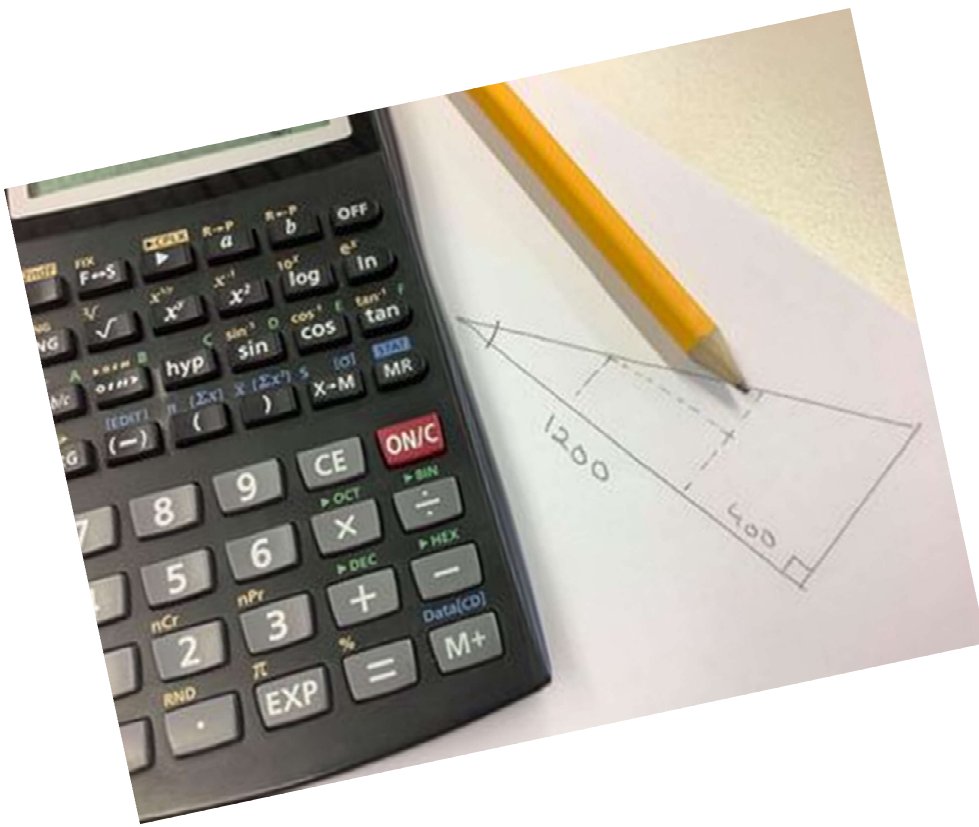


matikka
geometria
pinta-ala
Pythagoras
ristimitta
Rakennusmatematiikka
minä-osaan-laskea
prosentti
laskeminen
suhde
kuutio
kulmat
kaltevuus
tilavuus

MATIKKAA TULEVILLE RAKSA- ALAN AMMATTILAISILLE



Tämä materiaali on tehty osana Tase -hanketta. Se on vapaasti käytävissä ja muokattavissa. Kaikki kuvat ovat allekirjoittaneen tekemiä.

Toivottavasti hyödyt materiaalin käytöstä. Resurssia sen tekemiseen on ollut 40 tuntia, joten materiaali ei kokonaisuudessaan kata ammatillisten opintojen 4 osaamispisteen kurssin sisältöä, mutta toivottavasti se tuo esille, mihin ja millaista matematiikkaa rakennusalalla tarvitset.

terveisin *Leena*



Saimaan ammattiopisto Sampo

Leena Kantanen



Tämä teos on lisensoitu [Creative Commons Nimeä 4.0 Kansainvälinen -lisenssillä](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Mieti hetki, millaisissa tilanteissa viiden vuoden kuluttua tarvitset matematiikkaa?

Tämä kurssi tarjoaa sinulle toivottavasti sellaiset tiedot ja taidot, joilla selviät ammatissasi.

Materiaali ei kata koko Matematiikka ja matematiikan soveltaminen (4 osp) sisältöjä, vaan keskittyy rakennusalalla tarvittavaan keskeiseen osaamiseen.

Selviätkö tästä?

Juhis, Pete, Osku, Timi ja Iida aloittivat juuri opinnot ammattiopiston eri aloilla: rakennus-, sähkö-, metalli-, auto- ja pintakäsittelyaloilla. Päättele, millä alalla kukin heistä on seuraavista vihjeistä:

- Ensimmäisenä koulupäivänä Iida, Pete ja Timi löysivät heti oikeaan luokkaan, mutta rakennus- ja metallipuolen pojat seikkailivat eksyneenä koulun käytävillä etsien omaa ryhmäänsä.
- Ensimmäisenä koulupäivänä samaan aikaan pääsivät ruokatunnille rakennus-, metalli- ja autoalan oppilaat, joten Juhis, Osku ja Iida säntäsivät ruokajonoon samaan aikaan.
- Toisena koulupäivänä pintakäsittely-, metalli- ja autoalan opiskelijoiden koulupäivä alkoi kahdeksalta, joten Pete ja Osku saivat nukkua yhdeksään ja menivät kouluun vasta kymmeneksi.

Mitä Osku opiskeli?

Matematiikka on peruslaskuja, mutta myös päättelyä ja loogista ajattelua. Sitä oppivat kaikki, jotkut hieman nopeammin, ja osa hieman hitaammin, mutta harjoittelemalla jokaisen taidot kehittyvät.

Rakennusalalla matematiikkaa tarvitaan joka rakennusvaiheessa:

- tontti mitataan ja määritetään sen korkeus merenpinnasta, pihan kaltevuus ja tontin rajat kirjataan ylös ja päätetään tontin muoto ja rakennustan sijoittelu
- rakenusmateriaalin määrät lasketaan, hintoja vertaillaan



- rakennusprojektille arvioidaan aikataulu ja eri työvaiheet mietitään sujuvaan järjestykseen
- tontille lasketaan kunnallistekniikan vaativat kaltevuudet, korkeudet, virtaukset ja sisääntulot
- rakennuspiirrustuksista lasketaan todellisia mittoja ja selvitetään eri rakennusmateriaalien tarve.

