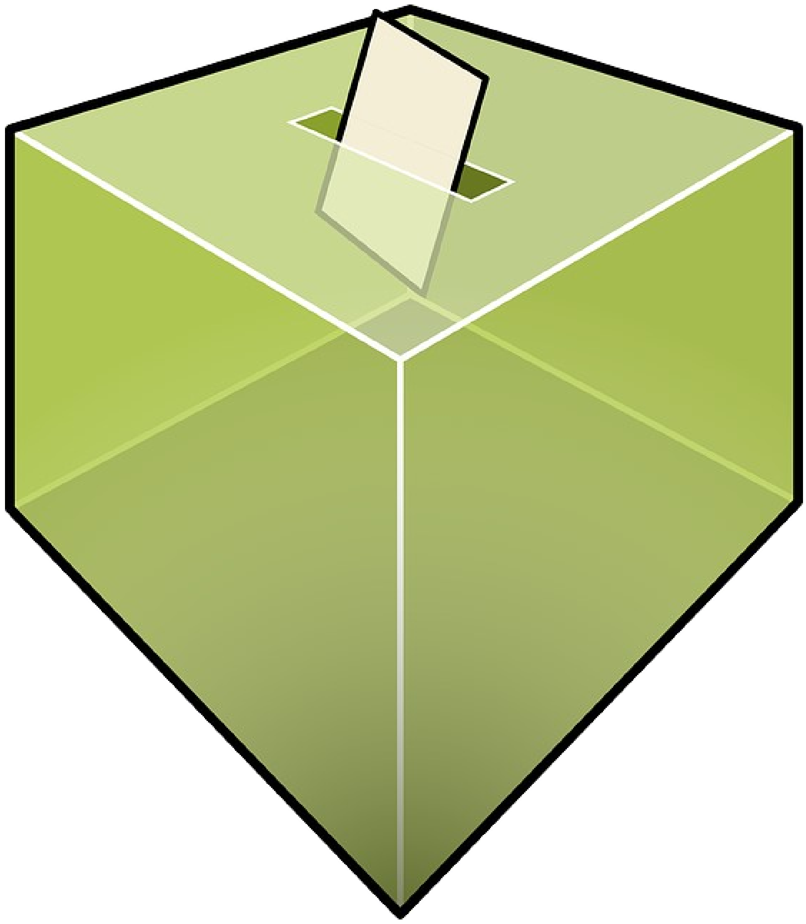
Suhteellinen vaalitapa matemaattisena ilmiönä: oppimateriaalia yläkouluun ja lukioon

Tekijä: Aaro Vuolteenaho



Sisällys

Johdanto (Vain opettajalle)

Oppimateriaalin idea

Tämän oppimateriaalin tarkoituksena on tutustuttaa oppija suhteellisen vaalitavan ideaan ja kahteen suhteellista vaalitapaa noudattavaan laskentamenetelmään. Oppimateriaalissa tarkastellaan suhteellista vaalitapaa matemaattisena ilmiönä, jolloin se soveltuu opetukseen esimerkiksi täydentäväksi sisällöksi. Aiheen rajaamisen vuoksi muita vaalitapoja, kuten enemmistövaalitapaa, ei oppimateriaalissa käsitellä. Oppimateriaalissa esitellään myös lyhyesti vaalituloksien laskemisessa tarvittavaa matematiikkaa, kuten lukujonoja.

2000-luvulla on tuotu erilaisissa selvityksissä esille vaihtoehtoja eduskuntavaalien uudistamiseksi, joihin kuuluvat erilaiset laskentamenetelmät vaalituloksen laskemiseksi. Vaalitulos lasketaan useissa maissa eri tavalla kuin Suomen vaaleissa, minkä vuoksi on tärkeätä olla tietoinen erilaisista tavoista määrittää vaalituloksia. Tässä oppimateriaalissa tutustutaan lukusarja- ja kvoottimenetelmiin. Suomessa useissa eri vaaleissa käytettävä d’Hondtin menetelmä kuuluu lukusarjamenetelmiin. Kansanedustajien paikkojen jakautuminen Manner-Suomen vaalipiirien kesken taas lasketaan kvoottimenetelmiin kuuluvalla Haren menetelmällä. Lukusarjamenetelmät voidaan kuvata lukujonojen avulla ja niissä puolueiden ja muiden ryhmittymien keräämiä äänimääriä jaetaan lukujonojen jäsenillä vertauslukujen laskemiseksi. Kvoottimenetelmissä äänimääriä jaetaan jollakin ennalta sovitulla jakajalla eli kvootilla, joka tyypillisesti riippuu vaaleissa annettujen äänien ja jaettavien paikkojen kokonaismääristä. Vaalitulos muodostuu erilaiseksi sen mukaan, mitä menetelmää käytetään. Oppimateriaalin tavoitteena onkin tuoda tämä vaaleihin liittyvä piirre esille oppijalle.

Oppimateriaalin rakenne

Oppimateriaalissa on omat lukunsa sekä lukusarja- että kvoottimenetelmille. Nämä luvut eivät ole esitietoja toisillensa eli niiden käsittelyjärjestyksellä ei ole väliä. Kummankin luvun alussa kuvataan suhteellisen vaalitavan ideaa. Luvut sisältävät sekä teoriaosuuden että tehtäväpaketin tutustuttavaan menetelmään liittyen. Vaalituloksen laskemista eri menetelmillä havainnollistetaan esimerkkien avulla. Vaalituloksen laskeminen kuvataan oppimateriaalissa avoimen listavaalin periaatteen mukaisesti.

Teoriaosuuksissa esitellään myös lukusarja- ja kvoottimenetelmiin liittyvää historiaa. Historiaosuudet ovat täydentävää sisältöä ja niiden tarkoituksena on antaa esimerkkejä lukusarja- ja kvoottimenetelmien taustoista aiheesta kiinnostuneille oppijoille. Historiaosuuksien toisena tavoitteena on näyttää, että matematiikka on osa yhteiskuntaa ja päätöksentekoa.

Oppimateriaalissa käytetään yksinkertaisuuden vuoksi termiä paikka puhuttaessa vaaleissa jaettavista edustajanpaikoista. Lisäksi termillä puolue viitataan vaaleissa ehdokkaita asettaviin puolueisiin ja valitsijayhdistyksiin. Opettajan on tämän vuoksi hyvä tuoda opetuksessa esille, että puolueiden lisäksi vaaleihin voi asettua ehdolle valitsijayhdistysten kautta.

Oppimateriaalin tausta

Oppimateriaali on laadittu osana diplomityötä Tampereen yliopistossa. Diplomityön nimi on *Suhteellinen vaalitapa matemaattisena ilmiönä: Oppimateriaalin kehittämistutkimus* ja sen tekijä on Aaro Vuolteenaho. Diplomityö on saatavissa Tampereen yliopiston avoimen julkaisuarkiston kautta osoitteessa https://trepo.tuni.fi/.

Oppimistavoitteet ja oppimateriaalin hyödyntäminen opetuksessa (Vain opettajalle)

Oppimistavoitteet

Oppimateriaalin oppimistavoitteita ovat:

- oppija tuntee suhteellisen vaalitavan idean
- oppija tutustuu lukusarja- ja kvoottimenetelmien ideaan
- oppija osaa kuvata, mitä vaiheita vaalituloksen laskemiseen kuuluu, kun vaalitulos lasketaan lukusarja- tai kvoottimenetelmien avulla
- oppija tunnistaa, että vaalitulos riippuu käytettävästä laskentamenetelmästä
- oppija osaa laskea yksinkertaisissa tilanteissa vaalituloksen lukusarja- ja kvoottimenetelmien avulla.

Oppimateriaalin hyödyntäminen opetuksessa

Oppimateriaalia voi hyödyntää sekä matematiikan että yhteiskuntaopin opetuksessa tai esimerkiksi kumpaakin oppiainetta yhdistävissä oppiainerajat ylittävissä oppimiskokonaisuuksissa. Oppimateriaalia on mahdollista käyttää pienemmissä osissa esimerkiksi silloin, kun vaalit ovat ajankohtainen aihe yhteiskunnassa. Oppimateriaalista voi esimerkiksi tulostaa tarpeen mukaan ne sivut, joita on tarkoituksena käsitellä sen sijasta, että oppijoille tulostettaisiin koko oppimateriaali kerralla. Oppimateriaalia on mielekästä käyttää paperisena monisteena, koska se on laadittu sillä ajatuksella, että tehtävät ratkaistaan käsin kirjoittamalla vastaukset monisteelle.

Oppimateriaalia voi hyödyntää niin opettajajohtoisen opetuksen kuin itseopiskelun osana esimerkiksi seuraavasti:

- ylöspäin eriyttäminen (oppimateriaalissa tutustutaan suhteelliseen vaalitapaan syvällisemmin kuin esimerkiksi yhteiskuntaopin oppikirjoissa)
- D'Hondtin menetelmää käsittelevän osuuden läpikäyminen yhteisesti koko opetusryhmän kanssa läpi, jonka jälkeen annetaan muita menetelmiä käsittelevät osuudet tutustuttavaksi niille oppijoille, jotka sisäistävät d'Hondtin menetelmän idean nopeasti ja tarvitsevat lisää tekemistä
- itsenäisesti tehtävä projektityö, jossa oppija tutustuu siihen itsenäisesti ja palauttaa tehtävien ratkaisut opettajalle.

Tehtävien yhteydessä on mainittu, mitkä tehtävistä ovat oppimateriaalin aiheita syventäviä tehtäviä. Lisäksi on kerrottu, mihin aiheeseen kukin tehtävä liittyy. Tällöin opettajan on helppo valita sopivia tehtäviä. Oppimateriaali sisältää teoriaosuuksien ja tehtäväpakettien lisäksi kuva- ja lähdeluettelon. Alla on lueteltu, mitkä oppimateriaalin sivut on tarkoitettu oppijoille, ja mitkä ovat vain opettajaa varten:

- Oppijoille tarkoitetut sivut: 7–48 (luvut 1. Lukusarjamenetelmät ja 2. Kvoottimenetelmät)
- Vain opettajalle tarkoitetut sivut: 1–6, 49–52 (Johdanto, Oppimistavoitteet ja oppimateriaalin hyödyntäminen opetuksessa, Kuvaluettelo ja Lähteet)

Oppimateriaali soveltuu sekä yläkoulussa että lukiossa käytettäväksi. Yläkoulussa se soveltuu parhaiten ylöspäin eriyttävän opetuksen osaksi. Lukiotasolla sitä voi käyttää joko koko opetusryhmän kanssa tai ylöspäin eriyttämisessä. Oppimateriaalin läpikäymiseen käytettävää aikaa kannattaa arvioida sen mukaan, mitkä ovat oppijoiden ennakkotiedot sen aiheisiin liittyen ja kuinka paljon opetuksessa on aikaa sen käsittelemiseen. Alla on ehdotus oppimateriaalin ajankäyttösuunnitelmaksi:

- luku 1 Lukusarjamenetelmät: 2 oppituntia
- luku 2 Kvoottimenetelmät: 2 oppituntia.

