

Tasot
T1-H3

Matematiikka ja matematiikan soveltaminen 4 osp, pakollinen

Tämän materiaalin avulla opiskelija voi suorittaa itsenäisesti tai ohjatusta matematiikan pakollisen osa-alueen. Materiaali soveltuu kaikille ammattialoille.

Materiaali ei sisällä tehtäviä, jotka vaativat monipuolista ja laaja-alaista tiedon soveltamista (H4 – K5 -tasot).

SISÄLTÖ

Kappale 1: Peruslaskutoimitukset

Kappale 2: Prosenttilaskenta

Kappale 3: Geometria

Kappale 4: Talous- ja tilastomatematiikan perusteet



NAO-hanke, päivitetty ALADIN- ja Osaajaksi – alla kan! -hankkeessa
Keski-Pohjanmaan ammattiopisto, Mirka Rajaniemi 28.5.2022

CC BY 4.0



3.2.1 Matematiikka ja matematiikan soveltaminen

Pakolliset osaamistavoitteet, 4 osp

Perusmatematiikan käyttö työ ja arkielämässä

Opiskelija

- laskee peruslaskutoimitukset kokonais-, desimaali- ja murtoluvuilla
- laskee prosenttilaskut
- tekee talousmatematiikan laskelmia (tulot, menot, korot, lainat ja verot)
- toteuttaa mittayksiköiden muunnoksia
- ratkaisee ensimmäisen asteen yhtälöitä
- laskee tavanomaisimpia pinta-ala ja tilavuuslaskutoimituksia
- laskee mittakaavaan liittyviä laskutoimituksia
- hyödyntää suorakulmaisen kolmion geometriaa käytännön ongelmien ratkaisemisessa.

Loogisen päättelykyvyn, matemaattisten menetelmien ja apuvälineiden käyttö matemaattisten ongelmien ratkaisemiseen

Opiskelija

- mallintaa yksinkertaisia ongelmia ensimmäisen ja vaillinaisen toisen asteen yhtälöillä, ratkaisee ne ja tulkitsee saatuja tuloksia
- käyttää laskinta, taulukkolaskentaohjelmaa ja muita apuvälineitä ongelmien ratkaisemiseen
- etsii taulukoista ja kuvaajista ongelmien ratkaisemisessa tarvittavaa tietoa
- käsittelee ja havainnollistaa tilastollisia aineistoja
- määrittää ja tulkitsee tunnuslukuja (keskiarvon, moodin ja mediaanin) tilastollisista aineistoista
- havaitsee suureiden välisiä riippuvuuksia ja verrannollisuuksia.

Tulosten oikeellisuuden, suuruusluokan ja käytetyn ratkaisumenetelmän arviointi

Opiskelija

- varmistaa laskelmien oikeellisuuden
- varmistaa, että tuloksen yksikkö ja numerotarkkuus on mielekäs
- arvioi käytetyn ratkaisumenetelmän käyttökelpoisuutta.

Matemaattisen osaamisen arviointi ja merkityksen tunnistaminen

Opiskelija

- tunnistaa omat vahvuutensa ja kehittämiskohteensa matemaattisessa osaamisessaan
- tunnistaa matematiikan merkityksen työvälineenä työ ja arkielämässä.

Arviointi

Opiskelija	
Tyydyttävä 1	• tarvitsee ajoittain tukea rutiininomaisissa tilanteissa • toimii tutuissa vuorovaikutustilanteissa asianmukaisesti • tuntee osa-alueen sisältämiä peruskäsitteitä ja tietoja • käyttää perustietoa kaavamaisesti • arvioi suoriutumistaan
Tyydyttävä 2	• toimii pääosin omatoimisesti rutiininomaisissa tilanteissa • toimii tutuissa vuorovaikutustilanteissa yhteistyökykyisesti • tuntee osa-alueen keskeiset käsitteet ja tiedot • käyttää perustietoa tarkoituksenmukaisesti • arvioi suoriutumistaan ja tunnistaa vahvuuksiaan ja kehittämisen kohteitaan
Hyvä 3	• toimii omatoimisesti rutiininomaisissa tilanteissa • toimii tavanomaisissa vuorovaikutustilanteissa yhteistyökykyisesti • ratkaisee tavanomaisia ongelmatilanteita • hallitsee osa-alueen keskeiset käsitteet ja tiedot • käyttää tietoa monipuolisesti • arvioi suoriutumistaan ja tekee ehdotuksia toimintansa kehittämiseksi
Hyvä 4	• toimii omatoimisesti rutiininomaisissa ja vaihtelevissa tilanteissa • toimii tavanomaisissa vuorovaikutustilanteissa yhteistyökykyisesti ja rakentavasti • ratkaisee ongelmatilanteita käyttäen monipuolisia tapoja • hallitsee osa-alueen käsitteet ja tiedot sekä tunnistaa siihen liittyviä erityispiirteitä • soveltaa tietoa monipuolisesti ja perustellusti • arvioi suoriutumistaan realistisesti sekä tunnistaa vahvuuksiaan ja kehittämisen kohteitaan
Kiitettävä 5	• toimii omatoimisesti ja suunnitelmallisesti rutiininomaisissa ja vaihtelevissa tilanteissa • toimii vaihtelevissa vuorovaikutustilanteissa yhteistyökykyisesti ja rakentavasti • ratkaisee ongelmatilanteita monipuolisilla tavoilla ja tekee kehittämis ehdotuksia • hallitsee osa-alueen käsitteet ja tiedot laaja-alaisesti ja syvällisesti • soveltaa tietoa monipuolisesti, perustellusti ja kriittisesti • arvioi suoriutumistaan realistisesti ja esittää perusteltuja ratkaisuja osaamisensa kehittämiseksi

Sisältö

1	PERUSLASKUTOIMITUKSET	6
1.1	Peruskäsitteitä.....	6
	Kymmenjärjestelmä.....	6
	Parillinen ja pariton luku.....	8
	Lukujen pyöristäminen	8
	Positiiviset ja negatiiviset luvut	11
	Vastaluku, käänteisluku ja itseisarvo	12
	Laskujärjestys.....	14
1.2	Mittayksiköt	15
	Pituusyksiköt.....	15
	Massayksiköt	16
	Pinta-alan yksiköt.....	17
	Tilavuusyksiköt	19
	Ajan yksiköt.....	20
1.3	Murtoluvut	21
	Murtoluku.....	21
	Laventaminen ja supistaminen	22
	Murtoluvun muuttaminen desimaaliluvuksi	24
	Desimaaliluvun muuttaminen murtoluvuksi	24
	Murtolukujen väliset laskutoimitukset*	26
1.4	Potenssi ja juuri.....	28
	Potenssi.....	28
	Neliöjuuri	29
	Kuutiojuuri*.....	30
2	PROSENTTILASKENTA	31
2.1	Yhtälöistä.....	31
	Ensimmäisen asteen yhtälö	31
	Verranto.....	34
2.2	Prosenttilaskentaa	36
	Prosentti ja promille	36
	Prosenttiarvon laskeminen	37
	Prosenttiluvun laskeminen.....	38
	Lisäys- ja vähennyskerroin.....	39

Muutosprosentti.....	42
Perusarvon laskeminen*	43
Prosenttiyksikkö*	44
3 GEOMETRIA	47
3.1 Mittakaava.....	47
3.2 Tasokuvioita.....	48
Suorakulmio	48
Neliö	49
Kolmio	50
Pythagoraan lause.....	51
Ympyrä	52
3.3 Kolmiulotteisia kappaleita	55
Suorakulmainen särmiö	55
Kuutio.....	56
Lieriö	57
Kartio.....	58
Pallo	59
4 TALOUS- JA TILASTOMATEMATIIKAN PERUSTEET	61
4.1 Palkka	61
4.2 Tilastomatematiikka.....	62
4.3 Arvonlisävero	65
Arvonlisäveron laskeminen verottomasta hinnasta	65
Arvonlisäveron laskeminen verollisesta hinnasta	66
4.4 Laina ja korko	69
LIITE: TESTAA TAITOSI! (Oppimisen seuranta).....	72
LIITE: MALLIKOKEITA	84
LIITE: VASTAUKSET	90

1 PERUSLASKUTOIMITUKSET

Tämä materiaali on kirjoitettu tasoille T1 - H3, jos tavoitteet parempaa arviointia (H4 - K5), niin sinun kannattaa hyödyntää myös jotain ammatillisen koulutuksen matematiikan oppikirjaa, josta löytyy enemmän soveltavia harjoitustehtäviä.

Huomioithan, että osa tämän materiaalin tehtäväosien kappaleista ja tehtävistä on merkitty *-merkinnällä. Nämä *-merkityt kappaleet ja tehtävät ovat vähintään H3-tasoisia.

1.1 Peruskäsitteitä

Kymmenjärjestelmä

Jokaisella lukuyksiköllä on numerossa oma paikkansa. Seuraavissa tehtävissä kerrataan **kymmenjärjestelmä** ja opetellaan siirtämään pilkkua kerrottaessa ja jaettaessa kymmenellä, sadalla ja tuhannella.

Tehtäviä

1 - 1 Laita kohdat a – k oikeisiin ruutuihin.

1	4	6	5	2	1	7	,	6	7	9

- | | | |
|--------------------|---------------------|------------------|
| a) sadat | b) tuhannet | c) sadasosat |
| d) miljoonat | e) kymmenesosat | f) sadattuhannet |
| g) desimaalipilkku | h) kymmenettuhannet | i) kymmenet |
| j) tuhannesosat | k) ykköset | |

1 - 2

Kerro ja jaa seuraavat luvut **kymmenellä**. Laske päässälaskuna.

	Tulo	Osamäärä
120		
15		
0,84		
67,23		
1 573,12		

Huom!

Tulolla tarkoitetaan kertolaskun tulosta ja

osamäärällä tarkoitetaan jakolaskun tulosta.

1 - 3

Kerro ja jaa seuraavat luvut **sadalla**. Laske päässälaskuna.

	Tulo	Osamäärä
540		
2,76		
0,23		
67,12		
3 546		

1 - 4

Kerro ja jaa seuraavat luvut **tuhannella**. Laske päässälaskuna.

	Tulo	Osamäärä
41		
5,5		
0,54		
176		

Parillinen ja pariton luku

Luku on **parillinen**, jos se on jaollinen luvulla 2. Parillisia positiivisia kokonaislukuja ovat 0, 2, 4, 6,

Luku on **pariton**, jos se ei ole jaollinen luvulla 2. Parittomia positiivisia kokonaislukuja ovat 1, 3, 5, 7,

Tehtäviä

1 - 5 Mistä tiedät onko luku parillinen?

1 - 6 Mitkä seuraavista luvuista ovat parillisia lukuja?

- | | | |
|----------|--------|--------|
| a) 9 | b) 120 | c) 455 |
| d) 1 098 | e) -6 | f) 0 |
| g) -123 | h) 99 | i) 1 |

Lukujen pyöristäminen

Luvun pyöristäminen tarkoittaa luvun numeerisen arvon korvaamista sen likiarvolla. Lukuja pyöristetään, jotta saadaan helpommin kirjoitettava tai käsiteltävä arvo alkuperäiselle luvulle.