Kuudelta rakennusalan ammattilaiselta kysyttiin, mitä on tärkeintä osata matematiikasta rakennusalalta. Tässä heidän vastaukset

”Pinta-alojen ja tilavuuden hahmottaminen oleellista alalle!”

”Useinmiten tarvitaan pinta-alan laskemiseen tarvittavia taitoja. Kappaleet voivat olla kolmioita ympyröitä jne. mutta pitää selvittää, mikä on käsiteltävän kappaleen pinta-ala.”

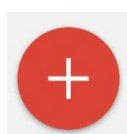
”Suuruusluokan oikeellisuus alalle tärkeä, ei niinkään huipputarkkojen laskelmien tekeminen. Vaikuttaa työssä esiintyvien päätelmien tekemiseen. Yksi asia johtaa toiseen.”

”Prosenttilaskuja ja materiaalimääriä täytyy osata laskea.”

”Esim. suhdeviivaimen käyttö, kun lasketaan pinta-aloja piirrustuksista, on hallittava. On pakko ymmärtää todelliset mitat.”

”Yksikönmuunnoksista on osattava millimetri-senttimetri-metri ja on osattava arvioida tarvittavien materiaalien määrät.”

Mieti hetki, millaisissa tilanteissa sinä saattat tarvita matematiikka taitoja ja kirjaa vastauksesi qr-koodin takaa aukeavaan tauluun tarvitset matematiikkaa?



laatikon.

-merkillä saat lisättyä taulukkoon oman

LUKU 1 PERUSLASKUTOIMITUKSET JA LIKIARVOT

Peruslaskutoimituksia ovat yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskut.

1.1 Pohdi, mikä laskutoimitus sopii seuraaviin ja laske tehtävät.

- a) Teet keikkatyötä. Tuntipalkkasi on 15€/h.
Teet syyslomaviikon jokaisena päivänä töitä: ma 8-17, ti 9-16, ke 9-16, to 8-15 ja pe 8-17. Kuinka paljon on kokonaisansiosi?
- b) Tammiparkettipakettipakkaus maksaa 79,90€. Pakkauksessa on 2,66 m² parkettia, mikä on parketin neliömetrihinta?
- c) Tiililetka maksaa 117,60 €/letka, tiilen kappalehintaa on 1,40 €/kpl, kuinka monta tiiltä yhdessä tiililetkassa on?
- d) Jarruttoman peräkärryn kantavuus on 500 kg. Poltettu umpinainen perustiili PT painaa 3,9 kg/tiili. Kuinka monta tiiltä voit kujettaa kärryllä laillisesti?
- e) Tiilien menekki saumoineen on 55 kpl/ m². Laastin menekki 1,2 kg/ tiili. Jos sinun tarvitsee muurata 12 m² ala, kuinka monta tiiltä ja kuinka monta kilogrammaa laastia ostat?
- f) Huoneen leveys on 340 cm ja pituus 400 cm. Huone laatoitetaan 20 cm x 20 cm lattialaatoilla. Kuinka monta laattaa tarvitaan?
- g) Kahden henkilön urakkapalkka oli yhteensä 3600 euroa. Miten palkka jaetaan matemaattisesti reilusti, jos Paavo oli tehnyt 85 tuntia töitä ja Simo 96 tuntia?

Lukujen pyöristäminen ja vastauksen tarkkuus

Luvun pyöristäminen tarkoittaa luvun korvaamista sen likiarvolla. Lukuja pyöristetään, jotta saadaan siitä saadaan selkeämpi ja helpommin ymmärrettävä. Säännöt lukujen pyöristämiseen

- ✓ **Lopputulos voidaan antaa pääsääntöisesti samalla tarkkuudella kuin on epätarkin lähtöarvo.**
- ✓ Rahasta puhuttaessa lopputulos kannattaa usein antaa kahden desimaalin eli senttien tarkkuudella. Suomessa käteismaksut pyöristetään lähimpään 5 senttiin. Pyöristäminen ei koske tilisiirtoja.

- ✓ Jos pyöristettäessä ensimmäinen pois jätetty numero on 5 tai suurempi, korotetaan viimeinen mukaan tuleva numero yhdellä. Muulloin ei koroteta.

Esimerkki π (pii) on päättymätön desimaaliluku. Jos katsot laskimesta, se voi ilmoittaa esim. pii on 3,14159 26535... Pisteet merkitsevät, että luku jatkuu.

Kahden desimaalin tarkkuudella sen likiarvo on 3,14. Voidaan myös sanoa, että tällöin pii on ilmoitettu myös sadasosan tarkkuudella.

Kun vastaukseksi ilmoitetaan likiarvo voidaan käyttää \approx -merkkiä

1.2 Pyöristä seuraavat arvot

a) Kokonaisluvuiksi

13,45	105,6	1 2013,75	0,95
-------	-------	-----------	------

a) Yhden desimaalin ja kymmenesosan tarkkuuteen

11,21	99,562	0,412	0,08
-------	--------	-------	------

a) Kymmenien tarkkuuteen

28,45	123,20	1 287,75	11,2
-------	--------	----------	------

Ammatillinen tehtävä

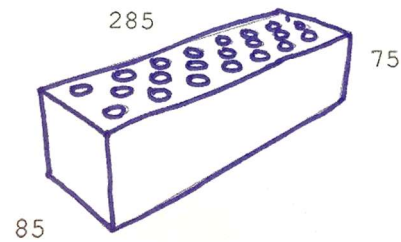
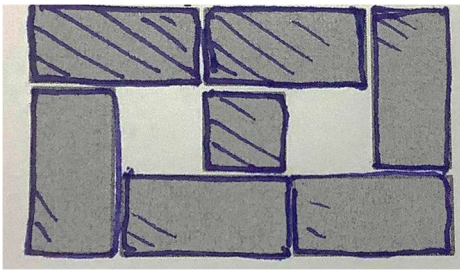
Sinuun ottaa yhtettä kesämökin omistaja, joka oli kuullut huonoja uutisia: Mökillä oli käynyt nuohooja ja saunan savupiippu oli romahtanut.