Oppitunnilla tarkoitetaan nyt 45 minuutin pituista oppituntia.

1. Lukusarjamenetelmät

Tervetuloa tutustumaan lukusarjamenetelmiin! Ennen kuin aloitat lukusarjamenetelmiin perehtymisen, pohdi seuraavia kysymyksiä joko itsenäisesti, parin tai ryhmän tai opettajanne kanssa.

1. Tiedätkö, kuinka eduskuntavaalien tulos lasketaan? Osaatko kertoa, kuinka d’Hondtin menetelmä liittyy eduskuntavaaleihin? Kirjoita vastauksesi seuraavalla sivulla olevan taulukon ensimmäiseen sarakkeeseen.
2. Mitä haluat tietää eduskuntavaalien tuloksen laskemisesta ja d’Hondtin menetelmästä? Kirjoita vastauksesi seuraavalla sivulla olevan taulukon toiseen sarakkeeseen.

Vääriä vastauksia ei ole! Tuo rohkeasti esille kaikki ajatuksesi ja kysymyksesi!

Taulukko 1: Taulukko johdantokysymysten vastauksia varten.

Mitä tiedän	Mitä haluan tietää

Suhteellinen vaalitapa

Suomessa käytetään kunta-, alue-, eduskunta- ja europarlamenttivaaleissa **suhteellista vaalitapaa.** Tällöin puolue saa edustajia suhteessa sen keräämään äänimäärään. Jos puolue saa 10 prosenttia annetuista äänistä, sen tulisi saada 10 prosenttia jaossa olevista paikoista.

Suomen vaalijärjestelmässä äänestäjän antama ääni menee sekä ehdokkaalle että ehdokkaan edustamalle puolueelle. Saman puolueen ehdokkaiden keskinäinen järjestys määräytyy tällöin ehdokkaiden henkilökohtaisten äänimäärien perusteella. Tällaiset vaalit ovat **avoimia listavaaleja.** **Suljetussa listavaalissa** saman puolueen ehdokkaiden keskinäinen järjestys on ennalta päätetty, jolloin äänestäjä äänestää vain puoluetta. **Listalla** tarkoitetaan nyt ehdokaslistaa, joka sisältää puolueen vaaleihin asettamat ehdokkaat.

Kun vaalituloksen laskemisessa käytetään suhteellista vaalitapaa, tarvitaan jokin laskentamenetelmä. Käytettävän laskentamenetelmän avulla puolueiden äänimäärät muunnetaan paikoiksi. On olemassa useita erilaisia laskentamenetelmiä, joista tässä luvussa tutustutaan **lukusarjamenetelmiin**. Esimerkiksi myöhemmin esiteltävä d'Hondtin menetelmä on lukusarjamenetelmä ja sen avulla määritetään vaalin tulos kunta-, alue-, eduskunta- ja europarlamenttivaaleissa.

Lukusarjamenetelmien taustaa

Lukusarjamenetelmät perustuvat **lukujonoihin**

- lukujono on järjestetty luettelo lukuja
- lukujono on päättymätön luettelo
- lukujonoon kuuluvia lukuja kutsutaan lukujonon jäseniksi.

Esimerkki 1.

Luonnolliset luvut 0, 1, 2, 3, 4,… muodostavat lukujonon. Lukujonon ensimmäinen jäsen on luku 0, toinen jäsen on luku 1 ja niin edelleen.

Esimerkki 2.

Lukujonon jäsenet voivat vuorotella. Lukujono 1, 2, 1, 2,… muodostavat vuorottelevan lukujonon. Lukujonon joka toinen jäsen on luku 1 ja joka toinen jäsen on luku 2.

Esimerkki 3.

Lukujono voi koostua samoista luvuista. Täten jono -5, -5, -5, -5,… on lukujono.

Lukusarjamenetelmiä käytettäessä ehdokkaiden keskinäinen järjestys ratkaistaan **vertauslukujen** avulla. Ehdokkaiden vertausluvut lasketaan eri tavalla sen mukaan, mitä lukusarjamenetelmää käytetään. Tällöin **vaalitulos riippuu siitä, mitä menetelmää käytetään**. Vertausluvut voidaan laskea usean eri lukusarjamenetelmän avulla, joista tässä materiaalissa tutustutaan d'Hondtin ja Sainte-Laguën menetelmiin. Lukusarjamenetelmät voidaan kuvata lukujonojen avulla ja ne eroavat toisistaan siinä, minkä lukujonon avulla ne on määritelty.

Vaalituloksen laskemiseen lukusarjamenetelmän avulla kuuluu seuraavat vaiheet:

1. Selvitä, kuinka monta paikkaa jaetaan vaaleissa.
2. Selvitä ehdokkaiden henkilökohtaiset äänimäärät.
3. Laske, kuinka paljon ääniä kukin puolue on saanut yhteensä.
4. Jos puolueet muodostavat vaaliliiton, käsitellään niitä yhtenä listana. Tällöin niiden äänimäärät lasketaan yhteen.
5. Järjestä ehdokkaat listojen sisällä suuruusjärjestykseen heidän äänimääriensä perusteella.
6. Laske ehdokkaiden vertausluvut sen mukaan, mitä lukusarjamenetelmää ollaan käyttämässä.
7. Tutki, mitkä ovat suurimmat vertausluvut ja valitse niitä niin monta kuin vaaleissa on paikkoja jaossa. Jos vaaleissa on jaossa esimerkiksi kolme paikkaa, valitse laskemistasi vertausluvuista kolme suurinta vertauslukua.
8. Selvitä, keille ehdokkaille valitsemasi vertausluvut kuuluvat. Nämä ehdokkaat menevät läpi vaaleissa.
9. Vaalitulos on nyt laskettu!

D’Hondtin menetelmä

D’Hondtin menetelmän on kehittänyt belgialainen oikeustieteen professori ja matemaatikko Victor D’Hondt (1841–1901), joka esitteli menetelmänsä ensimmäisen kerran vuonna 1878. Suomessa d’Hondtin menetelmä on käytössä kunta-, alue-, eduskunta- ja europarlamenttivaaleissa. Menetelmää käytetään Suomen lisäksi useassa maassa esimerkiksi parlamenttivaalien yhteydessä. D’Hondtin menetelmää sovelletaan esimerkiksi Islannissa, Belgiassa ja Espanjassa.

D’Hondtin menetelmässä vertausluvut lasketaan seuraavasti:

- listan eniten ääniä saaneen ehdokkaan vertausluvuksi tulee listan koko äänimäärä,
- listan toiseksi eniten ääniä saaneen ehdokkaan vertausluku on puolet koko listan äänimäärästä,
- listan kolmanneksi eniten ääniä saaneen ehdokkaan vertausluku on kolmannes koko listan äänimäärästä ja niin edelleen.

Merkitään koko listan äänimäärää kirjaimelle V. Matemaattisemmin ilmaistuna vertausluvut lasketaan d’Hondtin menetelmässä seuraavasti:

- listan eniten ääniä saaneen ehdokkaan vertausluku on $V/1$,
- listan toiseksi eniten ääniä saaneen ehdokkaan vertausluku on $V/2$,
- listan kolmanneksi eniten ääniä saaneen ehdokkaan vertausluku on $V/3$ ja niin edelleen.

D’Hondtin menetelmässä vertausluvut lasketaan positiivisten kokonaislukujen eli lukujonon 1, 2, 3, 4,… avulla.

Huomaa, että ehdokkaiden vertauslukuja laskettaessa jaettavana lukuna on koko ajan listan kokonaisäänimäärä!

D’Hondtin menetelmä suosii suuria puolueita. Se myös kannustaa puolueita muodostamaan vaaliliittoja. Suomen eduskuntavaaleista löytyy tämän myötä esimerkkejä tilanteista, joissa ehdokas on jäänyt suuresta henkilökohtaisesta kannatuksesta huolimatta valitsematta, koska ehdokkaan puolueen kannatus on jäänyt alhaiseksi.

Esimerkki d'Hondtin menetelmän käyttämisestä

Vaaleihin osallistuu puolueet A, B ja C. Ehdokkaat ja heidän äänimääränsä on listattu alla olevassa taulukossa. Vaaleissa on jaossa yhteensä kolme paikkaa. Selvitetään d'Hondtin menetelmää käyttämällä, ketkä ehdokkaat tulevat valituiksi vaaleissa.

Taulukko 2: Puolueiden A, B ja C ehdokkaat ja heidän äänimääränsä.

Puolue A		Puolue B		Puolue C	
Ehdokas	Äänet	Ehdokas	Äänet	Ehdokas	Äänet
Janna	20	Carl	15	Max	13
Lisa	5	Onni	10		
Jouni	3				
Sofia	2				

Lasketaan puolueen A ehdokkaiden vertausluvut. Puolue A sai yhteensä 20+5+3+2=30 ääntä. Vertausluvut on listattu alla olevassa taulukossa. Tarkista tarvittaessa sivulta 11, kuinka vertausluvut lasketaan d'Hondtin menetelmässä.

Taulukko 3: Puolueen A ehdokkaiden äänet ja vertausluvut.

Puolue A		
Ehdokas	Äänet	Vertausluku
Janna	20	30/1=30
Lisa	5	30/2=15
Jouni	3	30/3=10
Sofia	2	30/4=7,5

Lasketaan puolueen B ehdokkaiden vertausluvut. Puolue B sai yhteensä 15+10=25 ääntä. Vertausluvut on listattu alla olevassa taulukossa.

Taulukko 4: Puolueen B ehdokkaiden äänimäärät ja vertausluvut.

Puolue B		
Ehdokas	Äänet	Vertausluku
Carl	15	25/1=25
Onni	10	25/2=12,5

Lopuksi tulee laskea puolueen C ainoan ehdokkaan Maxin vertausluku, joka on hänen saamansa äänimäärä eli 13.

Taulukko 5: Puolueen C ehdokkaan äänimäärä ja vertausluku.

Puolue C		
Ehdokas	Äänet	Vertausluku
Max	13	13/1=13

Kiinnitä huomiota siihen, että vertauslukuja laskettaessa jaettiin koko ajan listojen kokonaisäänimääriä!

Vaaleissa on jaossa kolme paikkaa eli edellä lasketuista vertausluvuista tulee valita kolme suurinta vertauslukua. Suurin vertausluku on Jannalla, toiseksi suurin Carlilla ja kolmanneksi suurin Lisalla. He tulevat valituiksi vaaleissa. Puolue A saa täten kaksi paikkaa ja puolue B saa yhden paikan.

