

# LAINAA VAIN

## 1 LAINOIHIN LIITTYVIÄ KYSYMYKSIÄ

---

Minkälaisia erilaisia lainoja on?

Onko valtion ottama laina samalaista kuin yrityksen tai yksityishenkilön ottama laina?

Miksi lainassa on korko?

Millaisia korkoja lainoissa käytetään?

Onko korolla ylärajaa?

Kuka voi saada lainaa?

Milloin lainaa on järkevää ottaa?

Onko väliä minkälaisen lainan ottaa?

Mitä eroa on asuntolainan, autolainan ja kulutusluoton koroissa ja miksi?

Onko järkevämpää asua vuokralla kuin ostaa asunto?

Mitä ero on vakuudellisella ja vakuudettomalla lainalla?

Mikä on finanssivalvonnan rooli?

Miksi suomalainen ei yleensä ota lainaa ulkomaisesta pankista?

Miksi pankki käyttää lainojen ehdoissa merkintöjä 30pv/kk ja 365pvä/vuosi?

## 2 TIEDONHAKU

---

Etsi hakukoneella julkinen lainalaskuri ja kokeile millaisia lainatarjouksia se tarjoaa. Kokeile erilaisilla lainalaskureilla.

- Kerrotaanko laskurissa lainan ehdot?
- Näkykö laskurissa lainan korko? Mistä korko koostuu?
- Minkä suuruisia lainoja laskurilla voi tutkia?
- Onko eri lainalaskureiden toimintaperiaate samanlainen?

## 3 TEHTÄVIÄ

---

### 3.1 TASALYHENNYSLAINA

Tasalyhenteisen lainan suuruus on 10 000e. Lainaa lyhennetään kuukausittaisin ja laina-aika on kolme vuotta. Kuukausikorko koostuu pankin omasta prime-korosta 1,5 % ja korkomarginaalista 1,0 %.

1. Kuinka suuri on lainan kuukausittainen lyhennys?

2. Kuinka suuri on ensimmäinen maksuerä?
3. Kuinka suuri on viimeinen maksuerä?
4. Kuinka paljon lainaa on jäljellä vuoden jälkeen?
5. Mikä on vuosikorkokanta?
6. Kuinka paljon korkoa lainasta maksetaan kaiken kaikkiaan?

BONUS. Erästä toista lainaa lyhennetään vuosittain. Laina-aika on viisi vuotta. Vuosikorko koostuu pankin omasta prime-korosta 1,5 % ja korkomarginaalista 1,0 %. Kolmen vuoden päästä maksupäivän lähestyessä lainaa on jäljellä 4800 euroa. Kuinka suuri laina oli alun perin?

### 3.2 ANNUITEETTILAINA

Annuiteettilainan suuruus on 150 000 euroa ja takaisinmaksuaika 20 vuotta. Vuosikorko koostuu euribor 365-korosta 2,0 % ja pankin omasta korkomarginaalista 3,50 %. Lainaa maksetaan takaisin kuukausittain.

1. Mikä on kuukausikoron korkotekijä?
2. Laske annuiteetin eli tasaerän suuruus.
3. Kuinka suuria ovat ensimmäinen ja viimeinen maksuerä?
4. Kuinka paljon korkoa maksetaan ensimmäisessä maksuerässä?
5. Paljonko lainaa on jäljellä 10 vuoden jälkeen?
6. Kuinka paljon laina lyhenee viimeisellä maksukerralla?
7. Kuinka paljon lainasta maksetaan kaiken kaikkiaan korkoa?

BONUS. Entä kuinka suuren lainan edellisen tehtävän ehdoilla voi ottaa, jos pystyy maksamaan vain 650e suuruisen takaisinmaksuerän kuukausittain?

## 4 RATKAISUT

---

### 4.1 TASALYHENNYSLAINA

#### 1. Kuinka suuri on lainan kuukausittainen lyhennys?

Kuukausittainen lyhennys saadaan selvittämällä kuinka monta maksukertaa on yhteensä ja jakamalla lainan määrä maksukertojen määrällä.

Nyt laina-aika on kolme vuotta ja lainaa maksetaan kuukausittain eli maksukertojen määrä on

$$n = 3 \cdot 12 \rightarrow 36$$

Jakamalla lainan määrä maksukertojen määrällä saadaan

$$\text{lyhennys} = \frac{10000}{n} \rightarrow 277.778$$

Eli lainan kuukausittainen lyhennys on 277,778 euroa.