Kesämökin omistaja pyytää sinulta tarjousta uuden savupiipun muuraamiseksi. Kyseessä on 2 horminen piippu ja piipun vähimmäiskorkeus on 1,2 m.



2-hormiseen savupiippuun asetellaan tiilet:

Savupiippuun käytetään reikätiiliä



Avaa tehtävän anto QR-koodista ja laske tarvittavien materiaalien, tiilien ja muurauslaastin määrä. Ja selvitä sen jälkeen rakennusliikkeen sivustoilta, kuinka paljon materiaalit maksavat.



Arvioi myös työhön kuluva aika ja etsi <https://www.rakennusteollisuus.fi/> sivustoilta tuntipalkka. Matkaa työkohteeseen tulee yhteensä 60 km. Tästä matkasta olet oikeutettu matkakorvaukseen jonka suuruuden löydät esimerkiksi vero.fi sivustolta.

LUKU 2 VERRANNOLLISUUS

Monissa matematiikan laskuissa voit hyödyntää verrantoa, siksi sen opettelemisella on hyvä aloittaa kurssi.

VERRANTO KERTOO, MITEN KAKSI ASIAA VAIKUTTAA TOISIINSA.

Suoraan verrannollisuus

Jokapäiväisessä elämässä monet asiat muuttuvat usein verrannollisesti; Mitä pidemmän matkan ajat, sitä enemmän aikaa ja bensiiniä kuluu. Mitä pidemmän työpäivän teet, sitä suuremman palkan saat. Mitä suuremman lattiapinnan käsittelet, sitä enemmän kuluu materiaaleja ja aikaa.

Verrantolaskussa kannattaa lähtöarvot koota taulukkoon, ylös vierekkäin pari, joka kuuluu yhteen. Muista yksiköt, koska seuraavassa vaiheessa yksikön perusteella sijoitat samat suureet päällekkäin.

Esimerkki

2 litraa maalia riittää 12 neliön kokoisen seinän maalaamiseen. Jos seinäpinta-ala on 36 neliötä, kuinka monta litraa maalia tarvitaan?

2 litraa	12 m ²
?	36 m ²

Kerro ristiin ja jaa kolmannella luvulla
 $2 \cdot 36 / 12 = 6$
Vastauksen yksikkö on litroja

Vastaus 6 litraa

Eri tuotteiden hintoja on helppo vertailla yksikköhintojen avulla. Yksikköhinta tarkoittaa kilo- tai litrahintaa.

Esimerkki

Bensiini maksaa 1,513 €/l. Kuinka monta litraa bensiiniä saat 50 eurolla?

1,513 €	1 litra
50€	?

$50 \cdot 1 / 1,513 = 33$ litraa

Vastaus 33 litraa

Myös monissa fysiikan ja kemian laskuissa voit käyttää verrantoa avuksi.

Esimerkki

Auton nopeus on 85 km/h. Kuinka kauan tällä keskinopeudella nopeudella kuluu aikaa 50 km matkaan.

85 km	60 min
50 km	?

$50 \cdot 60 / 85 = 35$ min

Vastaus 35 minuuttia

VINKKI: Muuttamalla 1 tunti on 60 min, saat vastauksen selkeästi minuutteina.

Verrannon avulla voit muuttaa helposti myös yksiköitä. Esimerkiksi tehon voimme mainita hevosvoimina tai kilowatteina. Energiasta puhuttaessa voimme ilmoittaa vastauksen kilojouleina tai joskus kilokaloreina. Rakennusalalla paljon käytetty pituuden yksikkö on tuuma (inch).

Esimerkki

Muuta 1200 mm tuumiksi. Tiedetään, että yksi tuuma on 2,54 senttimetriä:

$$1'' = 25,4 \text{ mm}$$

1''	25,4 mm
?	1200 mm

Vastaus Pituus on 47,2''

Veneen perämoottorin teho on 55hv. Kuinka paljon teho on kilowatteina. Tiedetään, että yksi hevosvoima on 0,735 kW.

1hv	0,735 kW
55 hv	?

Vastaus teho on 40 kW

Auton jarrutusmatka on suoraan verrannollinen auton nopeuden neliöön (eli toiseen potenssiin). Tiedetään, että nopeuden ollessa on 100 km/h, on jarrutusmatka 70 metriä. Kuinka pitkä on jarrutusmatka, jos nopeus on 80 km/h?

$(100 \text{ km/h})^2$	70 m
$(80 \text{ km/h})^2$?

Nyt tarvitset laskimen x^2 -näppäintä
kerro ristiin, muista potenssit
 $80^2 \cdot 70 / 100^2 = 44,8$

Vastaus jarrutusmatka on noin 45 metriä

Kääntäen verrannollisuus

Rakentaja kaakeloi pesutilan lattiaa. Hän tehnyt alustavan arvion suuremmille laatoille, mutta asiakas haluaakin pienempikokoista kaakelilaattaa. Tällöin tarvittavien laattojen määrä kasvaa.

Kolme miestä urakoi rakennustyömaalla viikon ennen kuin perustustyöt ovat valmiit. Neljä työmiestä olisi selvinnyt urakasta nopeammin.

Vaikka suurin osa jokapäiväisen elämän ilmiöistä on suoraan verrannollisia, törmäämme myös ilmiöihin, jotka ovat kääntäen verrannollisia. Tällöin toisen asian kasvu, aiheuttaa toisen pienenemisen.

Kääntäen verrannollisia on esimerkiksi osa nopeuslaskuista. Aivan varmasti, jos nopeus kasvaa, matkaan käytetty aika lyhenee.