Huomaa vaalituloksessa se, että Onni ja Max eivät tule valituiksi, vaikka heidän henkilökohtainen äänimääränsä on suurempi kuin Lisalla. Ehdokkaan suuri henkilökohtainen äänimäärä ei takaa läpimenoa, vaan ehdokkaan edustaman puoleen tulee kerätä tarpeeksi suuri osuus annetuista äänistä.

Sainte-Laguën menetelmä

Ranskalainen matemaatikko André Sainte-Laguë (1882–1950) esitteli vuonna 1910 hänen mukaansa nimetyn lukusarjamenetelmän. **Sainte-Laguën menetelmä** on d'Hondtin menetelmän ohella yleinen lukusarjamenetelmä. Sitä käytetään parlamenttivaalien yhteydessä esimerkiksi Ruotsissa, Norjassa ja Latviassa.

Sainte-Laguën menetelmässä vertausluvut lasketaan seuraavasti:

- listan eniten ääniä saaneen ehdokkaan vertausluvuksi tulee listan koko äänimäärä,
- listan toiseksi eniten ääniä saaneen ehdokkaan vertausluku on kolmannes koko listan äänimäärästä,
- listan kolmanneksi eniten ääniä saaneen ehdokkaan vertausluku on viidennes koko listan äänimäärästä ja niin edelleen.

Merkitään koko listan äänimäärää kirjaimelle V. Matemaattisemmin ilmaistuna vertausluvut lasketaan Sainte-Laguën menetelmässä seuraavasti:

- listan eniten ääniä saaneen ehdokkaan vertausluku on $V/1$,
- listan toiseksi eniten ääniä saaneen ehdokkaan vertausluku on $V/3$,
- listan kolmanneksi eniten ääniä saaneen ehdokkaan vertausluku on $V/5$ ja niin edelleen.

Sainte-Laguën menetelmässä käytettävä lukujono koostuu parittomista positiivisista kokonaisluvuista eli luvuista 1, 3, 5, 7,… ja niin edelleen.

Huomaa, että vertauslukuja laskettaessa jaettavana lukuna on koko ajan listan kokonaisäänimäärä!

Ruotsissa Sainte-Laguën menetelmää on muunnettu. Ruotsissa vertauslukuja laskettaessa ensimmäisenä jakajana on desimaaliluku 1,2 ja muina jakajina ovat parittomat positiiviset kokonaisluvut 3, 5, 7,… ja niin edelleen. Ensimmäisen jakajan muuntaminen lukua 1 suuremmaksi luvuksi kasvattaa kynnystä puolueen ensimmäisen paikan saamiseksi. Tällä on vaikutusta etenkin pienempien puolueiden mahdollisuuksiin saada paikkoja. **Sainte-Laguën menetelmä suosii d'Hondtin menetelmään verrattuna enemmän pieniä puolueita**.

Historiaa lukusarjamenetelmistä

Vaaleihin ja vaalituloksien laskemiseen käytettäviin laskentamenetelmiin liittyy paljon kiinnostavaa historiaa. Seuraavaksi tutustutaan lyhyesti Yhdysvalloissa käytetyn Jeffersonin menetelmän historiaan ja Suomen ensimmäisiin eduskuntavaaleihin, jotka järjestettiin vuonna 1907.

Jeffersonin menetelmä

Vaalituloksen laskemisessa käytettävän laskentamenetelmän valitseminen on ollut historian saatossa yksi vaaleihin liittyvä poliittinen kysymys. Eräs esimerkki tähän liittyen on 1790-luvun Yhdysvallat, jossa oltiin päättämässä, kuinka edustajainhuoneen jäsenten paikat jaetaan osavaltioiden kesken. Poliittisten ryhmien keskinäisten ristiriitojen lisäksi paikkojen jakamisessa käytettävän menetelmän valitseminen synnytti alueellista ja eri toimialojen, kuten maatalouden ja teollisuuden, välistä vastakkainasettelua. Myös edustajainhuoneen koon määrittämisestä esitettiin erilaisia mielipiteitä.

Kuva 1: Thomas Jefferson (1743–1826).

Kuva 2: Alexander Hamilton (1755–1804).

Laskentamenetelmän valitsemisessa oli esillä kaksi vaihtoehtoa, Thomas Jeffersonin ja Alexander Hamiltonin esittelemät menetelmät. Sekä Jefferson että Hamiltonin olivat yhteydessä presidentti George Washingtoniin vakuuttaakseen presidentin siitä, että kummankin oma menetelmä on parempi kuin toisen ehdottama menetelmä. Washington päätyi lopulta kannattamaan Jeffersonin esittelemää menetelmää. Jeffersonin menetelmän antamat tulokset ovat samoja kuin d’Hondtin menetelmällä saatavat tulokset. Hamiltonin menetelmä taas vastaa Haren menetelmää, joka esitellään kvoottimenetelmiä käsittelevässä luvussa. Jeffersonin menetelmä oli käytössä vuosien 1792–1832 aikana.

Suomen vaalien historiaa: ensimmäiset eduskuntavaalit vuonna 1907

Ensimmäiset eduskuntavaalit järjestettiin vuonna 1907, jolloin Suomi oli vielä Venäjän autonominen suuriruhtinaskunta. Ennen eduskunnan perustamista Suomen suuriruhtinaskunnassa järjestettiin säätyvaltiopäiviä, joissa oli edustettuna aatelisto, papisto, porvarit ja talonpojat. Vuoden 1907 eduskuntavaaleissa äänioikeus laajeni yleiseksi ja yhtäläiseksi äänioikeudeksi, joka kosketti tuolloin kaikkia 24 vuotta täyttäneitä suomalaisia. Täten myös naiset saivat äänioikeudet ja vuonna 1907 valittiinkin 19 naiskansanedustajaa.

Suhteellinen vaalitapa otettiin käyttöön jo ensimmäisissä eduskuntavaaleissa. Sen käyttöönottaminen ja yksikamarisen parlamentin muodostaminen sai laajaa kannatusta puolueilta. Yksi syy suhteellisen vaalitavan kannatukselle oli se, että puolueet eivät olleet tuolloin niin suuria, että ne olisivat olleet tavoittelemassa ehdotonta enemmistöä eli yli puolta jaettavista paikoista, minkä muodostaminen olisi todennäköisempää enemmistövaalitapaa käytettäessä.
Laskentamenetelmäksi valikoitui vuoden 1907 eduskuntavaaleihin d’Hondtin menetelmä.

Kuva 3: Ensimmäiset eduskuntavaalit Maarian Kärsämäessä vuonna 1907.

Tehtäviä lukusarjamenetelmistä

Kirjoitustehtävä luvun 1 sisällöistä.

1.1 Oman oppimisen kuvaaminen.

Luvun läpikäymisen alussa pohdittiin, kuinka eduskuntavaalien tulos lasketaan ja miten d'Hondtin menetelmä liittyy siihen.

Vastaa seuraaviin kysymyksiin.

- Mitä opit lukusarjamenetelmistä?
- Mitä vastauksia sait luvun alussa esittämiisi kysymyksiin lukusarjamenetelmiä käsittelevästä tekstistä?

Kirjoita vastauksesi alla olevaan taulukkoon.

Taulukko 6: Taulukko vastauksia varten.

Mitä opin

Laskutehtävä d'Hondtin menetelmästä.

1.2 Vaalituloksen laskeminen d'Hondtin menetelmällä.

Alla olevassa taulukossa on lueteltu kolmen vaaleihin osallistuneen puolueen ehdokkaat ja ehdokkaiden keräämät äänimäärät. Vaaleissa on neljä paikkaa jaossa.

Taulukko 7: Puolueiden D, E ja F ehdokkaat ja heidän äänimääränsä.

Puolue D		Puolue E		Puolue F	
Ehdokas	Äänet	Ehdokas	Äänet	Ehdokas	Äänet
Li	10	Niko	25	Jemina	6
Johan	8	Ami	20	Marko	4
Antti	7				
Soile	3				
Jani	2				

Selvitä d'Hondtin menetelmää käyttämällä, ketkä neljä ehdokasta menevät läpi vaaleissa. Kerro myös, mitkä ovat heidän henkilökohtaiset äänimääränsä.

Voit käyttää tällä ja seuraavalla sivulla olevia taulukoita apuna vaalituloksen laskemisessa! Jos vertausluvut ovat desimaalilukuja, pyöristä ne kolmen desimaalin tarkkuuteen.

Taulukko 8: Puolueen D ehdokkaiden äänet ja vertausluvut.

Puolue D		
Ehdokas	Äänet	Vertausluku
Li	10	
Johan	8	
Antti	7	
Soile	3	
Jani	2	

Taulukko 9: Puolueen E ehdokkaiden äänimäärät ja vertausluvut.

Puolue E		
Ehdokas	Äänet	Vertausluku
Niko	25	
Ami	20	

Taulukko 10: Puolueen F ehdokkaiden äänimäärät ja vertausluvut.

Puolue F		
Ehdokas	Äänet	Vertausluku
Jemina	6	
Marko	4	

Tutki halutessasi, miten vaalitulos muuttuisi, jos puolueet D ja F olisivat vaaliliitossa. Kirjoita tälle sivulle läpimenneiden ehdokkaiden nimet ja heidän henkilökohtaiset äänimääränsä.

Kirjoitustehtävä luvun 1 sisällöistä.

1.3 Täydennä puuttuvat sanat.

Eduskuntavaaleissa käytetään _ vaalitapaa. Vaalitulos lasketaan eduskuntavaaleissa _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ menetelmällä, joka on kehitetty _ _ _ _ _ _ _ _-luvulla. Vaalituloksen laskemiseen on olemassa erilaisia menetelmiä ja esimerkiksi Ruotsissa käytetään _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ menetelmää. D'Hondtin menetelmä suosii _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ puolueita kun taas Sainte-Laguën menetelmä suosii _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _puolueita. Lukusarjamenetelmiä käytettäessä ehdokkaiden keskinäinen järjestys selvitetään _ avulla.

Kirjoitustehtävä d'Hondtin menetelmästä.

1.4 Täydennä seuraavat lauseet.

D'Hondtin menetelmää käytettäessä lasketaan vertauslukuja. Jos ehdokas on saanut kaikista oman puolueensa ehdokkaista eniten ääniä, hänen vertauslukunsa on _
_ _.

Jos ehdokas on saanut kaikista oman puolueensa ehdokkaista neljänneksi eniten ääniä, hänen vertauslukunsa on _
_ _.

Ehdokas voi jäädä valitsematta vaaleissa suuresta henkilökohtaisesta äänimäärästä huolimatta, jos _
_ _.