Pelissäännöt lukujen pyöristämiseen:

- ✓ Lopputulos voidaan antaa pääsääntöisesti sillä tarkkuudella kuin on epätarkin lähtöarvo.
- ✓ Rahasta puhuttaessa lopputulos kannattaa usein antaa kahden desimaalin eli senttien tarkkuudella.
- ✓ Jos pyöristettäessä ensimmäinen pois jätetty numero on 5 tai suurempi, korotetaan viimeinen mukaan tuleva numero yhdellä. Muulloin ei koroteta.
- ✓ Suomessa käteismaksut pyöristetään lähimpään 5 senttiin. Pyöristäminen ei koske tilisiirtoja.

Esim. 1.1 π (pii) on päättymätön desimaaliluku. Kahden desimaalin tarkkuudella sen likiarvo on 3,14.

Huom!

Muista käyttää likiarvoa merkittäessä symbolia $\approx$,
esim. $\pi \approx 3,14$

Esim. 1.2 Luku 1 845 on
kymmenten tarkkuudella 1 850
satojen tarkkuudella 1 800
tuhansien tarkkuudella 2 000

Esim. 1.3 Luku 3,274 on
sadasosin tarkkuudella 3,27
kymmenesosien tarkkuudella 3,3
ykkösten tarkkuudella 3

Esim. 1.4 Käteisostoissa, kun pienin käytössä oleva kolikko on 5 senttiä
 $75,31 \text{ €} \approx 75,30 \text{ €}$
 $129,93 \text{ €} \approx 129,95 \text{ €}$
 $67,56 \text{ €} \approx 67,55 \text{ €}$
 $3,79 \text{ €} \approx 3,80 \text{ €}$

Tehtäviä

1 - 7 Ilmoita luku 2 852

a) kymmenten tarkkuudella	
b) satojen tarkkuudella	
c) tuhansien tarkkuudella	

1 - 8 Ilmoita luku 6,835

a) ykkösten tarkkuudella	
b) kymmenesosien tarkkuudella	
c) sadasosien tarkkuudella	
d) tuhannesosien tarkkuudella	

1 - 9

Ilmoita π

kymmenesosien tarkkuudella	$\pi \approx$
sadasosien tarkkuudella	$\pi \approx$
tuhannesosien tarkkuudella	$\pi \approx$

1 - 10

Täydennä seuraavaan taulukkoon maksujen määrät käteisostoissa (lähimpään 5 senttiin) ja tiliostoissa.

Maksu €	Käteisostoissa	Tiliostoissa
12,38 €		
12,60 €		
436,54 €		
9,33 €		
1 098,12 €		
0,98 €		

1 - 11

Tee taulukkolaskentaohjelmaa käyttäen taulukointi, josta ilmenee summille 50 € - 1 000 € (50 €:n välein) vastaavat arvot Yhdysvaltain dollareina. Etsi vaihtokurssi verkosta ja kirjaa se näkyviin.

Valuuttakurssi:

€	USD
50	
100	
...	
1 000	

1 - 12

Käytä seuraavissa tehtävissä verkosta löytyvää valuuttakurssia. Voit käyttää tehtävissä myös taulukkolaskentaohjelmaa.

a) Tilaat Yhdysvalloista tuotteen, joka maksaa 340 USD. Kuinka paljon tuote maksaa euroissa?

Vaihdettava summa: USD
 Valuuttakurssi:
 Vaihtosumma: €

b) Varaosaliikkeellä erääntyy 8 940 Englannin punnan suuruinen lasku. Kuinka paljon lasku on arviolta euroina?

Laskun summa:	8 940	GBP
Valuuttakurssi:		
Laskun summa:		€

Positiiviset ja negatiiviset luvut

- ✓ Luku on **positiivinen**, jos se on suurempi kuin nolla.
- ✓ Luku on **negatiivinen**, jos se on pienempi kuin nolla.
- ✓ Positiivisen luvun edessä voidaan käyttää etumerkkiä +, mutta se voidaan jättää myös pois.
- ✓ Negatiivisen luvun edessä etumerkki – on aina pakollinen.

Tehtäviä

1 - 13 Laske päässä paljonko annat seuraavista ostoksista asiakkaalle takaisin, kun asiakkaalla on vain yksi 100 €:n seteli, jolla hän maksaa ostokset.

Ostosten summa €	Takaisin €
1,50 €	
97,40 €	
50,50 €	
23,67 €	
9,52 €	
10,42 €	
0,93 €	

1 - 14

Laske

a) $6 + (-6) =$

b) $-6 + 6 =$

c) $-6 + (-6) =$

d) $-6 - 6 =$

Huom!

Jakolasku voidaan merkitä

$$6 : 3 = \frac{6}{3} = 2$$

1 - 15

Laske

a) $4 \cdot (-3) =$

b) $-4 \cdot (-3) =$

c) $-4 \cdot 3 =$

d) $\frac{-6}{3} =$

e) $\frac{-6}{-3} =$

f) $\frac{6}{-3} =$

Merkkisäännöt:

$$+ \cdot + = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$- \cdot - = +$$

$$\frac{+}{+} = +$$

$$\frac{+}{-} = -$$

$$\frac{-}{+} = -$$

$$\frac{-}{-} = +$$

1 - 16

Ulkona on -9 astetta pakkasta. Ilma jäähtyy vielä yön aikana 4 astetta. Paljonko lämpötila oli yöllä? Kirjoita laskutoimitus näkyviin.

1 - 17

Seuraavana aamuna lämpötila on -6 astetta. Aurinkoisena kevätpäivänä ilma lämpenee päivän aikana 10 astetta ja illan aikana taas jäähtyy 5 astetta. Paljonko lämpötila on illalla? Kirjoita laskutoimitus näkyviin.

Vastaluku, käänteisluku ja itseisarvo

Luvun ja sen **vastaluvun** summa on 0.

ESIM. 1.5 Luvun 2 vastaluku on -2 , koska

$$2 + (-2) = 0.$$

Tehtäviä

1 - 18 Mikä on luvun vastaluku?

- | | | |
|------|-------|---------|
| a) 9 | b) -5 | c) 1 |
| d) 0 | e) -7 | f) -2,5 |

Luvun ja sen **käänteisluvun** tulo on 1.

ESIM. 1.6 Luvun 4 käänteisluku on $\frac{1}{4}$, koska

$$4 \cdot \frac{1}{4} = 1.$$

Tehtäviä

1 - 19* Mikä on luvun käänteisluku?

- | | | |
|------------------|------------------|-------------------|
| a) 7 | b) 10 | c) 1 |
| d) $\frac{1}{9}$ | e) $\frac{3}{4}$ | f) $1\frac{1}{2}$ |

Luvun **itseisarvo** tarkoittaa luvun etäisyyttä nolasta ja se on aina positiivinen.

ESIM. 1.7 Luvun 2 itseisarvo on 2 ja se merkitään

$$|2| = 2.$$

ESIM. 1.8 Luvun -2 itseisarvo on 2 ja se merkitään

$$|-2| = 2.$$

Tehtäviä

1 - 20 Määritä itseisarvot seuraaville luvuille.

- | | | |
|-------|---------|---------|
| a) 7 | b) -1 | c) 0,5 |
| d) 20 | e) -1,5 | f) -100 |

Laskujärjestys

Laskujärjestys on järjestys, jossa matemaattisen lausekkeen laskutoimitukset tehdään.

Pelisäännöt laskujärjestykseen

- ✓ Ensin suoritetaan kerto- ja jakolaskut siinä järjestyksessä kuin ne on kirjoitettu.
- ✓ Tämän jälkeen suoritetaan yhteen- ja vähennyslaskut (järjestys on vapaa).
- ✓ Suluilla voidaan muuttaa laskujärjestystä. Sisäkkäisissä suluissa aloitetaan aina sisimmistä suluista.

ESIM. 1.9

$$15 : 3 \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10$$

ESIM. 1.10

$$20 : 2 - 4 \cdot 2 = 10 - 8 = 2$$

ESIM. 1.11

$$4 - 2 \cdot (5 + 2) = 4 - 2 \cdot 7 = 4 - 14 = -10$$

Tehtäviä

1 - 21

Laske

a) $8 + 3 \cdot 6 =$

b) $4 \cdot 6 : 3 =$

c) $4 - 2 \cdot 9 + 1 =$

d) $-3 + 2 \cdot 3 =$

e) $5 + 2 \cdot (3 \cdot 2 + 2) =$

f) $9 : 3 \cdot 3 =$

1 - 22

Laske

a) $2 \cdot (-3) \cdot 4 =$

b) $-4 \cdot (-2) \cdot 2 =$

c) $-2 \cdot (-2) \cdot (-3) =$

d) $\frac{-8}{-2 \cdot 2} =$

e) $2 - (-3) \cdot 3 =$

f) $-9 - 12 : 3 =$

1.2 Mittayksiköt

Mittayksiköiden avulla voidaan asioita vertailla ja arvioida. Tummennetuissa ruuduissa olevat mittayksiköt ovat useimmiten arkielämän ja monen ammatin kannalta tärkeimmät.

Pituusyksiköt

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
kilometri	hehtometri	dekametri	metri	desimetri	senttimetri	millimetri
1 000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

ESIM. 1.12

$$120 \text{ mm} = 12 \text{ cm} = 1,2 \text{ dm} = 0,12 \text{ m}$$

ESIM. 1.13

$$5 \text{ km} = 50 \text{ hm} = 500 \text{ dam} = 5\,000 \text{ m}$$

Huom!

Kun yksikkö pienenee,
niin luku aina suurenee,

ja

kun yksikkö suurenee,
niin luku aina pienenee.

Tehtäviä

1 - 23 Muunna metreiksi.

- a) 9 km b) 5 cm
- c) 12 mm d) 2 dm

1 - 24 Muunna kilometreiksi

- a) 25 m b) 145 cm
- c) 1,5 m d) 1 200 cm

1 - 25 Muunna senttimetreiksi

- a) 3 mm b) 14 dm
- c) 11 m d) 0,6 km

Massayksiköt

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
kilo- gramma	hehto- gramma	deka- gramma	gramma	desi- gramma	sentti- gramma	milli- gramma
1 000 g	100 g	10 g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g

ESIM. 1.14

$$165 \text{ mg} = 16,5 \text{ cg} = 1,65 \text{ dg} = 0,165 \text{ g}$$

ESIM. 1.15

$$0,12 \text{ kg} = 1,2 \text{ hg} = 12 \text{ dag} = 120 \text{ g}$$

Huom!

1 tonni (t) = 1 000 kg

Tehtäviä

1 - 26 Muunna grammoiksi.

- a) 4 kg b) 324 mg
c) 0,575 kg d) 2 mg

1 - 27 Muunna kilogrammoiksi.