Esimerkki

Kesäkelillä auton keskinopeus on 90 km/h, jolloin matka kestää 2 tuntia. Kuinka monta minuuttia pidempään matka kestää talviaikana, kun keskinopeus on 75 km/h? Verrannon kokoat ristikkoon samaan tapaan, mutta nyt et kerrokaan ristikäin, vaan rinnan.

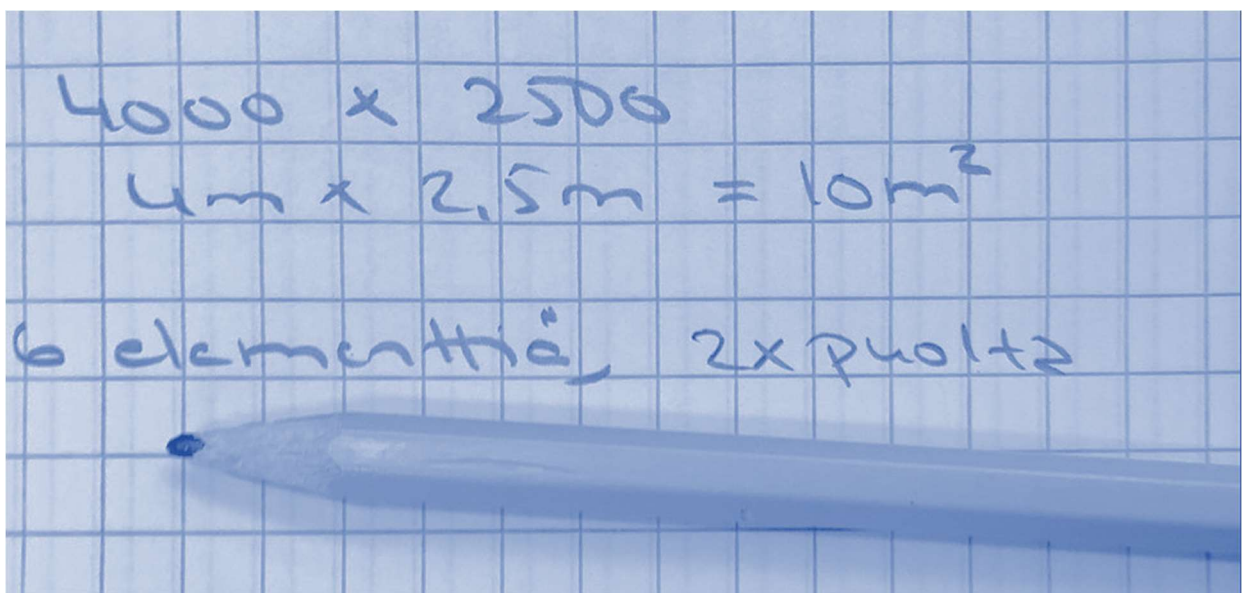


Vastaus matka kestää 22 min pidempään.

Kun olet saanut vastauksen, kannattaa aina miettiä hetki, voiko vastaus olla oikea. Viimeistään tässä vaiheessa voit päätellä, onko annettu tehtävä suoraan vai kääntäen verrannollinen.

Laske

1. Diesel maksaa 1,391 €/l. Kuinka paljon maksaa tankillinen, 48 litraa dieseliä?
b) kuinka monta litraa dieseliä saa 50 eurolla?
2. Kupariputki maksoi 13,40€/m. Ostat kupariputkea 550 cm, kuinka paljon maksat?
3. Kiinnityslaastin menekki on 2,2 kg/m². Laatoitettavaa pintaa on 65 m². Kuinka monta 20 kg:n säkkiä kiinnityslaastia tarvitaan?
4. Auton nopeus on 85 km/h. Kuinka kauan kuluu aikaa 240 km matkaan?
5. Maalin riittoisuus karkealle pinnalle on 7m²/l ja maali myydään 3 litran purkeissa. Kuinka monta tölkkiä maalia tarvitaan, jos maalataan kuusi seinäelementtiä molemmin puolin ja elementin koko on 4000 x 2500 (mitat ovat millimetrejä)



6. Auton bensiinin kulutus on 6,5litraa/100km. Kuinka monta kilometriä voi ajaa tällä kulutuksella, kun on tankissa 50 litraa?
7. Perämoottorin teho on 35hv. Paljon teho on kilowatteina. Tiedetään, että yksi hevosvoima on 0,735 kW.
- b) Auton moottorin teho on 85 kW. Paljon tämä teho on hevosvoimina?

Merkitse rastilla, ovatko seuraavat suureet suoraan vai kääntäen verrannollisia.



	Suoraan verrannollisia	Kääntäen verrannollisia
Tehtyjen työtuntien määrä ja palkan suuruus		
Mikroaaltouunin lämmitysteho ja tuotteen sulatukseen tarvittava aika		
Lattiapinta-ala ja lattiaattojen määrä		
Lattialaatan koko ja laattojen määrä		
Kappaleen tiheys ja massa		
Levyn paksuus ja massa		

Laske. Mieti ennen laskemista, onko kyseessä suoraan vai kääntäen verrannollisuus

1. Naapurukset rakensivat taloja rinnakkain. He tilasivat ikkunat yhteistilauksena, koska tällöin toimituskulut olivat pienemmät. Ensimmäiseen taloon tuli 10 ikkunaa ja toiseen 14. Kuinka paljon ensimmäisen talon rakentaja joutui maksamaan, kun koko ikkunalasku oli 2 800 euroa.
2. Tietokoneen näyttö on 40 tuumaa. Kuinka paljon se on senttimetreinä?
3. Laastin riittoisuus on 3 kg/m^2 . Kuinka suurelle pinta-alalle 20 kg:n säkistä riittää laastia?
4. Neljä miestä haravoi puistoalueen kolmessa tunnissa. Monta miestä olisi tarvittu töihin, jos pihan haravointiin kuluisi kaksi tuntia?
5. Matkaan kului aikaa 20 minuuttia, jos ajonopeus oli 60 km/h. Kuinka kauan matka kestää, jos nopeus olisi 80 km/h?
6. Huoneen lattian laudoittamiseen kului 25 cm leveää lautaa yhteensä 180 jm. Kuinka monta metriä lautaa olisi tarvittu, jos sen leveys olisi ollut 33 cm?
7. Polttoöljyn tiheys on $0,8 \text{ kg/dm}^3$. Kuinka monta litraa polttoöljyä on kanisterissa, jos se painaa 50kg?
8. Kahdeksan tunnin työpäivän kokonaisansio oli 98 €. Mikä on tuntipalkka?