Mikäli lyhennyksen määrä epäilyttää, asia voidaan tarkistaa kertomalla lyhennyksen määrä maksukertojen määrällä, jolloin pitäisi saada tulokseksi lainan kokonaismäärä. Eli

$$36 \cdot 277.78 \rightarrow 10000.1 \text{ tai tarkoilla arvoilla laskettuna}$$

$$n \cdot \text{lyhennys} \rightarrow 10000.1$$

## 2. Kuinka suuri on ensimmäinen maksuerä?

Maksuerä koostuu aina lainan lyhennyksestä sekä korosta. Korke lasketaan maksuhetkellä jäljellä olevan lainan määrän mukaan kertomalla jäljellä olevan lainan määrä korkokertoimella. Ensimmäisellä maksukerralla kaikki laina on vielä jäljellä, koska sitä ei ole lyhennetty vielä kertaakaan.

Lasketaan ensin korkokerroin. Kuukausittainen korkoprosentti on  $1,5\%+1,0\% = 2,5\%$  ja korkokerroin saadaan jakamalla tämä sadalla.

$\frac{1.5+1.}{100} \rightarrow 0.025$  on korkokerroin, jonka saa myös suoraan

$k:=(1.5)\%+(1.)\% \rightarrow 0.025$ .

Sitten koron määrä. Lainaa on jäljellä 10 000 euroa, joten koron määrä

$10000 \cdot 0.025 \rightarrow 250$  euroa

(tai tarkoilla arvoilla  $10000 \cdot k \rightarrow 250$  euroa).

Tällöin **maksuerän suuruus** on lyhennyksen ja koron summa

**lyhennys+250**  $\rightarrow 527.778$  euroa.

### 3. Kuinka suuri on viimeinen maksuerä?

Viimeisellä maksukerralla lainaa on jäljellä enää yhden lyhennyksen verran eli **lyhennys** ▶ **277.778 euroa**. Korkoa maksetaan enää tästä summasta eli

$277.778 \cdot 0.025$  ▶ **6.94445** euroa tai jälleen tarkoilla arvoilla

**k<sub>viimeinen</sub>** = **lyhennys** · **k** ▶ **6.94444** euroa.

**Maksuerän** suuruus on lyhennyksen ja koron summa.

$277.778 + 6.94445$  ▶ **284.722** euroa ja sama tarkoilla arvoilla

**lyhennys** + **k<sub>viimeinen</sub>** ▶ **284.722** euroa.

### 4. Kuinka paljon lainaa on jäljellä vuoden jälkeen?

Tasalyhennyslaina lyhenee jokaisella maksukerralla saman verran, joten laskemalla maksukertojen määrän, saadaan selville paljonko laina on lyhentynyt. Vuoden jälkeen kuukausittaisia maksukertoja on ollut kaksitoista eli

$1 \cdot 12$  ▶ **12**.

Nyt jokaisella maksukerralla laina on lyhentynyt **lyhennys** ▶ **277.778**

euroa eli yhteensä

$12 \cdot \text{lyhennys}$  ▶ **3333.33** euroa.

Lainaa oli alunperin 10 000 euroa, joten näiden lyhennysten jälkeen jäljellä on

$10000 - 3333.33$  ▶ **6666.67** euroa.

### 5. Mikä on vuosikorkokanta?

Kuukausikorosta voidaan aina laskea vuosikorkokannasta ja toisin päin. Nyt kuukausittainen korko on  $1.5\% + 1.0\% = 2.5\%$ , joten vuosikorkokanta saadaan kertomalla tämä kuukausien määrällä (12)

$2.5\% \cdot 12 = 30\%$ .

Lisähavaintona voidaan sanoa, että vuosikorkokanta on sangen suuri.

### 6. Kuinka paljon korkoa lainasta maksetaa kaiken kaikkiaan?

Koron kokonaismäärän selvittämiseksi voi olla helpointa käyttää taulukkolaskentapuolta. Merkitään ensimmäiseen sarakkeeseen lainan määrä, joka aluksi on 10 000 euroa ja siitä aletaan aina vähentää lyhennyksen määrä, kunnes lainan määrä menee nolllaan. Toiseen sarakkeeseen laitetaan korko eli korkokerroin kertaa jäljellä olevan lainan määrä. Ruudun alanurkan pienestä neliöstä vetämällä vältyt näpyttämästä jokaista ruutua erikseen.