Aluevaalien lisäksi d'Hondtin menetelmää käytetään Suomessa _ _ _ _ _ _ _ _ _
_ _.

Vertailu- ja pohdintatehtävä d'Hondtin ja Sainte-Laguën menetelmistä.

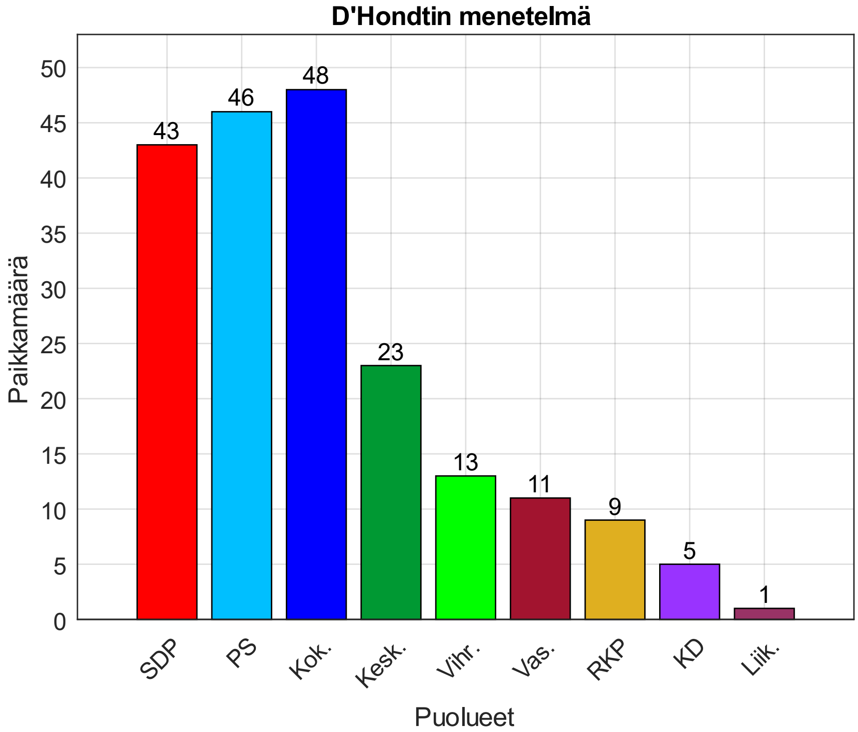
1.5 Vaalituloksien vertailua.

Seuraavalla sivulla on kuvat vuoden 2023 eduskuntavaalien tuloksista laskettuna sekä d'Hondtin (kuva 4) että Sainte-Laguën (kuva 5) menetelmien avulla. D'Hondtin menetelmän avulla laskettu tulos vastaa vuoden 2023 eduskuntavaalien varsinaista tulosta. Taulukossa 11 on puolueiden nimet ja nimilyhenteet.

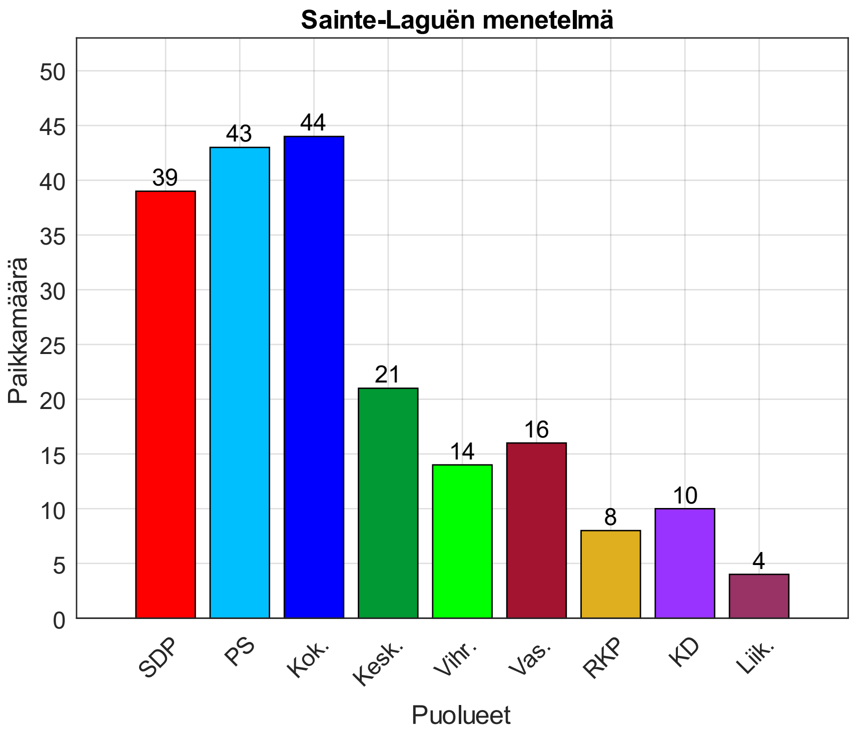
Taulukko 11: Puolueiden nimet ja nimilyhenteet.

Puolueen nimi	Puolueen nimilyhenne
Suomen Sosialidemokraattinen Puolue	SDP
Perussuomalaiset	PS
Kansallinen Kokoomus	Kok.
Suomen Keskusta	Kesk.
Vihreä liitto	Vihr.
Vasemmistoliitto	Vas.
Suomen ruotsalainen kansanpuolue	RKP
Suomen Kristillisdemokraatit (KD)	KD
Liike Nyt	Liik.

Tuloksissa ei ole huomioitu äänikynnystä. Äänikynnyksellä tarkoitetaan osuutta annetuista äänistä, joka puolueen tai tulee kerätä ennen kuin se voi saada paikkoja vaaleissa.



Kuva 4: Vuoden 2023 eduskuntavaalien d'Hondtin menetelmällä laskettuna eli vaalin varsinainen tulos.



Kuva 5: Vuoden 2023 eduskuntavaalien tulos Sainte-Laguën menetelmällä.

Vertaile tuloksia ja vastaa seuraaviin kysymyksiin.

a) Millä tavalla puolueiden paikkamäärät eroavat d'Hondtin ja Sainte-Laguën menetelmien välillä?
b) Ovatko tulokset sellaisia, mitä itse odotat luettuasi d'Hondtin ja Sainte-Laguën menetelmiä käsittelevät osuudet? Tarkista tarvittaessa, minkä kokoisia puolueita nämä menetelmät suosivat.

Kirjoita vastauksesi tälle sivulle.

Kirjoitustehtävä luvun 1 sisällöistä.

1.6 Kirjoitustehtävä lukusarjamenetelmistä.

Vastaa seuraaviin kysymyksiin.

- Mitä vaiheita vaalituloksen laskemiseen kuuluu lukusarjamenetelmiä käytettäessä?
- Millä tavalla d’Hondtin ja Sainte-Laguën menetelmät eroavat toisistaan?

Kirjoita vastauksesi alla olevan suorakulmion sisälle. Vastauksen tulee mahtua alueen sisälle. Keskity olennaiseen!

Laskutehtävä Sainte-Laguën menetelmästä.

1.7 Syventävä tehtävä: Vaalituloksen laskeminen Sainte-Laguën menetelmällä.

Vaaleihin osallistuu puolueet A, B ja C. Puolueella A on neljä ehdokasta ja puolueella B on kaksi ehdokasta. Puolueelta C osallistuu vaaleihin yksi ehdokas. Vaaleissa on jaossa yhteensä kolme paikkaa. Puolueiden asettamien ehdokkaiden äänimäärät on lueteltu alla olevassa taulukossa.

Taulukko 12: Puolueiden A, B ja C ehdokkaat ja heidän äänimääränsä.

Puolue A		Puolue B		Puolue C	
Ehdokas	Äänet	Ehdokas	Äänet	Ehdokas	Äänet
Janna	20	Carl	15	Max	13
Lisa	5	Onni	10		
Jouni	3				
Sofia	2				

Selvitä vaalitulos Sainte-Laguën menetelmää käyttämällä ja vastaa seuraaviin kysymyksiin. Käytä vertauslukuja laskettaessa ensimmäisenä jakajana lukua 1.

a) Ketkä kolme ehdokasta menevät läpi?
b) Eroaako vaalitulos sivujen 12–13 esimerkin vaalituloksesta, joka on laskettu d'Hondtin menetelmän avulla? Vastaa ”Kyllä” tai ”Ei”.
c) Jos vastasit edelliseen kysymykseen ”Kyllä”, niin millä tavalla vaalitulokset eroavat toisistaan?

Voit käyttää seuraavalla sivulla olevia taulukoita apuna vaalituloksen laskemisessa!

Taulukko 13: Puolueen A ehdokkaiden äänet ja vertausluvut.

Puolue A		
Ehdokas	Äänet	Vertausluku
Janna	20	
Lisa	5	
Jouni	3	
Sofia	2	

Taulukko 14: Puolueen B ehdokkaiden äänimäärät ja vertausluvut.

Puolue B		
Ehdokas	Äänet	Vertausluku
Carl	15	
Onni	10	

Taulukko 15: Puolueen C ehdokkaan äänimäärä ja vertausluku.

Puolue C		
Ehdokas	Äänet	Vertausluku
Max	13	

Kirjoita tälle sivulle vastauksesi edellisellä sivulla esitettyihin kysymyksiin.

Laskutehtävä lukusarjamenetelmistä.

1.8 Syventävä tehtävä: Lukujonot ja erilaiset lukusarjamenetelmät.

Tutustutaan aluksi lukujonojen matemaattisiin merkintöihin.

Lukujonojen merkintöjä:

- lukujonoja nimetään usein pienten kirjainten avulla,
- lukujonon nimen alaindeksi kertoo, kuinka mones lukujonon jäsen on kyseessä.

Jos lukujonon nimi on a, tällöin

- merkinnällä a_5 tarkoitetaan lukujonon 5. jäsentä,
- lukujonon yleisen eli n. jäsenen merkintä on a_n ja
- koko lukujonon merkintä on (a_n).

Lukujonojen indeksit voivat vaihdella. Indekseinä voivat olla esimerkiksi:

- luonnolliset luvut 0, 1, 2, 3,…
- positiiviset kokonaisluvut 1, 2, 3, 4,…

Esimerkki 4.

Lukujonon n. jäsen on

$$a_n = \frac{n+1}{5}$$

ja $n = 1, 2, 3, \ldots$. Lukujonon kaksi ensimmäistä jäsentä lasketaan seuraavasti.

1. jäsen: sijoitetaan muuttujan n paikalle luku 1

$$a_1 = \frac{1+1}{5} = \frac{2}{5}.$$

2. jäsen: sijoitetaan muuttujan n paikalle luku 2

$$a_2 = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}.$$

Tehtävä.

