietitään sitä, minkä kokoisia puolueita Haren ja Droopin menetelmät suosivat. Haren menetelmä suosii enemmän pieniä puolueita kuin d'Hondtin menetelmä. Tämä näkyy tuloksissa, koska suuret

puolueet menettävät paikkoja, kun taas pienet puolueet saavat enemmän paikkoja Haren menetelmää käytettäessä d'Hondtin menetelmällä saatuihin tuloksiin verrattuna.

Droopin menetelmä suosii enemmän suuria puolueita kuin Haren menetelmä, mikä myös näkyy tuloksissa, kuten b) -kohdan vastauksessa on kuvattu.

Lisähuomio:

Ruotsalaisen kansanpuolueen paikkamäärä pienenee Haren menetelmää käytettäessä. Kuitenkin esimerkiksi vasemmistoliiton paikkamäärä kasvaa merkittävästi Haren menetelmää käytettäessä, vaikka puolueet saavat melkein yhtä paljon paikkoja d'Hondtin menetelmällä. Tämä johtuu siitä, että ruotsalainen kansanpuolueen kannatus on suurta Vaasan vaalipiirissä, jossa se menettää yhden paikan, koska Haren menetelmä suosii enemmän pieniä puolueita d'Hondtin menetelmään verrattuna. Tehtävässä käytettyjen vaalituloksien muodostumisesta voi lukea enemmän oppimateriaalin tekijän diplomityöstä.

2.4 Kirjoitustehtävä kvoottimenetelmistä.

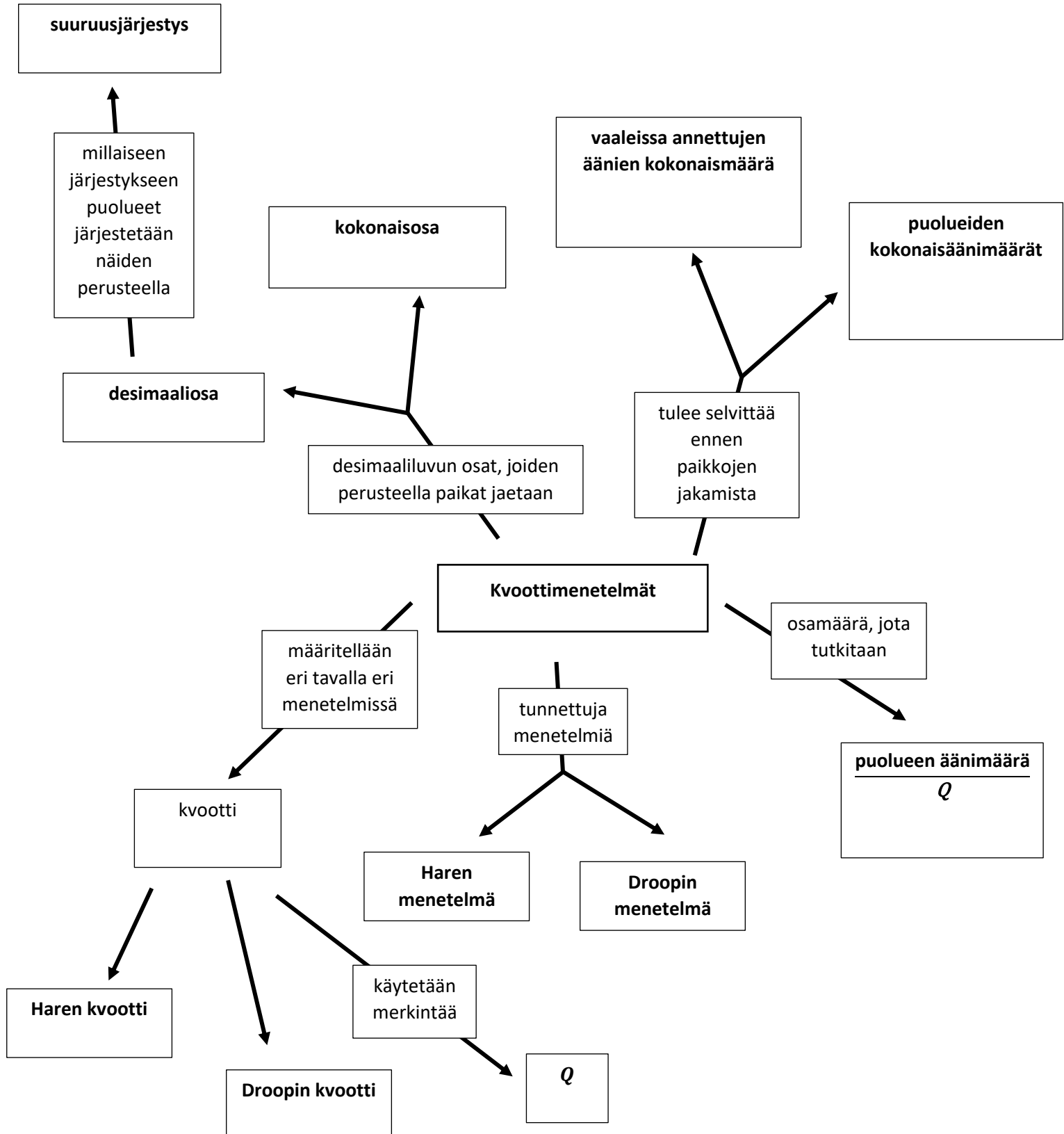
Malliratkaisu.