	A lainaa	B korko	C
=			
1	10000	250.	
2	$1-277.778$	243.056	
3	9444.44	236.111	
4	9166.67	229.167	
5	8888.89	222.222	
6	8611.11	215.278	
7	8333.33	208.333	
8	8055.55	201.389	
9	7777.78	194.444	
10	7500	187.5	
A2	$=a1-277.778$		

  

	A lainaa	B korko	C
=			
1	10000	$=0.025 \cdot a1$	
2	9722.22	243.056	
3	9444.44	236.111	
4	9166.67	229.167	
5	8888.89	222.222	
6	8611.11	215.278	
7	8333.33	208.333	
8	8055.55	201.389	
9	7777.78	194.444	
10	7500	187.5	
B1	$=0.025 \cdot a1$		

Tämän jälkeen voidaan käyttää summa-toimintoa `=sum()` ja selvittää maksettujen korkojen summa.

	A lainaa	B korko	C
=			
31	1000.00	41.0000	
32	1388.88	34.7221	
33	1111.11	27.7776	
34	833.326	20.8332	
35	555.548	13.8887	
36	277.77	6.94425	
37		4625.	
38			
39			
40			
B37	$=sum(b36:b1)$		

**Maksettujen korkojen summaksi** tulee siis yhteensä 4625 euroa.

**BONUS.** Ensin täytyy selvittää jäljellä olevien maksukertojen määrä. Korko on tässä tehtävässä "hämäyksenä" sillä tasalyhennyslainassa korko vaikuttaa vain maksuerän suuruuteen, mutta ei lainan lyhennyksen määrään.

Maksukertoja on yhteensä viisi, joista kaksi on jo maksettu ja kolme on vielä maksamatta. Eli jäljellä oleva 4800 euroa pitäisi maksaa seuraavalla kolmella maksukerralla. Näin ollen lyhennyksen suuruus on lainan määrä jaettuna maksukertojen määrällä

$$\frac{4800}{3} \blacktriangleright 1600 \text{ euroa.}$$

Koska kaksi maksukertaa on jo ollut, on tähän mennessä lainaa maksettu pois

$$2 \cdot 1600 \blacktriangleright 3200 \text{ euroa.}$$

Täten lainasumma on alunperin ollut jäljellä oleva laina plus jo maksettu laina

$$3200 + 4800 \blacktriangleright 8000 \text{ euroa.}$$

## 4.2 ANNUITEETILAINA

### 1. Mikä on kuukausikoron korkotekijä?

Vuosittainen korkokerroin on  $k = (2\%) + (3.5\%) \blacktriangleright 0.055$ , josta saadaan kuukausittainen

korkokerroin  $kk = \frac{k}{12} \blacktriangleright 0.004583333333$  ja edelleen kuukausikoron korkotekijä

$$q = kk + 1 \blacktriangleright 1.00458333333.$$

## 2. Laske annuiteetin eli tasaerän suuruus.

Annuiteetin suuruus saadaan kaavalla  $A = Kq^n \cdot \frac{1-q}{1-q^n}$ , missä

A tarkoittaa annuiteettia,

K tarkoittaa pääomaa (eli lainan määrä),

q tarkoittaa korkotekijää ja

n tarkoittaa maksuerien määrää.

Tai talouslaskentasovelluksella.

Sijoittamalla kaavaan

$$\text{annuiteetti} = 150000 \cdot (1.00458333333)^{20 \cdot 12} \cdot \frac{1 - 1.00458333333}{1 - (1.00458333333)^{20 \cdot 12}} \rightarrow 1031.83096145$$

*HUOM! Voit käyttää kaavassa myös edellä määriteltyä korkotekijää.*

$$a = 150000 \cdot q^{20 \cdot 12} \cdot \frac{1-q}{1-q^{12 \cdot 20}} \rightarrow 1031.83096179$$

Saadaan annuiteetiksi 1031,83e. Sama saadaan talouslaskentasovelluksella

Saadaan annuiteetiksi 1031,83e. Sama saadaan talouslaskentasovelluksella

Talouslaskentaohjelma ×

N:	240
I(%):	0.458333333
PV:	150000
Pmt:	-1031.83096145
FV:	0.
PpY:	1
CpY:	1
PmtAt:	LOPPU

Laske painamalla ENTER  
Maksuerä, Pmt

Talouslaskentasovelluksen miinus tarkoittaa, että raha liikkuu lainanottajalta pois päin.