- a) 750 g b) 540 mg
c) 1 200 g d) 1 253 dg

1 - 28 Montako 15 gramman voipalaa saat 0,5 kg:n voipaketista?

1 - 29 Paljonko maksaa 250 grammaa irtokarkkeja, jos karkkien kilohinta on 11,25 €

1 - 30 Merikontin paino on 2 300 kg. Paljonko paino on tonneina?

1 - 31 Montako 25 kg:n turvesäkkiä saa laittaa yhdelle lavalle, kun täysi lava saa painaa 0,6 tonnia ja lavan paino on 29 kg?

Pinta-alan yksiköt

km ²	ha	a	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
neliö- kilometri	hehtaari	aari	neliömetri	neliö- desimetri	neliö- senttimetri	neliö- millimetri

Siirryttäessä seuraavaan yksikköön luku joko jaetaan tai kerrotaan sadalla, jolloin pilkku siirtyy aina kahden yli.

ESIM. 1.16

$$2 \text{ km}^2 = 200 \text{ ha} = 20\,000 \text{ a} = 2\,000\,000 \text{ m}^2$$

ESIM. 1.17

$$340 \text{ mm}^2 = 3,4 \text{ cm}^2 = 0,034 \text{ dm}^2 = 0,000 34 \text{ m}^2$$

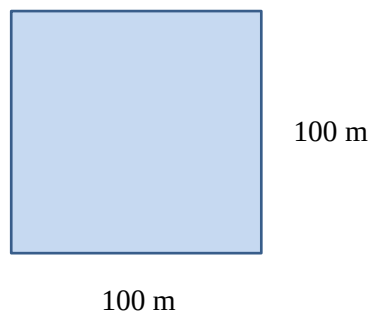
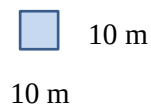
Huom!

Aareista ja hehtaareista puhutaan kuvattaessa maa-alaa esim. peltoalaa, metsäalaa ja tontin alaa.

Tehtäviä

1 - 32

Kumpi seuraavista neliöistä kuvaa yhden aarin aluetta ja kumpi yhden hehtaarin aluetta?



1 - 33

Muunna neliömetreiksi.

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) 4 km^2 | b) 432 cm^2 |
| c) 20 a | d) 500 ha |

1 - 34

Muunna aareiksi.

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| a) 90 m^2 | b) $0,2 \text{ km}^2$ |
| c) $1\,250 \text{ cm}^2$ | d) 5 ha |

Tilavuusyksiköt

Tilavuutta voidaan kuvata joko kuutiomitoilla tai vetomitoilla.

km ³	hm ³	dam ³	m³	dm ³	cm ³	mm ³
kuutio- kilometri	kuutio- hehtometri	kuutio- dekametri	kuutio- metri	kuutio- desimetri	kuutio- senttimetri	kuutio- millimetri

Kuutiomitoissa siirryttäessä seuraavaan yksikköön luku joko jaetaan tai kerrotaan tuhannella, jolloin pilkku siirtyy aina kolmen yli.

ESIM. 1.18

$$5 \text{ m}^3 = 5\,000 \text{ dm}^3$$

ESIM. 1.19

$$120 \text{ mm}^3 = 0,12 \text{ cm}^3$$

kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
kilolitra	hehtolitra	dekalitra	litra	desilitra	senttilitra	millilitra
0,001 kl	0,01 hl	0,1 dal	1 l	10 dl	100 cl	1 000 ml

Kuutiomittojen ja vetomittojen välillä vallitsee seuraavat yhtäsuuruudet:

$$\begin{aligned} 1 \text{ m}^3 &= 1\,000 \text{ l} \\ \mathbf{1 \text{ dm}^3} &= \mathbf{1 \text{ l}} \\ 1 \text{ cm}^3 &= 1 \text{ ml} \end{aligned}$$

ESIM. 1.20

$$0,5 \text{ l} = 5 \text{ dl} = 50 \text{ cl} = 500 \text{ ml}$$

ESIM. 1.21

$$125 \text{ ml} = 12,5 \text{ cl} = 1,25 \text{ dl} = 0,125 \text{ l}$$

Tehtäviä

1 - 35 Muunna litroiksi.

- | | |
|-----------|----------------------|
| a) 25 dl | b) 4 dm ³ |
| c) 125 cl | d) 56 ml |

1 - 36 Muunna kuutiodesimetreiksi.

- | | |
|---------------------|------------------------|
| a) 9 m ³ | b) 140 cm ³ |
| c) 125 l | d) 50 dl |

1 - 37 Montako ruokalusikallista menee yhteen desilitraan?

1 - 38 Säiliön tilavuus on 3 m³. Montako litraa siihen menee vettä?

Keittiömittoja:

1 tl = 5 ml

1 rkl = 15 ml

Ajan yksiköt

Ajan perusyksikkö on 1 sekunti (s).

1 minuutti (min) = 60 s

1 tunti (h) = 60 min = 60 · 60 s = 3 600 s

1 vuorokausi (d) = 24 h

1 vuosi (a) = 365 d

Huom!

Suomen yleiskielessä saatetaan käyttää joskus seuraavia lyhenteitä:

t = tunti

vrk = vuorokausi

vk = viikko

kk = kuukausi

v = vuosi

Tehtäviä

1 - 39 Montako tuntia on viikossa?

1 - 40 Montako tuntia on 210 minuuttia?

1 - 41 Montako sekuntia on yhdessä vuorokaudessa?

Selvitä:

Montako päivää on karkausvuonna?

Milloin on seuraava karkausvuosi?

1.3 Murtoluvut

Murtoluku

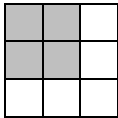
Murtoluvussa on **osoittaja** ja **nimittäjä**:

$$\frac{1}{4}$$

osoittaja
murtoviiva
nimittäjä

Murtoluku kertoo, montako osaa jostakin kokonaisesta otetaan.

ESIM. 1.22



Neliöstä tummennettuna on $\frac{4}{9}$.

Sellaista murtolukua, jossa on kokonaisosa, kutsutaan **sekaluvuksi**, esimerkiksi

kokonaisosa $\longrightarrow 3 \frac{1}{4} \longleftarrow$ murto-osa

Osoittaja voi olla myös nimittäjää suurempi.

ESIM. 1.23

$$3 \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

Osoittaja lasketaan $3 \cdot 4 + 1 = 13$ ja nimittäjä ei muutu.

ESIM. 1.24

$$2 \frac{3}{10} = \frac{23}{10}$$

Osoittaja lasketaan $2 \cdot 10 + 3 = 23$ ja nimittäjä ei muutu.

Huom!

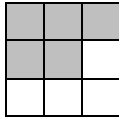
Kokonaisluvusta tulee murtoluku, kun nimittäjäksi laitetaan 1:

$$5 = \frac{5}{1}$$

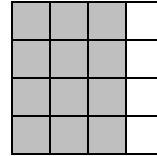
Tehtäviä

1 - 42 Mikä osa seuraavista neliöistä on tummennettuna?

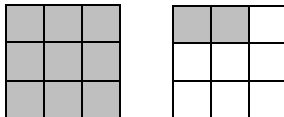
a)



b)



c)



1 - 43 Muunna murtoluvuksi.

a) $1\frac{1}{3}$

b) $2\frac{3}{4}$

c) $6\frac{1}{5}$

d) $12\frac{1}{4}$

1 - 44 Muunna sekaluvuksi

a) $\frac{10}{3}$

b) $\frac{12}{4}$

c) $\frac{50}{5}$

d) $\frac{9}{4}$

Laventaminen ja supistaminen

Laventamisessa sekä osoittaja että nimittäjä kerrotaan samalla luvulla.

ESIM. 1.25

$$^2_2 \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

ESIM. 1.26

$$^3_6 \frac{6}{7} = \frac{18}{21}$$

Tehtäviä

1 - 45 Lavenna.

$$\text{a) } {}^2)\frac{1}{3} =$$

$$\text{b) } {}^3)\frac{3}{4} =$$

$$\text{c) } {}^6)\frac{1}{5} =$$

$$\text{d) } {}^5)\frac{1}{4} =$$

Supistamisessa osoittaja ja nimittäjä jaetaan samalla luvulla.

ESIM. 1.27

$$\frac{4}{10} {}^{(2)} = \frac{2}{5}$$

ESIM. 1.28

$$\frac{18}{21} {}^{(3)} = \frac{6}{7}$$

Tehtäviä

1 - 46 Supista.

$$\text{a) } \frac{6}{8} {}^{(2)} =$$

$$\text{b) } \frac{6}{24} {}^{(6)} =$$

$$\text{c) } \frac{7}{14} {}^{(7)} =$$

$$\text{d) } \frac{20}{90} {}^{(10)} =$$

1 - 47 Millä supistaisit seuraavat murtoluvut? Tee supistaminen.

$$\text{a) } \frac{9}{18} =$$

$$\text{b) } \frac{18}{48} =$$

Murtoluvun muuttaminen desimaaliluvuksi

Usein murtoluvuilla laskeminen on hankalampaa kuin desimaaliluvuilla, joten murtoluvut voi usein laskiessa muuttaa ensin desimaaliluvuiksi.

ESIM. 1.29

$$\frac{3}{4} \text{ kg} = 0,75 \text{ kg}$$

Muutettaessa murtolukua desimaaliluvuksi, joudutaan usein tekemään pyöristyksiä.

ESIM. 1.30

$$\frac{1}{3} \text{ m} = 0,33333 \dots \text{ m} \approx 0,33 \text{ m}$$

1 - 48 Muunna desimaaliluvuksi.

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{6}{7}$

c) $3\frac{1}{5}$

d) $1\frac{1}{3}$

Desimaaliluvun muuttaminen murtoluvuksi

Muutettaessa desimaaliluku murtoluvuksi tulee huomioida, että

- kokonaisosa tulee pilkun vasemmalle puolelle
- pilkun oikealla puolella on kymmenesosat, sitten sadasosat ja tuhannesosat jne...

ESIM. 1.31

$$0,1 = \frac{1}{10}$$

ESIM. 1.32

$$0,13 = \frac{13}{100}$$

ESIM. 1.33

$$0,133 = \frac{133}{1000}$$

ESIM. 1.34

$$1,07 = 1 \frac{7}{100}$$

ESIM. 1.35 Toisinaan on tarpeen myös supistaa, esimerkiksi

$$2,5 = 2 \frac{5}{10} = 2 \frac{1}{2}$$

Tehtäviä

1 - 49 Muunna murtoluvuksi.

- | | |
|--------|----------|
| a) 0,6 | b) 0,06 |
| c) 1,9 | d) 12,25 |

1 - 50 Laita seuraavat luvut suuruusjärjestykseen.

$$\frac{4}{5} \quad 0,85 \quad \frac{60}{100} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{5}{7}$$

Huom!

- < pienempi kuin
> suurempi kuin

1 - 51 Irtokarkkeja on 300 g ja saat niistä $\frac{1}{6}$. Paljonko on osuutesi?