Alla on esimerkkejä aiheista, joita vastauksissa voi käsitellä.

- Miten desimaaliluvut liittyvät kvoottimenetelmiin?
 - Kvoottimenetelmiä käytettäessä tutkitaan desimaalilukujen kokonais- ja desimaaliosia.
- Mitä vaiheita vaalituloksen laskemiseen kuuluu kvoottimenetelmiä käytettäessä?
 - Käytettävän kvootin arvo lasketaan sen perusteella, mitä kvoottimenetelmää käytetään.
 - Puolueiden äänimäärät jaetaan käytettävällä kvootilla.
 - Puolueille jaetaan aluksi niiden osamäärien kokonaisosien verran paikkoja.
 - Jos paikkoja jää jakamatta, jaetaan jäljellä olevat paikat niille puolueille, joiden osamäärien desimaaliosat ovat suurimmat.

2.5 Käsitekartan täydentäminen kvoottimenetelmiin liittyen.

Käsitekarttaan täydennettävät sanat on lihavoitu.



2.6 Vaalituloksen laskeminen Haren menetelmällä.

Malliratkaisu.

Lasketaan aluksi puolueiden kokonaisäänimäärät. Puolue D sai yhteensä $10 + 8 + 7 + 3 + 2 = 30$ ääntä, puolue E sai $20 + 25 = 45$ ääntä ja puolueen F kokonaisäänimäärä on $6 + 4 = 10$ ääntä.

Lasketaan seuraavaksi vaaleissa annettujen äänien kokonaismäärä V .

$$V = 30 + 45 + 10 = 85.$$

Nyt voidaan laskea Haren kvootin Q arvo. Jaettavia paikkoja on $h = 4$ kappaletta.

$$Q = \frac{V}{h} = \frac{85}{4} = 21,25.$$

Nyt voidaan täydentää alla oleva taulukko. Puolueiden osamäärillä tarkoitetaan osamääriä, jotka saadaan jakamalla puolueen kokonaisäänimäärä Haren kvootilla Q . Osamäärät voi laskea esimerkiksi kolmen desimaalin tarkkuudella.

Taulukko 10: Puolueiden paikkamäärien laskeminen Haren menetelmällä.

Puolue	Puolueen kokonaisäänimäärä	Osamäärä	Kokonaisosa	Desimaaliosa	Paikkamäärä
D	30	1,412	1	0,412	1
E	45	2,118	2	2,118	2
F	10	0,471	0	0,471	1

Kokonaisosien perusteella jaetaan kolme paikkaa neljästä jaossa olevasta paikasta. Tällöin yksi paikka jaetaan desimaaliosien perusteella ja kyseinen paikka menee puolueelle F, koska sen desimaaliosa on suurin.

Läpimenevät ehdokkaat saadaan selville tutkimalla ehdokkaiden henkilökohtaisia äänimääriä. Puolueiden saamat paikat menevät niiden eniten henkilökohtaisia ääniä saaneille ehdokkaille. Vaaleissa läpimenevät ehdokkaat ja heidän henkilökohtaiset äänimääränsä on lueteltu alla puolueittain.

Puolue D: Li (10 ääntä). Puolue E: Niko (25 ääntä) ja Ami (20 ääntä). Puolue F: Jemina (6 ääntä).

2.7 Syventävä tehtävä: erilaisiin kvootteihin tutustuminen.

Mallivastaus.

Muuttuja V on vaaleissa annettujen äänien kokonaismäärä eli nyt $V = 207266$.

Muuttuja h taas on jaettavien paikkojen lukumäärä eli nyt $h = 14$.

Taulukko 11: Erilaisia kvootteja ja niiden arvoja Hämeen vaalipiirin tapauksessa.

Kvootin nimi	Kvootin kaava	Kvootin arvo
Hare	$\frac{V}{h}$	14804,714
Droop	$\left\lceil \frac{V}{h+1} \right\rceil + 1$	13818
Imperiali	$\frac{V}{h+2}$	12954,125

Kuvaluettelo

Kansilehden kuva. Pixabay. Haettu 25.1.2024 osoitteesta

<https://pixabay.com/vectors/ballot-election-polling-vote-box-158828/>. Public domain.

Kuva 1. Tampereen yliopisto PLUSSA. MATH.APP.111 Analyysin peruskurssi.

Haettu 1.5.2024 osoitteesta

<https://plus.tuni.fi/math.app.111/current/funktioteoria/reaalifunktio/?hl=fi>.