9. Kuinka paljon maksaa yhden tuotteen valmistaminen, jos 25 kappaleen erän valmistaminen maksaa 2 100 €?

10. Kimppakyyti neljältä hengeltä maksoi kultakin kuusi euroa viikossa. Jos yksi kyytiläinen jää kimpasta pois, kuinka suuri on jäljelle jääneiden viikoittainen matkakulu?

11. Rakennuksella työskenteli 18 rakentajaa. He tekivät töitä 10 tuntia päivässä. Jos rakennukselle palkattaisiin kaksi uutta työntekijää, kuinka paljon työaikaa voitaisiin lyhentää, ilman, että rakennusteho laskisi?

4 SUHDE JA MITTAKAAVA

Suhde on käytössä monilla ammattialoilla

-rakennuspiirroksissa on aina ilmoitettu mittakaava, jolla voi selvittää kohteen oikean koon.

-talonrakennusalalla rakennusten portaiden ja liuskojen nousukorkeus on ilmoitettu suhteen avulla, samoin kattojen kaltevuus. Sekoitussuhde on tärkeä betonia valmistavalle.

-maan- ja viherrakennusalalla pengerrysten ja rinteiden jyrkkyys ilmoitetaan suhteen avulla.

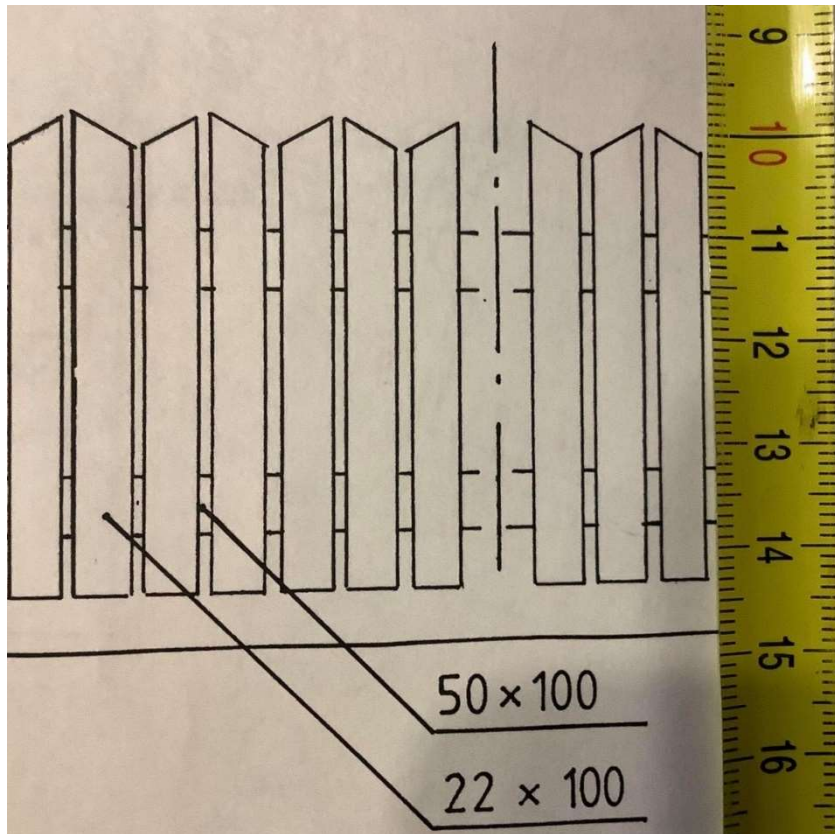
- pintakäsittelyalalla maalien ohentamiseen käytetään seossuhteita. Samoin puhdistusliuokset voi tulla tiivisteinä, jotka tulee laimentaa ennen käyttöä.

Tyypillisiä mittakaavoja talonrakennusalalla ovat 1:100, 1:50 ja 1:20

Tyypillinen omakotitalon katon kaltevuus on 1:3

Esimerkki

Alla on aidan havainnekuva, jonka mittakaava on 1:20. Kun halutaan selvittää laudan korkeus mitataan se mittaunauhalla tai viivottimella.



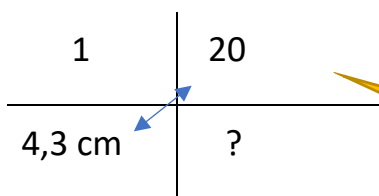
Korkeus kuvassa on 4,3 cm, oikeasti mitta on 20-kertainen eli

$$4,3 \text{ cm} \cdot 20 = 86 \text{ cm}$$

Jos laudan leveys on oikeasti 100 mm niin kuvasta mitattuna se olisi $100 \text{ mm} : 20 = 5 \text{ mm}$

Huomaa, että vastaus on samassa yksikössä kuin lähtöarvo.

Voit myös käyttää ratkaisemisiin verrantoristikkoa. Nyt ylös tulee mittakaava 1:20



Vasemmalle mitta piirroksessa, oikealle mitta todellisuudessa

Kerrotaan ristiin

Vastaus Aitalaudan korkeus on 86 cm

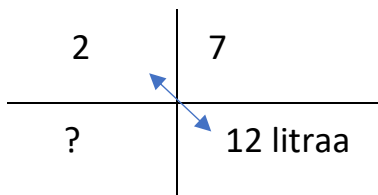
Alla olevan liuskan kaltevuus on 1:4. Jos liuskan maan myötäinen pituus on ?