Taulukossa 16 on lueteltu eri lukusarjamenetelmiin liittyvät lukujonot. **Laske kunkin menetelmän lukujonon kolme ensimmäistä jäsentä**, kun $n = 1,\ 2,\ 3, \dots$.

Jos lukujonon jäsenet ovat desimaalilukuja, pyöristä ne kolmen desimaalin tarkkuuteen. Täydennä vastauksesi taulukkoon 16.

Taulukko 16: Lukusarjamenetelmiin liittyviä lukujonoja.

Menetelmän nimi	Lukujonon yleisen jäsenen kaava	1. jäsen	2. jäsen	3. jäsen
D'Hondt	n			
Sainte-Laguë	$2n-1$			
Imperiali	$n+1$			
Tanskan menetelmä	$3n-2$			
Viron menetelmä	$n^{0,9}$			
Macaon menetelmä	2^{n-1}			
Huntington	$\sqrt{n(n-1)}$			
Dean	$\frac{2n(n-1)}{2n-1}$			

2. Kvoottimenetelmät

Tervetuloa tutustumaan kvoottimenetelmiin! Ennen kuin aloitat kvoottimenetelmiin perehtymisen, pohdi seuraavia kysymyksiä joko itsenäisesti, parin tai ryhmän tai opettajanne kanssa.

1. Osaatko sanoa, mitkä asiat vaikuttavat siihen, kuinka kansanedustajat on jaettu vaalipiirien kesken? Entä kuinka matematiikka voisi liittyä siihen? Miksi esimerkiksi Savo-Karjalan vaalipiiristä valitaan eduskuntavaaleissa 15 kansanedustajaa? Kirjoita vastauksesi seuraavalla sivulla olevan taulukon ensimmäiseen sarakkeeseen.
2. Mitä haluat tietää kohdan 1 kysymyksiin liittyen? Kirjoita vastauksesi seuraavalla sivulla olevan taulukon toiseen sarakkeeseen.

Vääriä vastauksia ei ole! Tuo rohkeasti esille kaikki ajatuksesi ja kysymyksesi!

Taulukko 17: Taulukko johdantokysymysten vastauksia varten.

Mitä tiedän	Mitä haluan tietää

Suhteellinen vaalitapa

Suomessa käytetään kunta-, alue-, eduskunta- ja europarlamenttivaaleissa **suhteellista vaalitapaa.** Tällöin puolue saa edustajia suhteessa sen keräämään äänimäärään. Jos puolue saa 10 prosenttia annetuista äänistä, sen tulisi saada 10 prosenttia jaossa olevista paikoista.

Suomen vaalijärjestelmässä äänestäjän antama ääni menee sekä ehdokkaalle että ehdokkaan edustamalle puolueelle. Saman puolueen ehdokkaiden keskinäinen järjestys määräytyy tällöin ehdokkaiden henkilökohtaisten äänimäärien perusteella. Tällaiset vaalit ovat **avoimia listavaaleja.** **Suljetussa listavaalissa** saman puolueen ehdokkaiden keskinäinen järjestys on ennalta päätetty, jolloin äänestäjä äänestää vain puoluetta. **Listalla** tarkoitetaan nyt ehdokaslistaa, joka sisältää puolueen vaaleihin asettamat ehdokkaat.

Kun vaalituloksen laskemisessa käytetään suhteellista vaalitapaa, tarvitaan jokin laskentamenetelmä. Käytettävän laskentamenetelmän avulla puolueiden äänimäärät muunnetaan paikoiksi. On olemassa useita erilaisia laskentamenetelmiä, joista tässä luvussa tutustutaan **kvoottimenetelmiin**. Esimerkiksi myöhemmin esiteltävä Haren menetelmä on kvoottimenetelmä ja sen avulla jaetaan kansanedustajien paikat vaalipiirien kesken.

Kvoottimenetelmien taustaa

Kvoottimenetelmiä käytettäessä tutkitaan osamääriä, joissa puolueiden saamia äänimääriä jaetaan jollakin ennalta sovitulla luvulla Q. Lukua Q kutsutaan **kvootiksi**. Kvootin voi ajatella yhden paikan hinnaksi eli äänimääräksi, joka antaa puolueelle paikan. Kvoottimenetelmät eroavat toisistaan siinä, miten kvootti Q lasketaan.

Paikat jaetaan puolueiden kesken tarkastelemalla osamäärien

$$\frac{\text{puolueen äänimäärä}}{Q}$$

kokonais- ja desimaaliosia.

Käydään seuraavaksi läpi, mitä desimaaliluvun kokonais- ja desimaaliosalla tarkoitetaan. Tarkastellaan positiivisia desimaalilukuja. **Kokonaisosalla** tarkoitetaan ennen desimaalipilkkua olevaa osaa. **Desimaaliosalla** tarkoitetaan desimaaliluvun jälkeen olevaa osaa. **Desimaaliluku voidaan kirjoittaa sen kokonais- ja desimaaliosan summana**

Esimerkki 5.

Mitkä ovat seuraavien positiivisten desimaalilukujen kokonais- ja desimaaliosat?

a) 1,02
b) 0,98
c) 10,33

Ratkaisu.

a) Desimaaliluvun 1,02 kokonaisosa on 1 ja desimaaliosa on 0,02.
b) Desimaaliluvun 0,98 kokonaisosa on 0 ja desimaaliosa on 0,98.
c) Desimaaliluvun 10,33 kokonaisosa 10 ja desimaaliosa on 0,33.

Seuraavaksi esitetään syventävää lisätietoa kokonais- ja desimaaliosaan liittyen. Voit halutessasi siirtyä suoraan seuraavalle sivulle.

Kokonais- ja desimaaliosalla on olemassa omat merkinnät:

- luvun x kokonaisosan merkintä on $\lfloor x \rfloor$
- luvun x desimaaliosa saadaan vähentämällä siitä sen kokonaisosa eli desimaaliosa on $x - \lfloor x \rfloor$.

Pohdi, mille lukusuoran välille luvun desimaaliosan tulee kuulua. Selvitä halutessasi, mikä on lattiafunktio ja miten se liittyy desimaaliluvun kokonaisosaan. Miltä lattiafunktion kuvaaja näyttää?

Vaalituloksen laskemiseen kvoottimenetelmän avulla kuuluu seuraavat vaiheet:

1. Selvitä, kuinka monta paikkaa jaetaan vaaleissa.
2. Selvitä ehdokkaiden henkilökohtaiset äänimäärät.
3. Laske, kuinka paljon ääniä kukin puolue on saanut yhteensä.
4. Jos puolueet muodostavat vaaliliiton, käsitellään niitä yhtenä listana. Tällöin niiden äänimäärät lasketaan yhteen.
5. Laske, kuinka monta ääntä vaaleissa annettiin yhteensä.
6. Laske kvootti Q sen perusteella, mitä kvoottimenetelmää käytetään.
7. Jaa kunkin puoleen kokonaisäänimäärä kvootilla Q eli laske osamäärät

$$\frac{\text{puolueen äänimäärä}}{Q}$$

8. Jaa kullekin puolueelle edellä lasketun osamäärän kokonaisosan verran paikkoja. Jos esimerkiksi puolueen A osamäärä on

$$\frac{\text{puolueen A äänimäärä}}{Q} = 3{,}47$$

jaettaisiin puolueella A tässä vaiheessa kolme paikkaa.

9. Laske, kuinka monta paikkaa on tässä vaiheessa jaettu yhteensä.
10. Jos kaikkia paikkoja ei ole vielä jaettu, jaa loput paikat seuraavasti. Laske kunkin puolueen osamäärän desimaaliosa.
11. Järjestetä puolueiden desimaaliosat suuruusjärjestykseen.
12. Jaa loput paikat yksi kerrallaan niille puolueille, joiden desimaaliosat ovat suurimmat. Jos jakamatta olisi esimerkiksi kaksi paikkaa, ne puolueet, joilla on suurin ja toiseksi suurin desimaaliosa, saisivat molemmat yhden lisäpaikan.
13. Tarkastele puolueita, jotka ovat saaneet paikkoja. Jaa paikat puolueittain ehdokkaille heidän henkilökohtaisten äänimäärien suuruusjärjestyksen perusteella. Jos esimerkiksi puolue A saisi kolme paikkaa, paikat menisivät kolmelle eniten ääniä saaneelle puolueen A ehdokkaalle.
14. Vaalitulos on nyt laskettu!

Haren menetelmä

Esitellään seuraavaksi **Haren kvootti**. Oletetaan, että vaaleissa on annettu yhteensä V kappaletta ääniä ja jaettavia paikkoja on h kappaletta. Haren kvootti Q on osamäärä

$$Q = \frac{V}{h}.$$

Haren kvootti on nimetty Thomas Haren (1806–1891) mukaan, joka oli englantilainen lakimies. Hän oli suhteellisen vaalitavan kannattaja ja hänet tunnetaan siirtoäänivaalitavan parissa tehdystä työstä. Suhteellista vaalitapaa voidaan soveltaa siirtoäänivaalitavan avulla ja siinä äänestäjät järjestävät ehdokkaat mieluisuusjärjestykseen. Kun käytetään kvoottimenetelmää ja kvoottina on Haren kvootti, puhutaan **Haren menetelmästä**. Jos puolue on kerännyt 20 % annetuista äänistä, se saa Haren menetelmää käytettäessä 20 % jaettavista paikoista.

Kuva 6: Thomas Hare.

Haren menetelmä suosii d'Hondtin menetelmään verrattuna enemmän pieniä puolueita.

Vaalimatematiikassa tutkitaan usein, kuinka paikat jaetaan puolueiden kesken niiden keräämien äänimäärien perusteella. Lisäksi voidaan tutkia, kuinka paikat jaetaan eri alueiden kesken niiden asukasmääriin pohjautuen. Yksi esimerkki tähän liittyen on kansanedustajien paikkojen jakaminen vaalipiirien kesken, mitä käsitellään seuraavaksi.

Haren menetelmä ja kansanedustajien jakaminen vaalipiirien kesken

Kansanedustajat jaetaan Manner-Suomen vaalipiirien kesken Haren menetelmän avulla. Jako tehdään äänimäärien sijasta Suomen kansalaisten ja kussakin vaalipiirissä asuvien Suomen kansalaisten lukumääriin perustuen. Ahvenanmaan vaalipiiristä valitaan aina yksi kansanedustaja. Tällöin Manner-Suomen vaalipiirien kesken jaetaan 199 kansanedustajan paikkaa. Haren kvootti on täten muotoa

$$Q = \frac{\text{Suomen kansalaisten lukumäärä}}{199}.$$

Taulukossa 18 on esitetty vuoden 2023 eduskuntavaaleissa käytetty kansanedustajien jako Manner-Suomen vaalipiirien kesken.