1 - 52 Matkan pituus on 325 km. Siitä on ajettu $\frac{1}{5}$. Paljonko matkaa on vielä jäljellä?

1 - 53 Laudan pituus 3 m. Laudasta tarvitaan $\frac{2}{3}$. Paljonko lautta jää käyttämättä?

Murtolukujen väliset laskutoimitukset*

Yhteen- ja vähennyslaskussa murtoluvut on tarvittaessa tehtävä *samannimisiksi* laventamalla. Yhteenlaskussa osoittajat lasketaan yhteen ja nimittäjäksi tulee yhteinen nimittäjä. Tulos ilmoitetaan aina mahdollisimman sievässä muodossa.

ESIM. 1.36

$$^2) \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} + \frac{5}{8} = \frac{6+5}{8} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$$

Vähennyslaskussa osoittajat vähennetään ja nimittäjäksi tulee yhteinen nimittäjä. Sekaluvut kannattaa usein muuttaa epämurtoluvuksi seuraavan esimerkin mukaisesti.

ESIM. 1.37

$$^1) \frac{1}{6} - ^2) \frac{2}{3} = \frac{1}{6} - \frac{4}{6} = \frac{1-4}{6} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

Kertolaskussa osoittajat kerrotaan keskenään ja nimittäjät kerrotaan keskenään.

ESIM. 1.38

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 3} = \frac{6}{24} = ^6) \frac{1}{4}$$

Jakolaskussa jaettava kerrotaan jakajan käänteisluvulla.

ESIM. 1.39

$$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4} : \frac{2}{1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

Huomaathan edellisessä esimerkissä, että kun jokin luku jaetaan kahdella, päädytään samaan tulokseen, kun kyseinen luku kerrotaan puolella.

ESIM. 1.40

$$^2) \frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{39}{10} = 3\frac{9}{10}$$

Tehtäviä

1 - 54* Laske seuraavat murtolukulausekkeet. Ilmoita tulos mahdollisimman sievässä muodossa.

a) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$

c) $1\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$

1 - 55* Laske seuraavat murtolukulausekkeet. Ilmoita tulos mahdollisimman sievässä muodossa.

a) $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$

b) $2\frac{4}{5} - \frac{1}{2}$

c) $3\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$

1 - 56* Laske seuraavat murtolukulausekkeet. Ilmoita tulos mahdollisimman sievässä muodossa.

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}$

b) $1\frac{3}{4} \cdot 5$

c) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6}$

1 - 57* Laske seuraavat murtolukulausekkeet. Ilmoita tulos mahdollisimman sievässä muodossa.

a) $\frac{3}{5} : 2$

b) $\frac{5}{8} : \frac{2}{3}$

c) $1\frac{2}{7} : \frac{1}{4}$

1 - 58* Montako tuntia on $\frac{2}{3}$ vuorokaudesta?

1 - 59* Pullotetaan 10 l mustikkamehua $\frac{3}{4}$ litran pulloihin. Kuinka monta pulloa tarvitaan?

1.4 Potenssi ja juuri

Potenssi

Potenssimerkintä 2^3 tarkoittaa, että luku 2 kerrotaan 3 kertaa itsellään. Vastaavasti

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16.$$

Yllä lukua 2 kutsutaan **kantaluvuksi** ja lukua 4 **eksponentiksi**.

Tehtäviä

1 - 60 Miten syötät laskimeen seuraavat potenssit?

a) 4^2

b) 4^3

c) 4^{10}

ESIM. 1.41

$$10^1 = 10 \quad (\text{joku luku potenssiin 1 on aina luku itse})$$

$$8^0 = 1 \quad (\text{joku luku potenssiin 0 on aina 1})$$

ESIM. 1.42 Negatiivisen luvun kohdalla muista käyttää sulkuja. Vertaa seuraavia merkin-
töjä:

$$-6^2 = -6 \cdot 6 = -36$$

$$(-6)^2 = (-6) \cdot (-6) = 36$$

$$(-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = -216$$

Tehtäviä

1 - 61 Kirjoita potenssimuotoon

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

b) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$

1 - 62 Laske seuraavat potenssit

a) 7^2

b) 4^3

c) 2^5

d) 15^1

e) 4^0

f) 3^{10}

d) -3^2

e) $(-3)^2$

f) $(-3)^3$

Neliöjuuri

Neliöjuuri on käänteinen laskutoimitus toiseen potenssiin korottamiselle. Neliöjuurta tarvitaan esimerkiksi pinta-alatehtävissä.

Neliöjuuren ja toisen potenssin välillä vallitsee seuraava yhteys:

ESIM. 1.43

$$\sqrt{16} = 4, \text{ koska } 4^2 = 16$$

ESIM. 1.44 Jos neliön pinta-alasta otetaan neliöjuuri, saadaan yhden sivun pituus. Jos neliön ala on 25 m^2 , niin yhden sivun pituus on 5 m.

$$\sqrt{25 \text{ m}^2} = 5 \text{ m}, \text{ koska } (5 \text{ m})^2 = 25 \text{ m}^2$$

Neliöjuuri määritellään vain ei-negatiivisille luvuille. Negatiivisen luvun neliöjuuri ei ole määritelty (reaalilukujoukossa). Nollan neliöjuuri on $\sqrt{0} = 0$.

Tehtäviä

1 - 63 Miten syötät laskimeen $\sqrt{25}$?

1 - 64 Laske seuraavat neliöjuuret.

a) $\sqrt{4}$

b) $\sqrt{81}$

c) $\sqrt{100}$

d) $\sqrt{32}$

e) $\sqrt{1}$

f) $\sqrt{-2}$

1 - 65 Neliön muotoinen tontti pinta-ala on 900 m^2 . Kuinka pitkä on tontin yksi sivu?

Kuutiojuuri*

Kuutiojuuren avulla voidaan ratkaista esimerkiksi mikä luku korotettuna kolmanteen potenssiin on 27. Tällöin

$$\sqrt[3]{27} = 3, \text{ koska } 3^3 = 27.$$

Esimerkiksi, jos kuution tilavuus on 27 m^3 , on kuution yhden särmän pituus tällöin 3 m.

Kuutiojuuri voidaan ottaa myös negatiivisesta luvusta.

ESIM. 1.45

$$\sqrt[3]{-8} = -2, \text{ koska } (-2)^3 = -8.$$

Tehtäviä

1 - 66* Miten syötät laskimeen $\sqrt[3]{125}$?

1 - 67* Laske seuraavat kuutiojuuret.

a) $\sqrt[3]{64}$

b) $\sqrt[3]{1}$

c) $\sqrt[3]{-1}$

d) $\sqrt[3]{1000}$

e) $\sqrt[3]{18}$

f) $\sqrt[3]{428}$

1 - 68* Kuution muotoisen laatikon tilavuus on $3\,375 \text{ cm}^3$. Kuinka pitkä on laatikon yhden särmän pituus?

2 PROSENTTILASKENTA

Ennen varsinaista prosenttilaskentaa käydään lyhyesti läpi 1. asteen yhtälön ratkaiseminen sekä verranto. Näitä ratkaisumenetelmiä voit hyödyntää ammattilaskennassa.

2.1 Yhtälöistä

Yhtälössä on aina kaksi lauseketta, jotka merkitään yhtä suuriksi. Ikään kuin meillä olisi kaksi vaakakuppia, jos toiselle puolelle lisätään tai vähennetään jotain, täytyy se aina muistaa tehdä molemmille puolille, jottei vaakakuppi keinahda epätasapainoon.

Tarkoituksena on löytää tuntemattomalle **muuttujalle** (esim. x tai y) arvo, jolla yhtälö on tosi. Kun tämä ratkaistu arvo sijoitetaan muuttujan paikalle, tulisi yhtälön molempien puolien olla yhtä paljon.

Ensimmäisen asteen yhtälö

Tarkastellaan ensin summaa ja erotusta yhtälössä.

ESIM. 2.1 Ratkaise yhtälö $x + 2 = 10$.

$$\begin{aligned}x + 2 &= 10 \\x &= 10 - 2 \\x &= 8\end{aligned}$$

Käytännössä edellä molemmilta puolilta vähennetään 2, eli

$$\begin{aligned}x + 2 &= 10 && | - 2 \\x + 2 - 2 &= 10 - 2 \\x &= 8\end{aligned}$$

ESIM. 2.2 Ratkaise yhtälö $x - 4 = 7$.

$$\begin{aligned}x - 4 &= 7 \\x &= 7 + 4 \\x &= 11\end{aligned}$$

Käytännössä edellä molemmille puolille lisätään 4, eli

$$\begin{aligned}x - 4 &= 7 && | + 4 \\x - 4 + 4 &= 7 + 4 \\x &= 11\end{aligned}$$

Huom!

Kirjoita vaiheet alilekkain niin, että "="-merkit ovat kohdakkain.

Huom!

Tarkista sijoittamalla saatu ratkaisu alkuperäiseen yhtälöön.

Seuraavaksi tarkastellaan yhtälön kertomista ja jakamista puolittain jollain luvulla.

ESIM. 2.3 Ratkaise yhtälö $\frac{x}{4} = 3$.

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} &= 3 && | \cdot 4 \\ \frac{4x}{4} &= 4 \cdot 3 && \text{Voi merkitä suoraan } x = 4 \cdot 3 \\ x &= 12\end{aligned}$$

ESIM. 2.4 Ratkaise yhtälö $2x = 10$.

$$\begin{aligned}2x &= 10 && | : 2 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{10}{2} && \text{Voi merkitä suoraan } x = \frac{10}{2} \\ x &= 5\end{aligned}$$

Yhdistetään edellä opittuja asioita seuraavassa esimerkissä:

ESIM. 2.5 Ratkaise yhtälö $3x - 4 = x + 8$.

$$\begin{aligned}3x - 4 &= x + 8 \\ 3x - x &= 8 + 4 \\ 2x &= 12 && | : 2 \\ x &= \frac{12}{2} \\ x &= 6\end{aligned}$$

Tarkistus:

$$\begin{aligned}3 \cdot 6 - 4 &= 6 + 8 \\ 14 &= 14\end{aligned}$$

Jos lopussa päädyimme tilanteeseen, että muuttujan edessä on pelkästään miinusmerkki, voidaan se poistaa jakamalla tai kertomalla yhtälö puolittain luvulla -1 .

ESIM. 2.6 Ratkaise yhtälö $x - 2 = 2x$.

$$\begin{aligned}x - 2 &= 2x \\ x - 2x &= 2 \\ -x &= 2 && | \cdot (-1) \\ x &= -2\end{aligned}$$

Tehtäviä

2 - 1

Ratkaise

a) $x + 6 = 9$

b) $x + 7 = 11$

c) $x - 5 = 8$

d) $x - 4 = 2$

e) $2x = x + 2$

f) $3x + 5 = 2x + 6$

2 - 2

Ratkaise

a) $6x = 12$

b) $4x = 20$

c) $-x = -3$

d) $\frac{x}{3} = 5$

e) $\frac{x}{4} = 2$

f) $\frac{x}{5} = -5$

2 - 3

Ratkaise

a) $2x + 1 = x + 1$

b) $x + 3 = 2x + 1$

c) $10x = 5x + 10$

d) $4x + 2 = 2x + 6$

e) $6x = 9x - 3$

f) $1,2x = -x + 1,6$

Yhtälöitä voi käyttää ratkaisumenetelmänä sanallisten tehtävien yhteydessä.