Esimerkki

Helmiäismaali sekoitetaan perusmaaliin suhteessa 2:5. Kuinka paljon helmiäismaalia on ostettava, kun maaliseosta tarvitaan 12 litraa ?



Nyt osio on valmiissa maaliseoksessa $2+5=7$



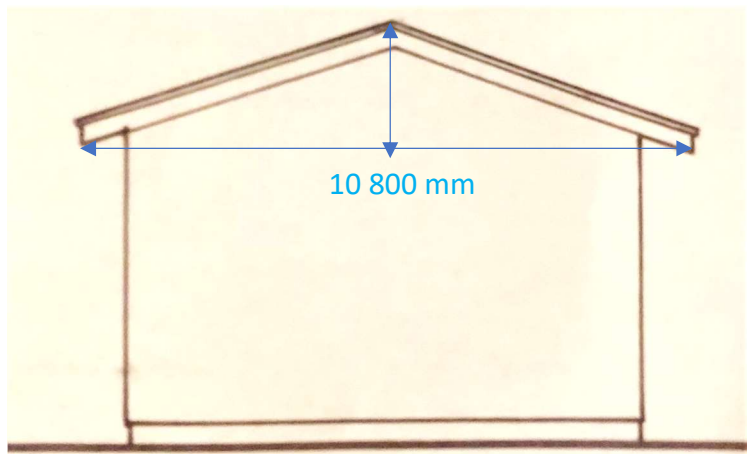
Helmiäismaalia 2 osaa, maaliseosta
yhteensä 7 osaa

Vastaus helmiäismaalia tarvitaan 3,4 litraa

Betonin tärkein osa-aine on sideaine eli sementti. Sileiden pintojen kuten pihalaattojen valamiseen sementtiä sekoitetaan hiekkaan 1:3. Portaita ja lattiaita valettaessa betoni sekoitetaan sementistä, hiekasta ja kivistä, ja sekoitussuhde ilmoitetaan siinä järjestyksessä. 1:2:3 tarkoittaa siis 1 osaa sementtiä, 2 osaa hiekkaa ja 3 osaa kiviä. Kivien koko vaihtelee valun paksuuden mukaan. Nyrkkisääntö sanoo, että kivet saavat olla kooltaan vain kolmasosan betonin paksuudesta.

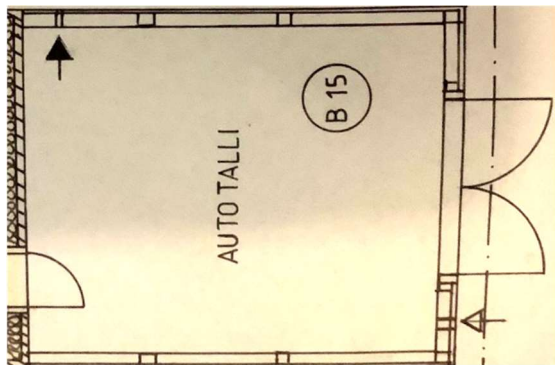
Tehtäviä

1. Betoni valmistetaan sekoittamalla sementtiä ja hiekkaa. Jos sekoitussuhde on 1:4, laske kuinka paljon tarvitset sementtiä valmistettaessa kuutio (tuhat litraa) betonia?
2. Ohutsaumalaastiin sekoitetaan vettä suhteessa 4:1 (laasti:vesi). Jos saumalaastisäkki painaa 25 kg, monta litraa lisät vettä?
3. Vesiohenteinen maalinpoistoon tarvittava liuotin on laimennettava suhteessa 1:20. Laske, kuinka monta litraa käyttöliuosta taas 500 ml maalipoistoliuotintiiivistepullollisesta.
4. talon katon kaltevuus on 1:3 (pysty:vaaka). Kuinka korkea on katon päätykolmio, jos talo on 10 800 mm leveä.



5. Kaverukset perustivat valmistuttuaan maalausalan yrityksen. Ensimmäisen vuoden jälkeen firma oli tuottanut voittoa 36 000 euroa. Paljonko kukin kolmesta kaveruksesta sai, kun voitto jaettiin sijoitettujen pääomien suhteessa. Ensimmäinen kaveruksista sijoitti firmaan vuoden alussa 12 000 euroa, toinen 8 000 euroa ja kolmas 7 000 euroa.

6. Ohessa on autotallin rakennuspiirustus, joka on mittakaavassa 1:50. Mitkä ovat autotallin todelliset mitat, kun mittaat leveydeksi tasan 7 cm ja pituudeksi 9,7 cm.



7. Rakennuspiirustuksessa kesämökin mitat: pituus 39 mm ja leveys 23 mm. Piirustuksen mittakaava on 1:200

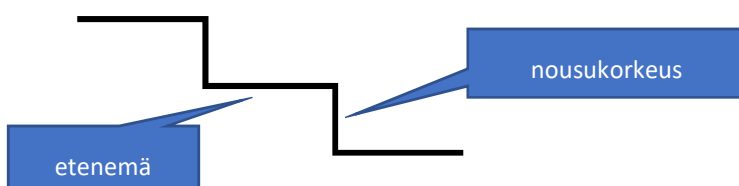
- Mitkä ovat mökintodelliset mitat? Ilmoita tulos senttimetreinä ja metreinä.
- Jos koko mökkiin laitetaan lautalattia ja laudan leveys on 25 cm, monta metriä lautaa täytyy tilata lattiaa varten.

8. Märkätilojen lattian suositeltava kaltevuus veden poisjohtamiseksi on lattiakaivoon päin 1:80, suihkun alueella 1:50. Jos lattiakaivo on kylpyhuoneen keskellä ja kylpyhuone on 2 800 mm leveä ja kaltevuus on 1:80. Lske kuinka paljon korkeammalla lattia on seinän vieressä kuin lattiakaivon kohdalla.