Taulukko 18: Kansanedustajien jako Manner-Suomen vaalipiirien kesken vuoden 2023 eduskuntavaaleissa.

Vaalipiiri	Valittavien kansanedustajien lukumäärä
Helsinki	23
Uusimaa	37
Varsinais-Suomi	17
Satakunta	8
Häme	14
Pirkanmaa	20
Kaakkois-Suomi	15
Savo-Karjala	15
Vaasa	16
Keski-Suomi	10
Oulu	18
Lappi	6

Esimerkki Haren menetelmän käyttämisestä

Vaaleihin osallistuu puolueet A, B ja C. Puolueella A on neljä ehdokasta ja puolueella B on kaksi ehdokasta. Puolueelta C osallistuu vaaleihin yksi ehdokas. Vaaleissa on jaossa yhteensä kolme paikkaa. Selvitetään Haren menetelmän avulla, ketkä ehdokkaat menevät läpi. Puolueiden asettamien ehdokkaiden äänimäärät on lueteltu alla olevassa taulukossa.

Taulukko 19: Puolueiden A, B ja C ehdokkaat ja heidän äänimääränsä.

Puolue A		Puolue B		Puolue C	
Ehdokas	Äänet	Ehdokas	Äänet	Ehdokas	Äänet
Janna	20	Carl	15	Max	13
Lisa	5	Onni	10		
Jouni	3				
Sofia	2				

Lasketaan ensin kunkin puolueen kokonaisäänimäärä. Puolue A sai 20+5+3+2=30 ääntä, puolue B sai 15+10=25 ääntä ja puolue C 13 ääntä. Vaaleissa annettiin täten yhteensä $V = 30 + 25 + 13 = 68$ ääntä. Jaettavia paikkoja on $h = 3$ kappaletta, jolloin Haren kvootti on

$$Q = \frac{V}{h} = \frac{68}{3} \approx 22{,}667.$$

Laskennan seuraavat vaiheet on tiivistetty alla olevaan taulukkoon. Ensin kunkin puolueen äänimäärä jaetaan Haren kvootilla $Q \approx 22{,}667$. Tämän jälkeen määritetään osamääriksi saatujen desimaalilukujen kokonais- ja desimaaliosat.

Taulukko 20: Puolueiden paikkamäärien laskeminen Haren menetelmällä.

Puolue	Puolueen äänimäärä	Osamäärä	Kokonaisosa	Desimaaliosa	Paikkamäärä
A	30	1,3235	1	0,3235	1
B	25	1,1029	1	0,1029	1
C	13	0,5735	0	0,5735	1

Puolueille jaetaan ensin niiden kokonaisosan verran paikkoja. Tässä vaiheessa puolueet A ja B saavat molemmat yhden paikan. Koska jaossa on yhteensä kolme paikkaa, jaetaan yksi paikka puolueiden desimaaliosien perusteella. Puolueen C desimaaliosa on suurin, jolloin viimeinen paikka menee sille.

Jokainen puolue saa vaaleissa yhden paikan. **Nämä paikat menevät puolueiden eniten ääniä saaneille ehdokkaille. Vaaleissa menevät läpi Janna, Carl ja Max.**

Droopin menetelmä

Tutustutaan seuraavaksi **Droopin kvoottiin**. Oletetaan, että vaaleissa on annettu yhteensä V kappaletta ääniä ja jaettavia paikkoja on h kappaletta. Droopin kvootti on muotoa

$$Q = \lfloor V/(h+1) \rfloor + 1.$$

Droopin kvootti saadaan laskemalla ensin osamäärän

$$\frac{V}{h+1}$$

kokonaisosa, minkä jälkeen siihen lisätään luku 1.

Droopin kvootti on nimetty englantilaisen lakimiehen Henry Richmond Droopin (1831–1884) mukaan. Kun käytetään kvoottimenetelmää ja kvoottina on Droopin kvootti, puhutaan **Droopin menetelmästä**.

Droopin menetelmä suosii enemmän suuria puolueita Haren menetelmään verrattuna.

Historiaa kvoottimenetelmistä

Historian saatossa on tutkittu, kuinka parlamentin koko vaikuttaa edustajien jakautumiseen puolueiden tai alueiden kesken. Yhdysvalloissa laskettiin vuoden 1880 väestönlaskentaan perustuen, kuinka monta edustajaa kukin osavaltio saisi edustajainhuoneeseen. Edustajien jako laskettiin Haren menetelmän avulla, joka tunnetaan Yhdysvalloissa Hamiltonin menetelmänä.

Aluksi laskennassa edustajainhuoneen kokona käytettiin 275 edustajaa, minkä jälkeen kokoa kasvatettiin yksi kerrallaan 350 edustajaan asti. Laskelmien tuloksia tutkittaessa huomattiin, että kun edustajainhuoneen kokona oli 299 edustajaa, Alabaman osavaltio saisi kahdeksan edustajaa. Kummallista tuloksissa oli se, että jos edustajainhuoneen kokoa kasvatettaisiin 300 edustajaan, Alabama saisikin vain seitsemän edustajan.

Kuva 7: Yhdysvaltain kongressitalo.

Näiden laskelmien tulokset herättivät edustajainhuoneessa huomiota niin paljon, että jopa matematiikan luonnetta tieteenalana kyseenalaistettiin. Texasin edustaja Roger Q. Mills nimittäin kuvasi edustajainhuoneen paikkojen jakamiseen liittyvän matematiikan olevan jotakin sellaista matematiikkaa, joka saa ”totuuden näyttämään valheelta”. Laskelmien tuloksissa on kuitenkin kyse siitä, että Haren menetelmä saattaa johtaa tietyissä tilanteissa maalaisjärjen vastaisiin paikkojen jakoihin. Tällaista paikkojen jakamisessa muodostuvaa tilannetta, jossa alueen tai puolueen edustajien lukumäärä pienenee jaettavien paikkojen lukumäärän kasvaessa, kutsutaan **Alabaman paradoksiksi**.

Tehtäviä kvoottimenetelmistä

Kirjoitustehtävä luvun 2 sisällöistä.

2.1 Oman oppimisen kuvaaminen.

Luvun alussa pohdittiin, mitkä asiat vaikuttavat kansanedustajien paikkojen jakautumiseen eri vaalipiirien kesken. Lisäksi pohdittiin, kuinka matematiikka voisi liittyä tähän aiheeseen.

Vastaa seuraaviin kysymyksiin.

- Mitä opit kvoottimenetelmistä?
- Mitä vastauksia sait luvun alussa esittämiisi kysymyksiin kvoottimenetelmiä käsittelevästä tekstistä?

Kirjoita vastauksesi alla olevaan taulukkoon.

Taulukko 21: Taulukko vastauksia varten.

Mitä opin

Kirjoitustehtävä luvun 2 sisällöistä.

2.2 Täydennä seuraavat lauseet.

Kun käytetään Haren menetelmää ja puolue saa vaaleissa 30 % annetuista äänistä, se saa _.

Eri kvoottimenetelmät erottaa se, _.

Kvoottimenetelmiä käytettäessä tutkitaan _.

D’Hondtin menetelmä suosii Haren menetelmään verrattuna _.

Kansanedustajien paikkajako Manner-Suomen vaalipiirien kesken lasketaan _.

Droopin kvootin kaavan erona Haren kvootin kaavaan on esimerkiksi se, että _.

Vertailu- ja pohdintatehtävä Haren ja Droopin menetelmistä.

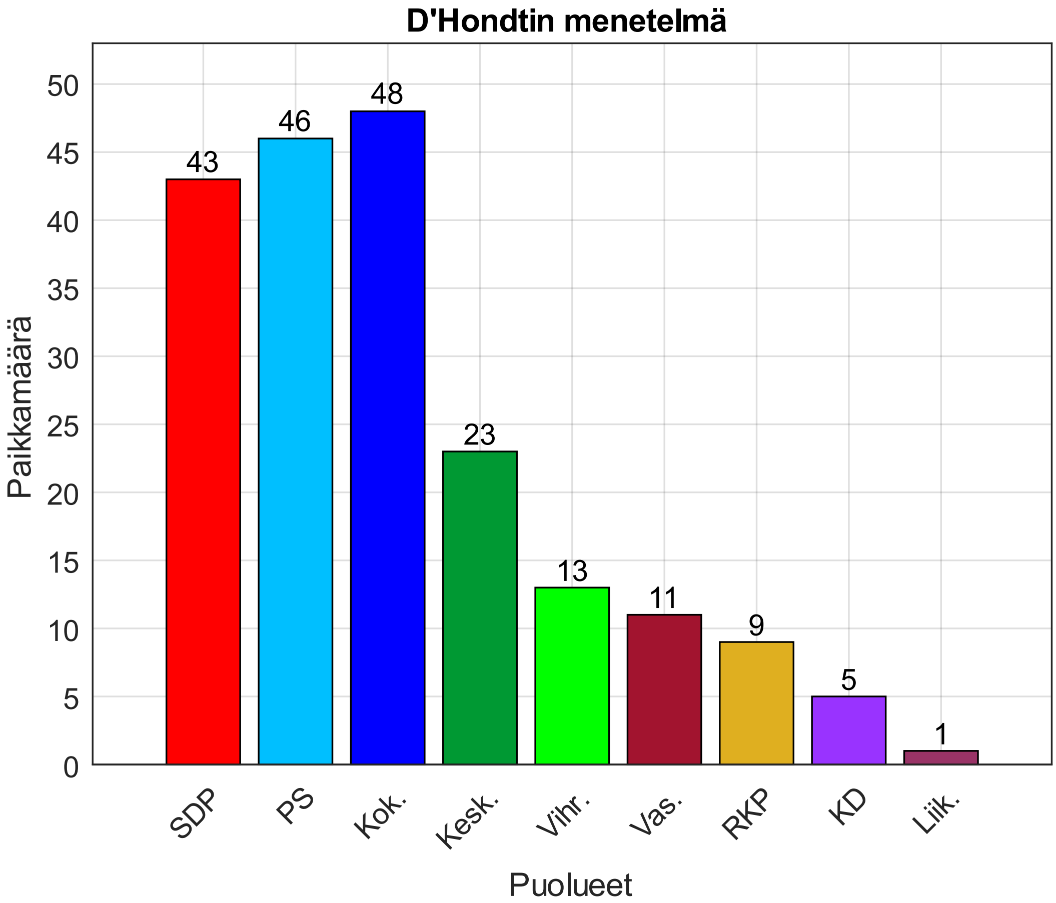
2.3 Vaalitulosten vertailua.