### 3. Kuinka suuria ovat ensimmäinen ja viimeinen maksuerä?

Annuiteetilainan kaikki maksuerät ovat samansuuruisia ja laina on maksettu pois, kun viimeinen maksuerä on maksettu. Eli sekä ensimmäinen että viimeinen maksuerä ovat **a ▶ 1031.83096179** euroa.

### 4. Kuinka paljon korkoa maksetaan ensimmäisessä maksuerässä?

Maksuerän suuruus on **a ▶ 1031.83096179**, jossa ovat mukana korko ja lyhennys. Lainaa on ensimmäisen maksuerän kohdalla jäljellä koko 150000 euroa, joten korkoa maksetaan  $150000 \cdot 0.004583333333 \rightarrow 687.49999995$  eli 687,50 euroa.

Jälleen voidaan käyttää myös aiemmin määritettyä kuukausittaista korkokerrointa, jolloin korkoa on sama

$150000 \cdot kk \rightarrow 687.5$  euroa.

### 5. Paljonko lainaa on jäljellä 10 vuoden jälkeen?

Jäljellä olevan lainan määrä annuiteetilainassa voidaan laskea kaavalla

$$V_k = Kq^{k-A} \frac{1-q^k}{1-q}, \text{ missä}$$

$V_k$  tarkoittaa jäljellä olevan lainan määrää,

$K$  tarkoittaa lainapääomaa,

$q$  tarkoittaa korkotekijää,

$k$  tarkoittaa lyhennysten määrää ja

$A$  tarkoittaa annuiteettia.

Tai voidaan käyttää talouslaskentasovellusta.

Talouslaskentaohjelma ×

N:	120
I(%):	0.458333333
PV:	150000
Pmt:	-1031.83096145
FV:	-95076.60089606
PpY:	1
CpY:	1
PmtAt:	LOPPU

Talouslaskentaohjelman tiedot tallennettu  
tvm.n, tvm.i, tvm.pv, tvm.pmt, ...

Sijoittamalla kaavaan likiarvot saadaan

$$V_k = 150000 \cdot (1.0045833333)^{10 \cdot 12} - 1031.83096179 \cdot \frac{1 - (1.0045833333)^{10 \cdot 12}}{1 - 1.0045833333}$$

► 95076.6007022

Tai sijoittamalla kaavaan käyttäen aiemmin määriteltyjä muuttujia.

$$v_k = 150000 \cdot q^{10 \cdot 12} - a \cdot \frac{1 - q^{10 \cdot 12}}{1 - q} \quad \text{► } v_k = 95076.6009098$$

Lainaa on siis jäljellä 10 vuoden jälkeen 95 076,60 euroa.

## 6. Kuinka paljon laina lyhenee viimeisellä maksukerralla?

Käytetään jäljellä olevan lainan määrän kaavaa

$$V_k = Kq^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q} \text{ tai talouslaskentasovellusta.}$$

Kaavaan sijoitetaan nyt maksukertojen määräksi 19 vuotta kertaa 12 kk plus viimeisen vuoden 11 kk, koska halutaan tietää paljonko lainaa on jäljellä juuri ennen viimeistä maksua. Tämä jäljellä oleva määrä lainasta maksetaan viimeisellä maksukerralla.

$$v_k = 150000 \cdot (1.0045833333)^{19 \cdot 12 + 11} - 1031.83 \cdot \frac{1 - (1.0045833333)^{19 \cdot 12 + 11}}{1 - 1.0045833333}$$

►  $v_k = 1027.53927893$

Lainaa on siis jäljellä 1027,54 euroa, joka maksetaan viimeisessä maksuerässä. (Huom. Loput maksuerästä eli  $1031.83 - 1027.54$  ► 4.29 euroa ovat korkoa.)

Talouslaskentaohjelma ×

N:	239
I(%):	0.458333333
PV:	150000
Pmt:	-1031.83
<b>FV:</b>	<b>-1027.539278924</b>
PpY:	1
CpY:	1
PmtAt:	LOPPU

Talouslaskentaohjelman tiedot tallennettu  
tvm.n, tvm.i, tvm.pv, tvm.pmt, ...

## 7. Kuinka paljon lainasta maksetaan kaiken kaikkiaan korkoa?

Jokaisen maksuerän suuruus on 1031,83 joten pankille maksetaan lainasta kaiken kaikkiaan

$20 \cdot 12 \cdot 1031,83096179 \rightarrow 247639,43083$  euroa.

Koska lainan suuruus on 150000 euroa, maksetaan korkoja

$247639,43083 - 150000 \rightarrow 97639,43083$  euroa.