ESIM. 2.7 Asiakas ostaa ikkunatiivistenauhaa 15,5 m ja maksaa ostoksestaan 19,84 €. Laske yhtälöä käyttäen tiivistenauhan metrihintaa.

Merkitään x = metrihintaa (€/m)

Nyt

$$15,5 \cdot x = 19,84 \quad | : 15,5$$

$$x = \frac{19,84}{15,5}$$

$$x = 1,28$$

Vastaus: Tiivistenauhan metrihintaa on 1,28 €/m.

Huom!

Usein yksiköt jätetään yhtälön ratkaisuvaiheessa pois. Yksikön voi todeta vastauksessa.

Tehtäviä

2 - 4 Kuljetuskustannukset olivat 1,20 €/kg. Laske erän paino yhtälöä käyttäen, kun kuljetuskustannukset olivat yhteensä 194,40 €.

Verranto

Verranto on yhtälön erikoistapaus. Verrannossa kaksi suhdetta on merkitty yhtä suuriksi. Helpoin tapa ratkaista verranto on **ristiinkertominen**.

Tässä kappaleessa käsittelemme pelkästään suoraan verrannollisuutta eli tapauksia kun suureet suurenevät tai pienenevät samassa suhteessa.

ESIM. 2.8 Potilaalle on määrätty 27 mg vaikuttavaa ainetta. Käytettävissä olevan lääkeaineluoksen vahvuus on 45 mg/ml. Kuinka monta millilitraa potilaalle annetaan?

Tehdään taulukointi:

Vaikuttava aine (mg)	Lääkemäärä (ml)
27	x
45	1

Muodostetaan verranto ja kerrotaan ristiin.

$$\frac{27}{45} = \frac{x}{1}$$

$$45 \cdot x = 27 \cdot 1 \quad | : 45$$

$$x = \frac{27 \cdot 1}{45}$$

$$x = 0,6$$

Vastaus: Potilaalle annetaan lääkettä 0,6 ml.

ESIM. 2.9 Ohjeeseen, josta tulee 70 piparkakkua, käytetään $\frac{3}{4}$ dl siirappia. Kuinka monta piparkakkua voit valmistaa 3 dl:sta siirappia?

Tehdään taulukointi:

Kpl	Siirappi (dl)
70	0,75
x	3

Muodostetaan verranto ja kerrotaan ristiin. Ristiinkertominen kannattaa tehdä niin, että x jää valmiiksi yhtälön vasemmalle puolelle.

$$\frac{70}{x} = \frac{0,75}{3}$$

$$0,75 \cdot x = 3 \cdot 70 \quad | : 0,75$$

$$x = \frac{3 \cdot 70}{0,75}$$

$$x = 280$$

Vastaus: Piparkakkuja voidaan valmistaa noin 280 kpl.

Tehtäviä

2 - 5 Ratkaise

a) $\frac{x}{32} = \frac{7}{8}$

b) $\frac{8}{6} = \frac{5}{x}$

c) $\frac{60}{x} = \frac{34}{52}$

2 - 6* Kahdessa litrassa vettä on suolaa 4,25 dl. Kuinka paljon suolaa tulisi laittaa 7,5 litraan vettä. Käytä verrantoa ratkaisussa.

2.2 Prosenttilaskentaa

Prosenttilaskenta on tärkeää kaikilla ammattialoilla. Prosenttien avulla kuvataan esimerkiksi osuuksia ja muutoksia. Myös omassa henkilökohtaisessa elämässä törmää prosentteihin mm. alennusmyynneissä ja pankin kanssa lainaa neuvoteltaessa.

Prosentti ja promille

Yksi prosentti on yksi sadasosa, ja se esitettynä murtolukuna ja desimaalilukuna:

$$1 \% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Toisinaan voi törmätä myös promilleihin, esimerkiksi alkoholipitoisuuden yhteydessä.

Yksi promille on yksi tuhannesosa, ja se esitettynä murtolukuna ja desimaalilukuna:

$$1 \text{ ‰} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

ESIM. 2.10 Muunnetaan seuraavat murtoluvut ja desimaaliluvut prosenteiksi:

a) $\frac{1}{4} = 0,25 = 25 \%$

b) $\frac{1}{3} \approx 0,333 = 33,3 \%$

Tehtäviä

2 - 7 Moneenko osaan kakku pitää leikata, että yksi viipale on kakusta

- a) 10 prosenttia,
- b) 12,5 prosenttia?

2 - 8 Muunna seuraavat murtoluvut prosenteiksi:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{20}{100}$

e) $\frac{2}{100}$

f) $\frac{20}{1000}$

2 - 9 Muunna seuraavat desimaaliluvut prosenteiksi:

- | | | |
|-----------|----------|----------|
| a) 0,5 | b) 0,05 | c) 0,005 |
| d) 0,0125 | e) 0,125 | f) 1,25 |

2 - 10 Muunna seuraavat prosentit desimaaliluvuiksi:

- | | | |
|-----------|---------|----------|
| a) 8 % | b) 80 % | c) 0,8 % |
| d) 1,45 % | e) 45 % | f) 145 % |

Prosenttiarvon laskeminen

Prosenttiarvo lasketaan kertomalla perusarvo prosenttikertoimella seuraavasti:

ESIM. 2.11 Laske 6 prosenttia 1 250 eurosta.

$$0,06 \cdot 1\,250 \text{ €} = 75 \text{ €}$$

Huom!

Perusarvo on se luku, josta prosentti-osuus otetaan.

ESIM. 2.12 Laske 12 prosenttia 150 millilitrasta.

$$0,12 \cdot 150 \text{ ml} = 18 \text{ ml}$$

Tehtäviä

2 - 11 Laske

- a) 10 % 120 kg:sta,
- b) 4,5 % 800 €:sta,
- c) 34 % 95 m:stä.

2 - 12 Juuston rasvapitoisuus on 28 %. Paljonko 300 gramman juustopalassa on rasvaa?

2 - 13 Työpaikan henkilöstöstä 12,5 % on naisia. Paljonko yrityksessä työskentelee naisia, kun henkilöstömäärä on 64?

2 - 14 Saat alennusmyynnissä 45 %:n alennuksen paidasta, jonka normaalihinta on 59 €. Laske alennuksen osuus.

2 - 15* Kuinka paljon viiden litran boolissa on alkoholia, jos boolin alkoholipitoisuus on 5,5 ‰?

Prosenttiluvun laskeminen

Kun halutaan laskea ”paljonko joku on jostakin”, niin se ajatellaan ensin osamääränä, jonka jälkeen lopputulos muutetaan prosenteiksi.

ESIM. 2.13 Paljonko 50 grammaa on 850 grammasta?

$$\frac{50 \text{ g}}{850 \text{ g}} \approx 0,059 = 5,9 \%$$

ESIM. 2.14 Paljonko 1 200 € on 3 500 €:sta?

$$\frac{1\,200 \text{ €}}{3\,500 \text{ €}} \approx 0,343 = 34,3 \%$$

Tehtäviä

2 - 16 Laske montako prosenttia

- a) 315 € on 1 800 €:sta,
- b) 15 g on 300 g:sta,
- c) 20 ml on 50 ml:sta.

2 - 17 Laske liuoksen suolapitoisuus, kun 15 desilitrassa suolaliuosta on 0,5 desilitraa suolaa.

Lisäys- ja vähennyskerroin

Opetellaan lisäyskerroimen käyttö seuraavan esimerkin avulla.

ESIM. 2.15 Vuokra on 450 € ja siihen tulee 4 %:n korotus. Laske korotuksen suuruus ja uusi vuokra.

Korotuksen osuudeksi saadaan

$$0,04 \cdot 450 \text{ €} = 18 \text{ €},$$

ja näin ollen uudeksi vuokraksi tulee

$$450 \text{ €} + 18 \text{ €} = 468 \text{ €}.$$

Korotettu vuokra voidaan laskea myös toisella tavalla:

Lisäyskerroin on

$$100 \% + 4 \% = 104 \% = 1,04.$$

Nyt lasketaan uusi vuokra kertomalla lisäyskerroimella vanha vuokra eli

$$1,04 \cdot 450 \text{ €} = 468 \text{ €}.$$

Korotuksen osuus saadaan vähentämällä uudesta vuokrasta vanha vuokra, eli

$$468 \text{ €} - 450 \text{ €} = 18 \text{ €}.$$

Seuraavassa esimerkissä opetellaan käyttämään vähennyskerrointa.

ESIM. 2.16 Vakuutusmaksu on vuodessa 185 € ja siitä saadaan keskittämisalennusta 15 %. Paljonko on alennus ja maksettava vakuutuksen määrä.

Alennuksen osuudeksi saadaan

$$0,15 \cdot 185 \text{ €} = 27,75 \text{ €},$$

ja näin ollen uudeksi vakuutusmaksuksi tulee

$$185 \text{ €} - 27,75 \text{ €} = 157,25 \text{ €}.$$

Alennettu vakuutusmaksu voidaan laskea myös toisella tavalla:

Vähennyskerroin on

$$100 \% - 15 \% = 85 \% = 0,85.$$

Nyt lasketaan uusi vakuutusmaksu kertomalla lisäyskerroimella vanha vakuutusmaksu eli

$$0,85 \cdot 185 \text{ €} = 157,25 \text{ €}.$$

Nyt vakuutusmaksun alennus saadaan laskettua vanhan ja uuden vakuutusmaksun erotuksena, eli

$$185 \text{ €} - 157,25 \text{ €} = 27,75 \text{ €}.$$

Huom!

Perusarvo on aina 100 %.

ESIM. 2.17 Määritetään lisäyskerroin, kun lisäys on

- a) 5 % $\Rightarrow$ Lisäyskerroin on $100 \% + 5 \% = 105 \% = 1,05$
- b) 15 % $\Rightarrow$ Lisäyskerroin on $100 \% + 15 \% = 115 \% = 1,15$
- c) 1,5 % $\Rightarrow$ Lisäyskerroin on $100 \% + 1,5 \% = 101,5 \% = 1,015$

ESIM. 2.18 Määritetään vähennyskerroin, kun vähennys on

- a) 5 % $\Rightarrow$ Vähennyskerroin on $100 \% - 5 \% = 95 \% = 0,95$
- b) 15 % $\Rightarrow$ Vähennyskerroin on $100 \% - 15 \% = 85 \% = 0,85$
- c) 1,5 % $\Rightarrow$ Vähennyskerroin on $100 \% - 1,5 \% = 98,5 \% = 0,985$

Tehtäviä

2 - 19 Määritä lisäyskerroin, kun lisäys on

- a) 2 % $\Rightarrow$
- b) 12 % $\Rightarrow$
- c) 1,2 % $\Rightarrow$

2 - 20 Määritä vähennyskerroin, kun vähennys on

- a) 3 % $\Rightarrow$
- b) 35 % $\Rightarrow$
- c) 3,5 % $\Rightarrow$

2 - 21 Laske lisäyskerrointa käyttäen uusi hinta, kun

- a) alkuperäinen hinta on 120 € ja korotus on 14 %,
- b) alkuperäinen hinta on 85 € ja korotus on 8 %.