Alla on kuva vuoden 2023 eduskuntavaalien tuloksesta (kuva 8). Sen jälkeen on esitetty saman vaalin tulos Haren (kuva 9) ja Droopin (kuva 10) menetelmillä laskettuna. Taulukossa 23 on puolueiden nimet ja nimilyhenteet.

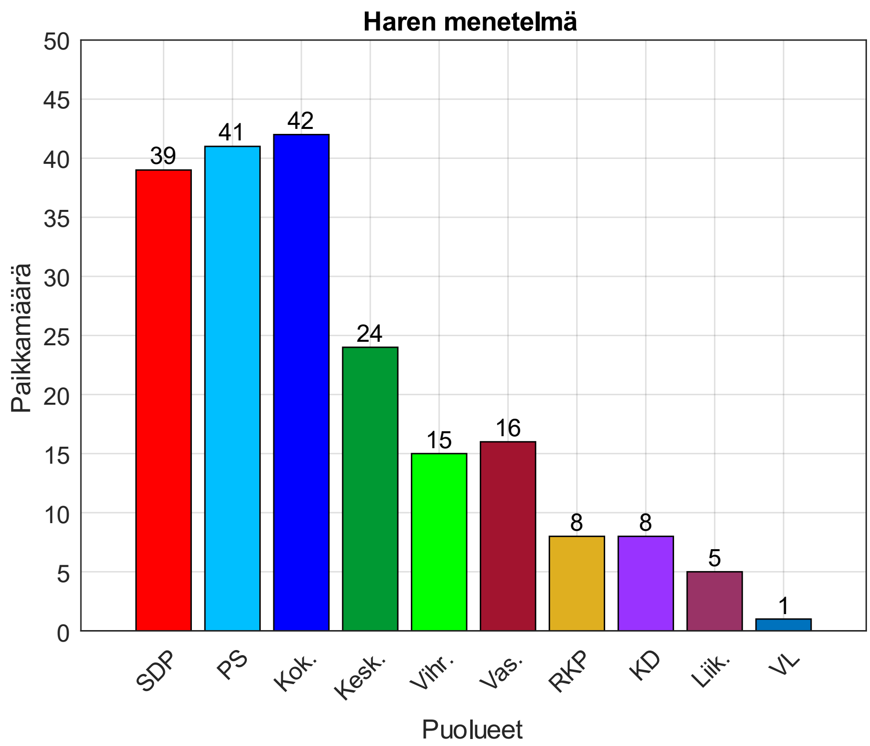
Taulukko 22: Puolueiden nimet ja nimilyhenteet.

Puolueen nimi	Puolueen nimilyhenne
Suomen Sosialidemokraattinen Puolue	SDP
Perussuomalaiset	PS
Kansallinen Kokoomus	Kok.
Suomen Keskusta	Kesk.
Vihreä liitto	Vihr.
Vasemmistoliitto	Vas.
Suomen ruotsalainen kansanpuolue	RKP
Suomen Kristillisdemokraatit (KD)	KD
Liike Nyt	Liik.
Vapauden liitto	VL

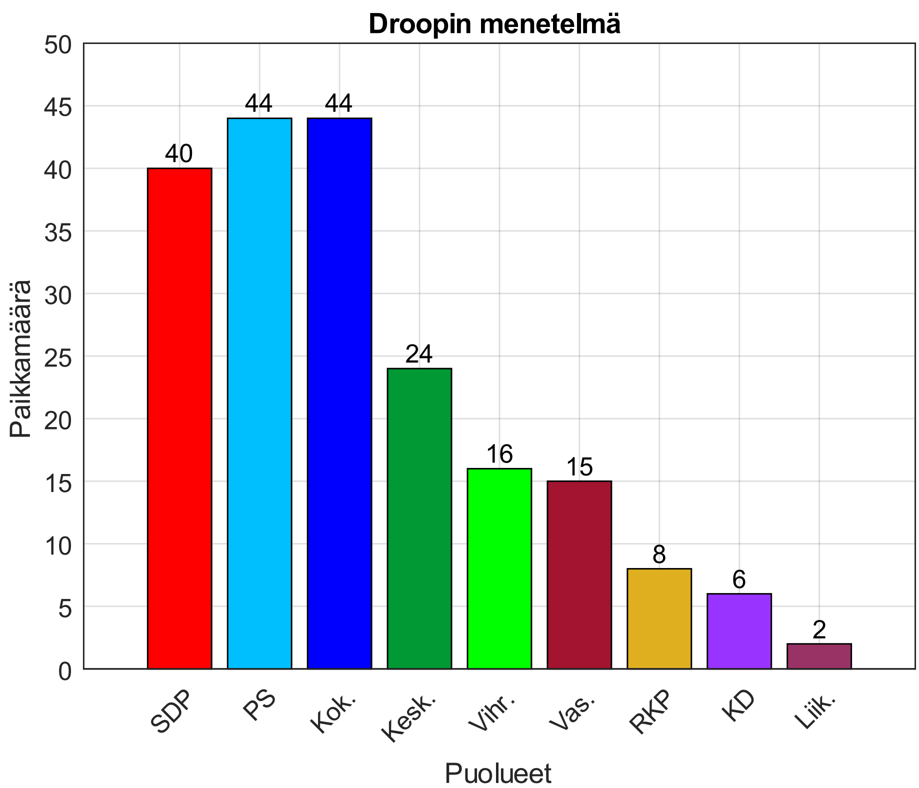
Tuloksissa ei ole huomioitu äänikynnystä. Äänikynnyksellä tarkoitetaan osuutta annetuista äänistä, joka puolueen tulee kerätä ennen kuin se voi saada paikkoja vaaleissa.



Kuva 8: Eduskuntavaalien 2023 tulos d'Hondtin menetelmällä laskettuna eli vaalin varsinainen tulos.



Kuva 9: Vuoden 2023 eduskuntavaalien Haren menetelmällä.



Kuva 10: Vuoden 2023 eduskuntavaalien tulos Droopin menetelmällä.

Vertaile tuloksia ja vastaa seuraaviin kysymyksiin.

a) Miten puolueiden saamat paikkamäärät muuttuvat, kun käytetään d’Hondtin menetelmän sijasta Haren menetelmää?
b) Miten puolueiden saamat paikkamäärät muuttuvat, kun käytetään d’Hondtin menetelmän sijasta Droopin menetelmää?
c) Millä tavalla Haren ja Droopin menetelmien antamat tulokset eroavat toisistaan? Ovatko tulokset sellaisia, mitä itse odotat luettuasi Haren ja Droopin menetelmiä käsittelevät osuudet? Tarkista tarvittaessa, minkä kokoisia puolueita nämä menetelmät suosivat.

Kirjoita vastauksesi tälle sivulle.

Kirjoitustehtävä luvun 2 sisällöistä.

2.4 Kirjoitustehtävä kvoottimenetelmistä.

Vastaa seuraaviin kysymyksiin.

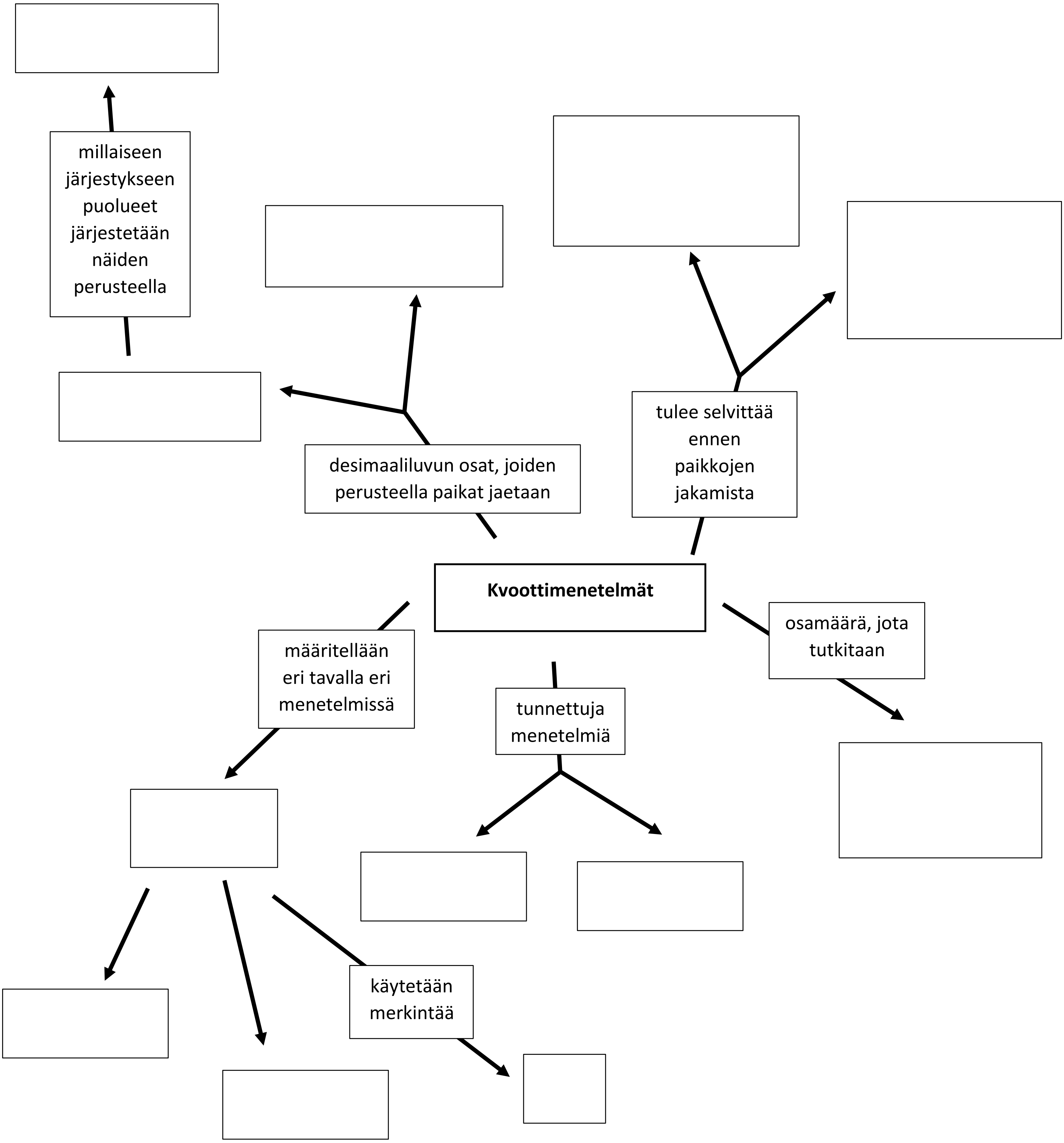
- Miten desimaaliluvut liittyvät kvoottimenetelmiin?
- Mitä vaiheita vaalituloksen laskemiseen kuuluu kvoottimenetelmiä käytettäessä?