9. Kivituhkan hinta 80€/m³ (kuutiometri) ja hiekan hinta 30€/m³

- Jos näitä materiaaleja kivituhkaa ja hiekka sekoitetaan 2:3, mikä tulee seoksen kuutiometrihinnaksi??
- Kuinka paljon maaleja pitää sekoittaa keskenään, jotta saadaan 6 kuutiometriä kivituhkan hiekkaseosta, jonka hinnaksi tulee 50€/m³?

10. Portaikon kaltevuus on 3:5 (pysty:vaaka). Jos yhden portaatan nousukorkeus on 25 cm, kuinka suuri on etenemä?



5 VERRANTOMUOTOISET YHTÄLÖT

Verrantomuotoiset yhtälöt voit ratkaista ristiinkertomalla.

Esimerkki

Ratkaise yhtälö

$$\frac{12}{30} = \frac{x}{50}$$

Kerrotaan ristiin, kuten suoraan verranollisissa laskuissa

$$12 \cdot 50 / 30 = 20$$

Lasku voidaan tarkastaa sijoittamalla luku 20 x:n paikalle. Nyt yhtälön vasen puoli on

$12:30=0,4$ ja oikea puoli $20:50 =0,4$ eli luvut ovat samat.

Tehtävä

Ratkaise seuraavat yhtälöt

$$\frac{10}{50} = \frac{2}{x}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{x}{14}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{4}{18}$$

$$\frac{6}{30} = \frac{x+2}{50}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{12}{50}$$

$$\frac{14}{2} = \frac{2x}{5}$$

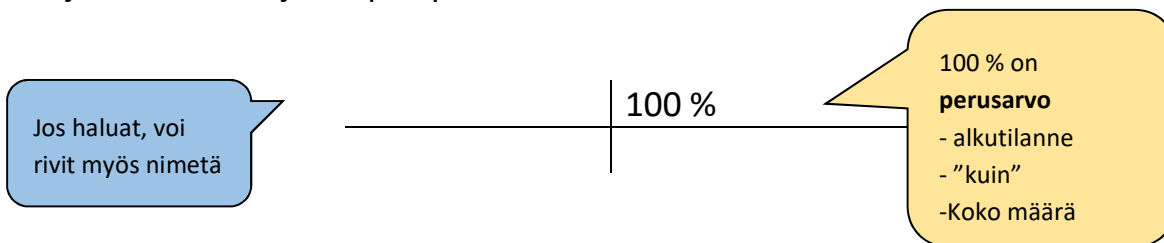


6 PROSENTIT

Prosentti on yksi sadasosa:

$$1 \% = 1/100$$

Prosenttilaskut voi ratkaista monella tapaa, itse pidän helpoimpana verranto-tapaa, jossa verrantojen tapaa prosenttilaskun tehtävästä tiedot kootaan ristikkoon



Kun oppii löytämään tehtävästä perusarvon, ratkaiseminen on helppoa.

Talouseläämän tehtävistä suurin osa on prosenttilaskuja, koska hinnanmuutokset, verot, alennukset, palkan korotukset, korot yms. ilmoitetaan prosentteina. Prosentteja tarvitaan myös seosten pitoisuuksien ilmoittamiseen.



Prosenttilaskut voi ratkaista monella tapaa: jos sinulla on jo jokin tapa, minkä hallitset (prosentin muuttaminen desimaaliluvuksi, esim. $20 \% = 0,2$, tai yhden prosentin menetelmä tai murtolukumenetelmä), voit käyttää sitä. Jos prosenttilaskut ovat olleet hankalia, verrantoihin perustuva ratkaisutapa auttaa monia.

Verrantomenetelmässä prosenttilaskusta kootaan taulukko, jossa oikeaan yläkulmaan tulee perusarvo 100%

	100%

100% viereen tulee

- lähtötilanne, jos prosentti kuvaa muutosta,
- "kuin" jos prosenttia käytetään vertailuun tai
- kokomäärä, jos prosenttiosuus kuvaa osaa jostakin määrästä.

Esimerkki

Tuote maksoi 30 euroa. Siitä sai 15 % alennuksen, kuinka paljon tuote maksoi alennuksessa?

alussa 30 €	100%
alennus ?	15%

Kerro ristiin $30 \cdot 15 / 100 = 4,50\text{€}$, joten tuote maksaa $30\text{€} - 4,5\text{€} = 25,50\text{€}$

Vastaus: Tuote maksoi 25,50€

Vuodenvaihteessa hinta nousi 180 eurosta 225 euroon. Kuinka monta prosenttia korotus oli?

alussa 180€	100%
nousu 45€	?

Kerro ristiin $45 \cdot 100 / 180 = 25\%$

Vastaus: Korotus oli 25%

Tehtäviä

1. Takki maksoi 220 euroa ja siitä saa 40 euroa alennusta. Kuinka monta prosenttia alennus on?
2. Avointa työpaikkaa hali 24 henkilöä, joista 7 kutsuttiin haastatteluun. Laske, kuinka moni sai haastattelukutsun?
3. Ruokaostoksista saa bonusta 1,5 %. Kuinka monta euroa saa bonusta, jos kuukauden ruokaostot ovat 455€?
4. Kesätöistä sai ensimmäisenä vuotena palkkaa 1250€/kk ja toisena vuotena 1395€/kk. Kuinka monta prosenttia palkka kasvoi?
5. Bensiinin hinta on tällä viikolla 1,349€/l, viime viikolla se oli 1,319€/l. Kuinka monta prosenttia alennus oli?
6. Jos sanomalehden tilaa irtonumeroina se maksaa 0,89€/lehti. Vuositilaus maksaa 240€/vuosi. Kuinka monta prosenttia kalliimmaksi lehti tulisi ostaa irtonumeroina, jos ostaa lehden joka päivä vuoden aikana.
7. Verkkokaupassa tuote maksoi käteismaksulla 89€. Sen pystyi ostamaan myös osamaksulla 10,90€/kk, maksuaika 1 vuosi. Kuinka monta prosenttia kalliimmaksi tuote tuli osamaksulla kuin käteisellä?
8. Haastatteluun osallistuvien iät olivat
22 34 54 34 44 21 25 56 66 53 32 34 22 61 33 18
34 43 52 19 25 43 31 29
 - a) Kuinka monta prosenttia oli alle 30-vuotiaita?
 - b) Entä yli 50-vuotiaita

9. Työntekijän kuukausipalkka eli bruttopalkka oli 2 850 € ja veroprosentti 27 %. Laske työntekijän saama nettopalkka eli ansio verojen vähentämisen jälkeen.