2 - 22

Laske vähennyskerrointa käyttäen uusi hinta, kun

a) alkuperäinen hinta on 98 € ja alennus on 25 %,

b) alkuperäinen hinta on 185 € ja alennus on 17 %.

2 - 23

Matkapuhelimen hinta laski 12 %. Laske uusi hinta, kun vanha hinta oli 220 €.

Lisäys- ja vähennyskertoimet ovat erityisen käteviä silloin, kun tehdään peräkkäisiä muutoksia.

ESIM. 2.19 Tuotteesta, jonka alkuperäinen hinta on 125 €, annetaan ensin 20 %:n alennus ja alennetusta hinnasta annetaan vielä lisäalennus 15 %. Paljonko tulee tuotteen uudeksi hinnaksi.

$$125 \text{ €} \cdot 0,80 \cdot 0,85 = 125 \text{ €} \cdot 0,68 = 85 \text{ €}.$$

Kertomalla vähennyskertoimet keskenään $0,80 \cdot 0,85 = 0,68 = 68 \%$ nähdään, että alkuperäisestä hinnasta maksetaan 68 % eli hinnasta on saatu 32 % alennusta. Jos tuotteesta saadaan useampia alennuksia, ei alennusprosentteja voi laskea yhteen kokonaisalennusta laskettaessa.

Tehtäviä**2 - 24**

Laske 240 € maksavan tuotteen lopullinen hinta, kun siitä saa ensin 20 %:n alennuksen ja vielä lisäksi kanta-asiakasalennuksen 5 %.

2 - 25

Pysyykö 85 kg painavan henkilön paino samana, jos hän ensin lihoo 15 % ja tämän jälkeen laihtuu 15 % painostaan?

Muutosprosentti

Muutoksista puhutaan yrityselämässä usein prosentteina. Laske ensin määrällinen muutos ja vertaa sitä aina alkuperäiseen arvoon.

ESIM. 2.20 Vuoden alussa yrityksen henkilöstömäärä oli 64 ja vuoden lopussa 75. Laske kuinka monta prosenttia yrityksen henkilöstömäärä on vuoden aikana kasvanut.

Määrällinen muutos on $75 - 64 = 11$. Verrataan sitä nyt alkuperäiseen arvoon, eli

$$\frac{11}{64} \approx 0,172 = 17,2 \, \%$$

Yrityksen henkilöstömäärä on näin ollen kasvanut 17,2 %.

Huom!

Muutoksella on aina suunta.

Tehtäviä

2 - 26 Yrityksen liikevaihto oli eräänä vuonna 245 000 €, kun se edellisenä vuonna oli 195 000 €. Laske liikevaihdon muutos prosentteina.

2 - 27 Vanha vuokra oli 452 € ja uusi vuokra korotuksen jälkeen 468 €. Laske vuokran nousu prosentteina.

2 - 28 Tuotteen hinta tippui 145 eurosta 125 euroon. Laske hinnan lasku prosentteina.

2 - 29 Elokvateatterin kävijämäärä oli eräänä kuukautena 7 640 kävijää. Seuraavana kuukautena kävijämäärä oli tippunut 6 250 kävijään. Laske kävijämäärän muutos prosentteina.

Muutosprosentti voidaan laskea myös vertaamalla uutta arvoa suoraan vanhaan, jolloin käytännössä saadaan joko lisäys- tai vähennyskerroin, josta muutoksen suuruuden voi päätellä.

ESIM. 2.21 Alla olevasta reseptistä saadaan kuusi pyöreää italialaista pizzapohjaa. Pizzapohjia haluttaisiin valmistaa kuitenkin kymmenen kappaletta. Muuntokertoimeksi saadaan

$$\text{kerroin} = \frac{\text{uusi}}{\text{vanha}} = \frac{10}{6} \approx 1,67.$$

Käytännössä taikinasta pitäisi tehdä 1,67-kertainen verrattuna alkuperäiseen eli se on 67 % suurempi kuin alkuperäinen.

<i>Raaka-aine</i>	<i>Määrä</i>	<i>Laskutoimitus</i>	<i>Uusi määrä/10 kpl</i>
<i>hiivaa</i>	<i>15 g</i>	<i>1,67 · 15 g</i>	<i>25 g</i>
<i>vettä</i>	<i>4 dl</i>	<i>1,67 · 4 dl</i>	<i>6 2/3 dl</i>
<i>00-vehnä jauhoja</i>	<i>700 g</i>	<i>1,67 · 10 dl</i>	<i>16 2/3 dl</i>
<i>merisuolaa</i>	<i>1,5 tl</i>	<i>1,67 · 1,5 tl</i>	<i>2,5 tl</i>
<i>oliiviöljyä</i>	<i>2 rkl</i>	<i>1,67 · 2 rkl</i>	<i>3 1/3 rkl</i>

Jos reseptiohjetta pienennetään, niin kerroin jää aina alle ykkösen. Esimerkiksi, jos halutaan valmistaa vain neljä pizzapohjaa, niin

$$\text{kerroin} = \frac{\text{uusi}}{\text{vanha}} = \frac{4}{6} \approx 0,67.$$

Näin ollen taikinasta pitäisi tehdä 0,67-kertainen verrattuna alkuperäiseen eli se on 33 % pienempi kuin alkuperäinen.

Perusarvon laskeminen*

Opetellaan seuraavaksi perusarvon eli alkuperäisen arvon laskeminen.

ESIM. 2.22 Paljonko tuotteen alkuperäinen hinta on, jos se maksaa 96 € 35 %:n alennuksessa?

Lasketaan tehtävä kahdella tavalla:

Koska tuotteesta on saanut 35 %:n alennuksen on hinnasta maksettava osuus 65 %. Voit laskea ensin yhden prosentin osuuden ja sen jälkeen kertoa saadun osuuden sadalla, eli

$$\frac{96 \text{ €}}{65} \cdot 100 \approx 147,69 \text{ €}.$$

Tehtävän ratkaisussa voi myös käyttää apuna 1. asteen yhtälöä, eli

$$0,65 \cdot x = 96 \text{ €},$$

josta saadaan ratkaistua $x = \frac{96 \text{ €}}{0,65} \approx 147,69 \text{ €}.$

Tehtäviä

- 2 - 30*** Kanisterista on käytetty öljyä 2,8 litraa, joka on koko sisällöstä 70 %. Laske paljonko täydessä kanisterissa on öljyä.
- 2 - 31*** Paljonko on bruttopalkka, jos verojen jälkeen jää käteen 2 261 €. Veroprosentti on 28,6 %.

Prosenttiyksikkö*

Verrattaessa prosenttilukuja keskenään puhutaan prosenttiyksiköistä.

ESIM. 2.23 Kunnan tuloveroprosentti nousi 19 %:sta 19,5 %:iin. Montako prosenttiyksikköä oli nousu?

Nousu oli

$$19,5 \% - 19 \% = +0,5 \% \text{-yksikköä.}$$

Muutos prosenttiyksiköinä on kahden suhteellista osuutta ilmaisevan prosenttiluvun erotus. Usein vaalien yhteydessä kuulee puhuttavan prosenttiyksiköistä.

Tehtäviä

- 2 - 32*** Tilastokeskuksen sivuilla on esitetty [Puolueiden kannatus eduskuntavaaleissa 1991 – 2015](#). Tarkastele kahdeksaa suurinta puoluetta eduskuntavaaleissa 2011 ja 2015. Vastaa seuraaviin kysymyksiin:
- a) Kenen kannatus on noussut? Laske kannatuksen nousu prosenttiyksiköissä.
- b) Kenen kannatus on laskenut? Laske kannatuksen lasku prosenttiyksiköissä.

Tehtäviä

2 - 33 Laske prosenttiosuudet:

perusarvo	75 %	50 %	25 %	10 %	1 %
1 kg					
200 €					
64 ml					
75 g					
1 400 €					

2 - 34 a) Paljonko 16 ml on prosentteina 65 ml:sta?

b) Korota 350 €:n summaa 10 %:lla.

c) Laske 75 ml:sta pois 15 %.

2 - 35 a) Tuotteen hinta on 159 €. Hintaa nostetaan 5 %, Laske uusi hinta tuotteelle.

b) Hotellihuoneen normaalihinta on 110 €/vrk, viikonloppuisin hinta on 20 % pienempi. Laske hotellihuoneen viikonloppuhinta.

c) Palkka nousee 2 750 eurosta 2 860 euroon. Kuinka monta prosenttia palkka nousi?

2 - 36*

a) Laske taulukkoon alennetut hinnat käyttäen taulukkolaskentaohjelmaa.

Hinta	Alennus			
	20 %	30 %	40 %	50 %
	Alennettu hinta			
100				
150				
200				
250				
300				

2 - 37*

a) Laske koko myynti yhteensä ja paikkakuntaakohtaiset prosentiosuudet. To-
teuta tehtävä taulukkolaskentaohjelmalla.

Paikkakunta	Myynti €	%-osuus
Kokkola	12 000	
Oulu	25 600	
Jyväskylä	21 500	
Vaasa	18 500	
Yhteensä:		

b) Havainnollista aineistoa ympyrädiagrammilla. Valitse muotoilu, jossa jokai-
sen sektorin kohdalla näkyy prosentiosuus.

3 GEOMETRIA

Ennen tämän kappaleen aloittamista kerta vielä kappaleesta 1 mittayksiköt, erityisesti pituus-, pinta-ala- ja tilavuusyksiköt.

3.1 Mittakaava

Mittakaava tarkoittaa suhdetta esimerkiksi kartalla olevan matkan ja todellisen matkan välillä.

ESIM. 3.1 Matka kartalla on 4,5 cm ja kartan mittakaava on 1 : 10 000. Laske todellinen matka.

Todellinen matka on

$$4,5 \text{ cm} \cdot 10\,000 = 45\,000 \text{ cm} = 450 \text{ m}.$$

ESIM. 3.2 Todellinen matka on 5 km. Kuinka pitkä matka on kartalla, jos kartan mittakaava on 1 : 50 000?

Matka kartalla on

$$5 \text{ km} : 50\,000 = 0,0001 \text{ km} = 10 \text{ cm}.$$

Huom!

Tehtävien ratkaisemisessa voi käyttää myös verrantoa.

Tehtäviä

3 - 1 a) Huoneen pohjapiirroksen mittakaava on 1 : 50. Suorakulmaisen huoneen pituus on 70 mm ja leveys 85 mm. Laske huoneen todelliset mitat metreinä.