Kirjoita vastauksesi alla olevan suorakulmion sisälle. Vastauksen tulee mahtua alueen sisälle. Keskity olennaiseen!

Käsitekarttatehtävä luvun 2 sisällöistä.

2.5 Käsitekartan täydentäminen kvoottimenetelmiin liittyen.

Täydennä käsitekartan tyhjät laatikot sopivilla sanoilla. Katso laatikoihin liittyvät vihjetekstit.



Laskutehtävä Haren menetelmästä.

2.6 Vaalituloksen laskeminen Haren menetelmällä.

Alla olevassa taulukossa on lueteltu kolmen vaaleihin osallistuneen puolueen ehdokkaat ja ehdokkaiden keräämät äänimäärät. Vaaleissa on neljä paikkaa jaossa.

Taulukko 23: Puolueiden D, E ja F ehdokkaat ja heidän äänimääränsä.

Puolue D		Puolue E		Puolue F	
Ehdokas	Äänet	Ehdokas	Äänet	Ehdokas	Äänet
Li	10	Ami	20	Jemina	6
Johan	8	Niko	25	Marko	4
Antti	7				
Soile	3				
Jani	2				

Selvitä Haren menetelmää käyttämällä, ketkä neljä ehdokasta menevät läpi vaaleissa. Kerro myös, mitkä ovat heidän henkilökohtaiset äänimääränsä. Voit käyttää tuloksen laskennassa apuna alla olevaa taulukkoa!

Taulukko 24: Puolueiden paikkamäärien laskeminen Haren menetelmällä.

Puolue	Puolueen äänimäärä	Osamäärä	Kokonaisosa	Desimaaliosa	Paikkamäärä
D					
E					
F					

Kirjoita tälle sivulle läpimenneiden ehdokkaiden nimet ja heidän henkilökohtaiset äänimääränsä.

Laskutehtävä kvoottimenetelmistä.

2.7 Syventävä tehtävä: erilaisiin kvootteihin tutustuminen.

Vuoden 2023 eduskuntavaaleissa valittiin Hämeen vaalipiiristä 14 kansanedustajaa. Hämeen vaalipiirissä annettiin yhteensä 207 266 ääntä.

Vastaa seuraaviin kysymyksiin.

- Mikä on nyt muuttujan V arvo?
- Mikä on nyt muuttujan h arvo?
- Mitkä ovat alla olevassa taulukossa lueteltujen kvoottien arvot kolmen desimaalin tarkkuudella Hämeen vaalipiirin tapauksessa?

Taulukko 25: Erilaisia kvootteja ja niiden arvoja Hämeen vaalipiirin tapauksessa.

Kvootin nimi	Kvootin kaava	Kvootin arvo
Hare	$\frac{V}{h}$	
Droop	$\left\lfloor \frac{V}{h+1} \right\rfloor + 1$	
Imperiali	$\frac{V}{h+2}$	

Tutustu tarvittaessa ensin Droopin kvootissa esiintyviin merkintöihin, jotka löytyvät sivulta 37.

Kuvaluettelo (Vain opettajalle)

Kansilehden kuva. Pixabay. Haettu 25.1.2024 osoitteesta https://pixabay.com/vectors/ballot-election-polling-vote-box-158828/. Public domain.

Kuva 1. Pixabay. Haettu 25.1.2024 osoitteesta https://pixabay.com/vectors/thomas-jefferson-president-4896816/. Public domain.

Kuva 2. *Alexander Hamilton, John Trumbull. Painting, National Gallery of Art*. 1792. Haettu 25.1.2024 osoitteesta https://picryl.com/media/alexander-hamilton-74c188. Public domain.

Kuva 3. V. H. Auer. *Ensimmäiset eduskuntavaalit Maarian Kärsämäessä 1907.* 1907. Turun museokeskus. Haettu 24.1.2024 osoitteesta https://finna.fi/Record/tmk.161042555144800?sid=3741490136&imgid=2. Public domain.

Kuva 4. Vuoden 2023 eduskuntavaalien tulos d'Hondtin menetelmällä. Oppimateriaalin tekijän itse laatima.

Kuva 5. Vuoden 2023 eduskuntavaalien tulos Sainte-Laguën menetelmällä. Oppimateriaalin tekijän itse laatima.

Kuva 6. *Thomas Hare by Lowes Cato Dickinson*. 1908. National Portrait Gallery London. Haettu 25.1.2024 osoitteesta https://picryl.com/media/thomas-hare-by-lowes-cato-dickinson-4cdd3a. Public domain.

Kuva 7. Pixabay. Haettu 26.1.2024 osoitteesta https://pixabay.com/photos/washington-dc-capital-america-4457046/. Public domain.

Kuva 8. Vuoden 2023 eduskuntavaalien tulos d'Hondtin menetelmällä. Oppimateriaalin tekijän itse laatima.

Kuva 9. Vuoden 2023 eduskuntavaalien tulos Haren menetelmällä. Oppimateriaalin tekijän itse laatima.

Kuva 10. Vuoden 2023 eduskuntavaalien tulos Droopin menetelmällä. Oppimateriaalin tekijän itse laatima.

Lähteet (Vain opettajalle)

Oppimateriaali perustuu seuraaviin lähdeteoksiin.

M. L. Balinski ja H. P. Young. *Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote.* 2. painos. Brookings Institution Press, 2001. ISBN: 0-8157-0090-3.

A. M. Carstairs. *A Short History of Electoral Systems in Western Europe.* London: Allen & Unwin, 1980. ISBN: 0-04-324006-2.

Census Bureau. *Apportionment Legislation 1790-1830.* i.a. URL: https://www.census.gov/history/www/reference/apportionment/apportionment_legislation_1790_-_1830.html (viitattu 03.04.2024).

Eduskunta. *Eduskunnan lyhyt historia – autonomian ajalta EU-Suomen parlamentiksi.* i.a. URL: https://www.eduskunta.fi/FI/naineduskuntatoimii/historia/Sivut/default.aspx (viitattu 24.01.2024).

Eduskuntavaalijärjestelmän uudistaminen. Vaalialuetoimikunnan mietintö. Oikeusministeriö, 2008. ISBN: 978-952-466-148-5. URL: https://julkaisut.valtioneuvosto.fi/bitstream/handle/10024/76110/vaalialuetoimikunnan_mietinto_24.4.2008_150_s.pdf.

Halinen H. ym. *Otavan matematiikka MAY1, Luvut ja lukujonot.* 1.–2. painos. Kustannusosakeyhtiö Otava, 2016. ISBN: 978-951-1-29454-2.

Hähkiöniemi, M. *Juuri. Kertaus.* 1. painos. Kustannusosakeyhtiö Otava, 2018. ISBN: 978-951-1-29542-6.

S. Janson. ”Asymptotic bias of some election methods”. *Annals of Operations Research* 215.1 (2014), s. 89–136. DOI: 10.1007/s10479-012-1141-2.

S. Janson. *Proportionella valmetoder.* Moniste, päivitetty 23.10.2018. (viitattu 26.04.2024). Matematiska institutionen, Uppsala universitet, 2012. URL: http://www2.math.uu.se/%7Esvante/ papers/sjV6.pdf.

A. Jääskelainen. *Suomen vaalijärjestelmä: Yleisesitys.* Oikeusministeriön julkaisuja, Toiminta ja hallinto 2023:3. Oikeusministeriö, 2023. ISBN: 978-952-400-374-2. URL: https://urn.fi/URN:ISBN:978-952-400-374-2.

Kielitoimiston ohjepankki, Kotimaisten kielten keskus. *Puolueiden nimet ja lyhenteet.* 2023. URL: https://kielitoimistonohjepankki.fi/ohje/puolueiden-nimet-ja-lyhenteet/ (viitattu 01.04.2024).

Kosningalög. URL: https://www.althingi.is/lagas/nuna/2021112.html (viitattu 17.12.2023).

Ley Orgánica 5/1985, de 19 de junio, del Régimen Electoral General. URL: https://www.boe.es/eli/es/lo/1985/06/19/5/con (viitattu 24.01.2024).

Lov om valg til Stortinget, fylkesting og kommunestyrer (valgloven). URL: https://lovdata.no/dokument/NLO/lov/2002-06-28-57 (viitattu 01.05.2024).

Oikeusministeriö - Tieto- ja tulospalvelu. *Koko maa.* 2023. URL: https://tulospalvelu.vaalit.fi/EKV-2023/fi/lasktila.html (viitattu 10.01.2024).

Parlamentaarisen vaalityöryhmän loppuraportti. Oikeusministeriön julkaisuja, Mietintöjä ja lausuntoja 2022:6. Oikeusministeriö, 2022. ISBN: 978-952-259-940-7. URL: http://urn.fi/URN:ISBN:978-952-259-940-7.

F. Pukelsheim. *Proportional Representation: Apportionment Methods and Their Applications.* 1. painos. Cham: Springer, 2014. ISBN: 978-3-319-03855-1. DOI: 10.1007/978-3-319-03856-8.

A. Reynolds, B. Reilly ja A. Ellis. *Electoral System Design: The New International IDEA Handbook.* International IDEA, 2005. ISBN: 91-85391-18-2. URL: https://www.idea.int/sites/default/files/publications/electoral-system-design-the-new-international-idea-handbook.pdf (viitattu 02.05.2024).

Saeimas vēlēšanu likums. URL: https://likumi.lv/ta/id/35261-saeimas-velesanu-likums (viitattu 24.01.2024).

Vaalilaki 714/1998. URL: https://www.finlex.fi/fi/laki/ajantasa/1998/19980714 (viitattu 01.05.2024).

Vallag (2005:837). URL: https://www.riksdagen.se/sv/dokument-och-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/vallag-2005837_sfs-2005-837/ (viitattu 01.05.2024).

Valtioneuvoston asetus kansanedustajien paikkojen jaosta vaalipiirien kesken vuoden 2023 eduskuntavaaleissa 888/2022. URL: https://www.finlex.fi/fi/laki/alkup/2022/20220888 (viitattu 17.12.2023).

A. Wall. "Open List Proportional Representation: The Good, the Bad and the Ugly" (2021). International IDEA. DOI: https://doi.org/10.31752/idea.2021.55

Yle. *Kaikki ehdokkaat – Ehdokkaiden äänimäärät.* 2007. URL: https://vaalit.yle.fi/tulospalvelu/2007/eduskuntavaalit/ehdokkaat/index.htm (viitattu 03.04.2024).

Yle. *Lapin vaalipiiri.* 2019. URL: https://vaalit.yle.fi/ev2019/fi/regions/13/ (viitattu 03.04.2024).