Ole seuraavissa tehtävissä tarkkana, aina et tiedä perusarvoa!

10. Tilille tuleva nettopalkka on 1890 €/kk ja veroprosentti 25%. Laske, kuinka suuri on bruttopalkka.
11. Housut maksoivat 30 % alennusmyynnissä 45 €. Paljonko housut maksoivat ennen alennusta?
12. Omakotialueella tehtiin tutkimus, millaisia materiaaleja talon edustoilla oli käytetty. Tulokset on taulukossa. laske prosenttiosuudet ja piirrä näistä kuvaaja esimerkiksi käyttäen Excel ohjelmaa.

Kattomateriaali	Määrä, kuinka monessa talossa on
Kivetys	12
Betonilaatat	8
Sora	18
Hiekka	6
Sepeli	2
Muu	4

13. Tuotteen normaalihinta oli 40€. Siitä sai 30 % alennusta. Kuinka paljon tuote maksoi alennuksessa?

14. Sahatavaran hintaa korotettiin 6 %. Mikä oli laudan alkuperäinen metrihinta, kun hinta korotuksen jälkeen on 18,50€/m?

15. Valmistaja ilmoittaa, että kiinnityslaastin menekki on 2,2 kg/m². Laatoitettavaa pintaa on 85 m². Jos laastia on varattava vähintään 15 % yli tarpeen, kuinka monta 20 kg:n säkkiä kiinnityslaastia tarvitaan?

16. Autoalan palkan nousivat keskimäärin 4,7 %. Saman aikaan sähköalan palkat nousivat 3,2 %.

a) Kuinka monta prosenttiyksikköä enemmän palkan nousivat autoalalla kuin sähköalalla?

b) Kuinka monta prosenttia autoalan palkan korotus oli suurempi kuin sähköalan?

17. Kuinka paljon on kaadettava öljyä 8 litraan bensiiniä, jotta seos tulisi öljyn suhteen neliprosenttiseksi?

18. Hiekassa on kosteutta 15%. Jos kostean hiekan tiheys on 2 400 kg/m³ ja hiekan kosteuspitoisuus on 18%. Laske, mikä on kuivan hiekan tiheys, jos tilavuus ei kuivauksen aikana muutu.



Geometrian osuudessa käydään läpi tavallisimpien kappaleiden piirit, pinta-alat ja tilavuudet. Suurin osa rakennusmateriaaleista hankitaan pinta-alaperusteisesti. Jotta pinta-alojen ja tilavuuden laskut onnistuvat, kertaa ensin pituusmitat.

PIIRIT JA PINTA-ALAT SEKÄ TILAVUUS

1. Suorakulmion muotoisen kylpyhuoneen lattia kaakeloidaan neliönmuotoisilla laatoilla, joiden sivun pituus on 20 cm. Kuinka monta laattaa tarvitaan, kun kylpyhuoneen pituus on 2,1 m ja leveys 1,8 m. Saumoja ei tarvitse huomioida.

2. Lattialaatan koko on 10x20 cm, laattojen väliin tulee 1 mm saumat. Huoneen leveys on 2,8 m ja pituus 3,6 m. Kuinka monta laattaa on ostettava?

3. Kaapelikelan halkaisija on 140 cm. Arvioin tämän perusteella, kuinka monta metriä siinä on kaapelia, jos kelassa on keskimäärin jäljellä 50 kierrosta?



4. Huone on suorakaiteen muotoinen, sen pituus on 4,8 m ja leveys 3,2 m. Huoneen korkeus on 250 cm.

a) Mikä on huoneen tilavuus?

b) jos huoneen ilmastointi on säädetty niin että 15% huoneen ilmasta tulisi vaihtua tunnissa, niin kuinka suureksi säädät ilmavirran? Kuinka monta litraa tämä olisi minuutissa?

5. Laske maalipurkin tilavuus, kun pohjan halkaisija on 18 cm ja korkeus 22 cm?

b) jos maalista käytetään 2 litraa, kuinka monta senttimetriä purkki on vajaa, jos se aluksi oli täynnä.

6. Kaivon renkaan halkaisija on 80 cm ja korkeus 50 cm.

Laske, kuinka monta rengasta tarvitaan, jos halutaan että kaivoon mahtuu $2,5 \text{ m}^3$ vettä?

8. Lieriön muotoisen jätevesisäiliön korkeus on 2300 mm ja halkaisija 1200 mm.

a) Laske, monta litraa vettä säiliöön mahtuu.

b) Jos säiliö tyhjennetään pumpulla, jonka pumppausteho on 250 l/min, kuinka kauan säiliön tyhjennys kestää

9. Pihalaatta on tehty betonista. Laatta on neliön muotinen, sen mitat on 30 cm x 30 cm ja paksuus 5 cm. Kuinka monta kuutiota betonia menee 600 laatan valmistamiseen?



10. Mikrosementtilaasti myydään 15 kg säkeissä. Laastia kuluu $1,8 \text{ kg/m}^2$ käsiteltävä pinta on mitoiltaan 680 cm leveys ja 900 cm pituus. Kuinka monta säkkiä laastia ostat, jos varaat +10% enemmän kuin laskennallinen tarve on?