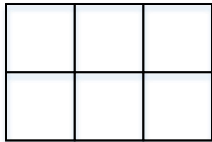
b) Kartan mittakaava on 1 : 250 000. Jos todellisen matkan pituus on 23 km, niin kuinka pitkä matka on kartalla?

3 - 2* Selvitä kartan mittakaava, jos matka kartalla on 3,2 cm ja luonnossa se on 64 km.

3.2 Tasokuvioita

Suorakulmio

Suorakulmion pinta-ala A lasketaan pituuden ja leveyden tulona. Suorakulmion piiri p lasketaan sivujen pituuksien summana.

 $a = 3$ $b = 2$	PINTA-ALA $A = a \cdot b$ PIIRI $p = 2 \cdot a + 2 \cdot b$	ESIM 3.3 $A = 3 \cdot 2 = 6$ $p = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 10$
---	---	---

Tehtäviä

3 - 3

a) Suorakulmion pituus on 5 cm ja leveys 3 cm. Laske suorakulmion pinta-ala ja piiri.

b) Suorakulmion pituus on 7,6 m ja leveys 4,2 m. Laske suorakulmion pinta-ala ja piiri.

3 - 4

Huoneen pituus on 3,8 m, leveys on 4,2 m ja korkeus 2,2 m. Arvioi laskemalla montako neliometriä tarvitaan laminaattia lattian päällystämiseen, montako metriä lattiaa huoneen kiertämiseen ja montako neliometriä on maalattavaa seinäpinta-alaa, kun ovia ja ikkunoita ei huomioida.

Neliö

Neliö on suorakulmion erikoistapaus, siinä kaikki sivut ovat yhtä pitkiä.

 $a = 2$	PINTA-ALA $A = a \cdot a = a^2$ PIIRI $p = 4 \cdot a$	ESIM 3.4 $A = 2 \cdot 2 = 2^2 = 4$ $p = 4 \cdot 2 = 8$
---	---	--

Tehtäviä

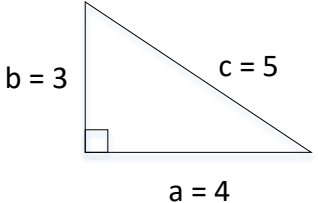
- 3 - 5** Neliön yhden sivun pituus on 5 cm. Laske neliön pinta-ala ja piiri.
- 3 - 6** Seinälle laitetaan pala-peili. Yhden palan mitat ovat 30 cm × 30 cm. Yhdeksän palaa laitetaan neliön muotoon. Laske valmiin peilin pinta-ala.
- 3 - 7** Talossa on kahdeksan neliön muotoista ikkunaa kooltaan 530 mm × 530 mm.
- a) Laske pestävä pinta-ala, kun ikkunat ovat kaksinkertaiset eli yhdessä ikkunnassa on neljä samankokoista pintaa.
- b) Kyseisten ikkunoiden uloimmat reunat kierretään uudella tiivistenauhalla. Paljonko nauhaa menee kahdeksaan ikkunaan (vain yksi kierros per ikkuna)?

Huom!

Selvitä millainen kappale on **suunnikas** ja miten sen ala ja piiri lasketaan.

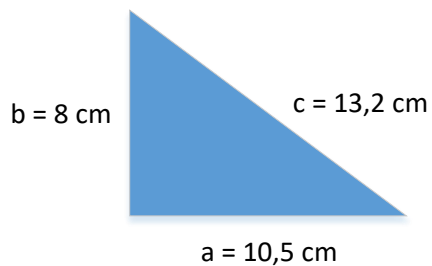
Kolmio

Kolmioille, erityisesti suorakulmaiselle kolmiolle, löytyy sovellutuksia useilta aloilta, etenkin teknisiltä aloilta kuten rakennusosalta.

	PINTA-ALA $A = \frac{a \cdot b}{2}$ PIIRI $p = a + b + c$	ESIM 3.5 $A = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ $p = 4 + 3 + 5 = 12$
---	---	---

Tehtäviä

3 - 8 Laske alla olevan kolmion piiri ja pinta ala.



3 - 9 Kuvassa on suorakulmainen kolmio, tasasivuinen kolmio ja tasakylkinen kolmio. Laita oikea nimi kunkin kolmion kohdalle.



Kolmio on _____



Kolmio on _____



Kolmio on _____

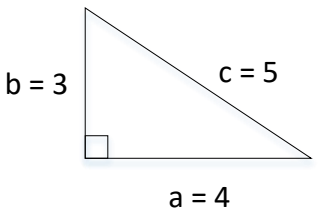
Huom!

Kolmion kaikkien kulmien summa on aina 180°.

Pythagoraan lause

Suorakulmaisen kolmion ominaisuudet ovat erityisen tärkeitä mm. rakennusalalla. **Pythagoraan lauseen** avulla saadaan laskettua suorakulmaisen kolmion yhden sivun pituus, kun kaksi muuta tunnetaan.

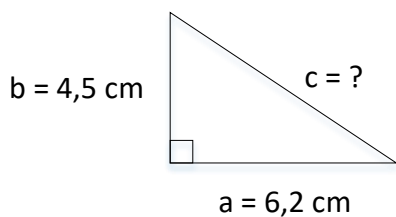
Suoran kulman molemmiin puolin olevia sivuja kutsutaan **kateeteiksi**. **Hypotenuusa** on aina suorakulmaisen kolmion pisin sivu.

	PYTHAGORAAN LAUSE $a^2 + b^2 = c^2$ HYPOTENUUSAN PITUUS $c = \sqrt{a^2 + b^2}$	ESIM 3.6 $4^2 + 3^2 = 5^2$ HYPOTENUUSAN PITUUS $c = \sqrt{4^2 + 3^2}$ $c = \sqrt{25}$ $c = 5$
---	--	---

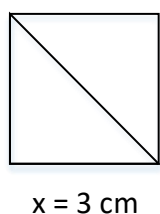
Tehtäviä

3 - 10 Kolmion sivujen mitat ovat 6 cm, 8 cm ja 10 cm. Mikä näistä on hypotenuusan pituus? Perustele laskemalla esimerkin 3.6 mukaisesti.

3 - 11 Laske alla olevan kolmion hypotenuusan pituus.

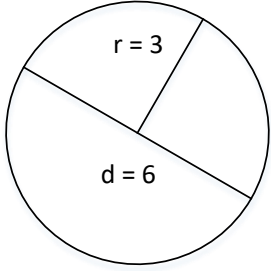


3 - 12* Laske neliön halkaisija, kun yhden sivun pituus on 3 cm.



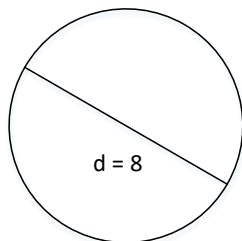
Ympyrä

Ympyrän pinta alan A ja kehän pituuden (piiri) p laskeminen on esitetty seuraavassa taulukossa. Selvitä itsellesi ensin, miten otat π :n omasta laskimestasi. Ympyrän **halkaisija d** kulkee ympyrän keskipisteen kautta ja yhdistää kaksi kehän pistettä. **Säde r** on puolet halkaisijasta.

	SÄDE $r = \frac{d}{2}$ PINTA-ALA $A = \pi \cdot r^2$ KEHÄN PITUUS $p = \pi \cdot d = 2 \cdot \pi \cdot r$	ESIM 3.7 $r = \frac{6}{2} = 3$ $A = \pi \cdot 3^2 \approx 28,3$ $p = \pi \cdot 6 = 2 \cdot \pi \cdot 3 \approx 18,8$
---	---	--

Tehtäviä

3 - 13 Laske alla olevan ympyrän säde, pinta-ala ja kehän pituus.



3 - 14 Istutusalueen halkaisija on 5 m. Laske kuinka suurelle alalle multaa tarvitaan.

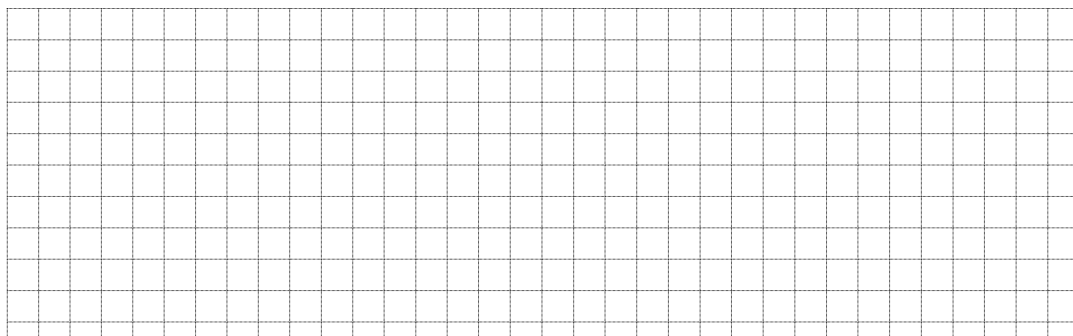
3 - 15 Maailmanpyörän halkaisija on 24 m. Kuinka pitkä matka kuljetaan yhden pyörähdysen aikana?

Tehtäviä

3 - 16

Piirrä alla olevaan ruudukkoon (1 ruutu = 1 cm)

- suorakulmio, jonka pituus on 5 cm ja leveys 2 cm,
- suorakulmainen kolmio, jonka kateetit ovat 3 cm ja 5 cm,
- neliö, jonka ala on 16 cm^2 ,
- suorakulmio, jonka ala on 12 cm^2 .



3 - 17

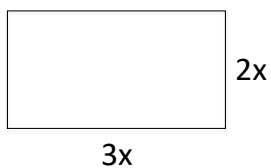
Laske neliön piiri ja pinta-ala, kun sivun pituus

- a) $a = 4 \text{ cm}$,
b) $a = 3,6 \text{ m}$.

3 - 18*

Laske suorakulmion piiri ja pinta-ala, kun

- a) $x = 2 \text{ cm}$,
b) $x = 9,2 \text{ m}$.



3 - 19*

Suorakulmion muotoisen asunnon pinta-ala on $75,0 \text{ m}^2$, ja sen toinen sivu on $7,2 \text{ m}$. Kuinka pitkä on toinen sivu?

3 - 20

Yritys on valmistanut kaksi pöytälevyä. Yhden levyn koko on 90 cm x 180 cm.

a) Laske lakattava pinta-ala, kun levyt halutaan lakata kummaltakin puolelta (reunoja ei tarvitse huomioida).

b) Kuinka monta purkkia lakkaa tarvitaan, kun pakkauskoko on 0,25 l ja lakan riittoisuus on 10 m²/l?

c) Laske asiakkaalle hinta, kun yksi 0,25 l:n pakkaus maksaa 11,90 € ja asiakas saa ostoksistaan 5 %:n alennuksen kanta-asiakaskortilla.

3 - 21*

Suorakulmaisen kolmion kateetit ovat 12,0 cm ja 15,0 cm. Laske hypotenuusan pituus. Ratkaise Pythagoraan lausetta $c^2 = a^2 + b^2$ käyttäen.

3 - 22

Laske edellisen tehtävän kolmion ala.

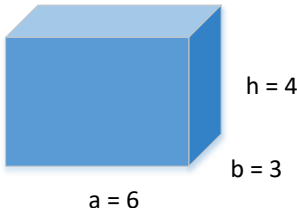
3 - 23

Ympyrän muotoisen kukkapenkin halkaisija on 5,5 m. Laske kukkapenkin piiri ja pinta-ala reunusmateriaalin ja mullan hankintaa varten.

3.3 Kolmiulotteisia kappaleita

Suorakulmainen särmiö

Suorakulmaisen särmiön vastakkaiset pinnat ovat aina yhtä suuria ja kaikki kulmat ovat suoria.

	TILAVUUS $V = a \cdot b \cdot h = A_p \cdot h$ $A_p = \text{pohjan ala}$	ESIM 3.8 $V = 6 \cdot 3 \cdot 4 = 72$
---	---	---

Tehtäviä

3 - 24 Suorakulmaisen särmiön muotoisen varastokontin pituus on 1,76 m, leveys 1,86 m ja korkeus 1,37 m. Laske kontin tilavuus kuutiometreinä.

3 - 25 Huoneen pituus on 5,2 m, leveys 3,6 m ja korkeus 2,5 m. Laske huoneen tilavuus kuutiometreinä?

3 - 26* Kuinka korkea edellisen tehtävän huoneen tulisi olla, jotta huoneen tilavuus olisi 50 m^3 ?

3 - 27* Akvaarion mitat ovat $61 \text{ cm} \times 31 \text{ cm} \times 42 \text{ cm}$. Kuinka monta litraa vettä akvaarioon menee, kun se täytetään niin, että ylhäälle jää 2 cm loiskumisvaraa? (Vinkki: Muuta senttimetrit desimetreiksi, niin saat vastauksen suoraan litroina.)

Huom!

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$

Kuutio

Kuutio on erikoistapaus suorakulmaisesta särmiöstä. Kuution kaikki **särmät** ovat yhtä pitkiä ja **tahkot** yhtä suuria. Ennen kuin jatkat, niin selvitä itsellesi, mitä näillä käsitteillä tarkoitetaan.

 a = 4	TILAVUUS $V = a \cdot a \cdot a = a^3$	ESIM 3.9 $V = 4^3 = 64$
--	--	-----------------------------------

Tehtäviä

3 - 28 Kuution yhden särmän pituus on 0,5 m. Laske kuution tilavuus kuutiometreinä.

3 - 29 Montako samankokoista tahkoa on kuutiossa?

3 - 30* Jos edellisen tehtävän kuutio leikataan pahvista, niin kuinka monta neliometriä pahvia siihen kuluu?

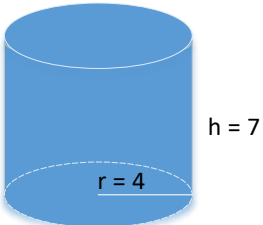
3 - 31* Jääpalamuotista saa 16 jääpalaa. Jokainen pala on kuution muotoinen ja yhden särmän pituus on aina 2,5 cm. Kuinka monta litraa vettä menee muotin täyttämiseen? (Vinkki: Muuta senttimetrit desimetreiksi, niin saat vastauksen suoraan litroina.)

Huom!

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$

Lieriö

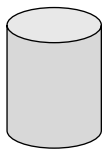
Suora ympyräpohjainen lieriö muodostuu kahdesta ympyrän muotoisesta pohjasta ja niitä yhdistävästä **vaipasta**.

	TILAVUUS $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = A_p \cdot h$ $A_p = \text{pohjan ala}$	ESIM 3.10 $V = \pi \cdot 4^2 \cdot 7 \approx 351,9$
---	--	---

Tehtäviä

3 - 32 Etsi lieriön muotoisia kappaleita omalta alaltasi.

3 - 33 Laske oheisen tynnyrin tilavuus kuutiometreinä, kun tynnyrin säde on 0,8 m ja korkeus 1,2 m.



Huom!

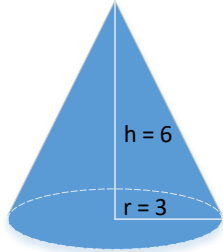
Lue aina tehtävänannosta tarkasti onko ilmoitettu säde vai halkaisija.

3 - 34* Lasten kumisen uima-altaan halkaisija on 152 cm ja korkeus 25 cm. Arvioi laskemalla paljonko vettä altaaseen menee, jos se täytetään puoleen väliin.

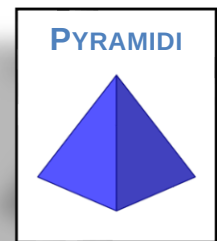
3 - 35* Putken halkaisija on 5 cm ja se on metrin pitkä. Laske paljonko putkeen menee vettä.

Kartio

Suoran ympyräpohjaisen kartion tilavuus on kolmasosa pohjan pinta-alan ja korkeuden tulosta.

	TILAVUUS $V = \frac{1}{3} \cdot A_p \cdot h$ $A_p = \text{pohjan ala}$	ESIM 3.11 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 6 \approx 56,5$
---	--	--

Pyramidi on kartion erikoistapaus, pyramidin pohja on monikulmio. Pyramidin tilavuus lasketaan samalla kaavalla kuin yllä olevan kartion, pohjan ala lasketaan vain sen monikulmion mukaan, mikä sattuu olemaan kyseessä.



Tehtäviä

3 - 36 Etsi kartion muotoisia kappaleita omalta alaltasi.

3 - 37 Suoran kartion pohjaympyrän säde on 6 cm ja korkeus 15 cm. Laske kartion tilavuus.

3 - 38 Pyramidi on 54 m korkea ja sen pohjan ala on 18 ha = 180 000 m². Laske pyramidin tilavuus.

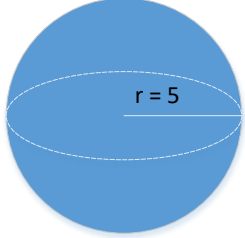
3 - 39* Kartion muotoisen jäätelövohvelin suuaukon halkaisija on 5 cm ja vohvelin korkeus on 11,5 cm. Arvioi laskemalla paljonko jäätelöä menee tötterön sisälle. Ilmoita vastaus desilitroina.

Huom!

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l} = 10 \text{ dl}$$

Pallo

Pallon poikkileikkaus on aina ympyrä. Pallon ulkokehän pisteet ovat aina yhtä kaukana pallon keskipisteestä.

	TILAVUUS $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$	ESIM 3.12 $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3 \approx 523,6$
---	--	---

Tehtäviä

3 - 40 Pallon säde on 15 cm. Laske pallon tilavuus.

3 - 41 Puolipallon muotoisen hallin pituus on 150 m. Laske hallin tilavuus.

3 - 42* Laske paljonko yhdessä jäätelöpallossa on jäätelöä, jos pallon halkaisija on 6 cm. Ilmoita vastaus desilitroina.

Huom!

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l} = 10 \text{ dl}$$

3 - 43* Maapallon säde on 6 371 km. Laske maapallon tilavuus.

3 - 44* Laske paljonko tulee matkaa, jos maapallo kierretään päiväntasaajan kohdalta. (Vihje: Käytä ympyrän kehän pituuden kaavaa, säde on kerrottu edellisessä tehtävässä)

Tehtäviä

- 3 - 45** Laske suorakulmaisen särmiön tilavuus, kun sen mitat pituus on 120 cm, leveys 85 cm ja korkeus 65 cm. Ilmoita vastaus kuutiometreinä.
- 3 - 46** Laske kuution tilavuus, kun yhden särmän pituus on 750 mm. Ilmoita vastaus kuutiometreinä.
- 3 - 47** Laske ympyräpohjaisen lieriön tilavuus, kun ympyrän säde on 1,2 m ja korkeus on 2 m.
- 3 - 48** Laske pyramidin tilavuus, kun pohjan ala on 28 m^2 ja korkeus on 5 m.
- 3 - 49** Laske kartion tilavuus, kun pohjan säde on 15 cm ja korkeus on 25 cm.
- 3 - 50** Laske pallon tilavuus, kun pallon säde on 12 cm.

4 TALOUS- JA TILASTOMATEMATIIKAN PERUSTEET

Tässä kappaleessa käsitellään *tuloja ja menoja, palkkoja, arvonlisäveron laskemista sekä lainan korkoa*. Lisäksi perehdymme lyhyesti tilastollisen aineistoon, sen esittämiseen ja opettelemme keskiluvut. Näihin asioihin jokainen törmää työssään tai omassa henkilökohtaisessa arkielämässään. Osa tehtävistä tulee tehdä taulukkolaskentaohjelmaa käyttäen ja osassa tehtävissä tarvitaan verkkoselainta.

4.1 Palkka

Palkka on työnteosta saatavaa korvausta. Perehdy esimerkiksi veronmaksajat.fi-sivustolla palkkaukseen. Muutamia esimerkkilaskelmia palkkakuittiin liittyen löydät kohdasta [Laskemat](#).

Tehtäviä

4 - 1 Selvitä verkkoselainta hyödyntäen mitä tarkoitetaan seuraavilla käsitteillä:

Bruttopalkka

Nettopalkka

4 - 2 Millaisia maksuja työntekijä joutuu verojen lisäksi maksamaan palkasta, mainitse muutamia esimerkkejä ja arvioi niiden suuruutta prosentuaalisesti.

4 - 3 Täydennä alla oleva taulukko:

Bruttopalkka	1 600 €	100 %
Vero + muuta maksut		16,42 %
Nettopalkka		

4 - 4

Kokeile palkansaajan [tuloverolaskuria](#). Täydennä oheinen taulukko syöttämälläsi arvoilla:

Vuositulot (euroa)	
Tuloveroaste	

4.2 Tilastomatematiikkaa

Tässä kappaleessa tutustutaan lyhyesti Tilastokeskuksen sivuihin (<https://www.stat.fi/>) ja perehdytään tilastollisen aineiston käsittelyyn ja tulkintaan. Lisäksi opetellaan laskemaan **keskiluvut** (*keskiarvo*, *mediaani* ja *moodi*).

4 - 5

Tee oman talouden seurantaan liittyvä **budjettilaskelma** taulukkolaskentaohjelmaa käyttäen. Kohdat *Tulot yhteensä*, *Menot yhteensä*, *Säästöön* ja *Keskiarvo* tulee laskea taulukkolaskentaohjelman avulla (arvoja ei syötetä valmiina soluihin).

Huom!

Keskiarvo on keskiluvuista yleisin. Keskiarvo saadaan jakamalla muuttujan arvojen summa niiden lukumäärällä.

BUDJETTI (€)

	Kesäkuu	Heinäkuu	Elokuu	Syyskuu	Keskiarvo
Palkat	1916,50	2050,00	2090,80	1985,20	2010,63
Muut tulot	50,00	50,00	50,00	100,00	62,50
Tulot yhteensä	1966,50	2100,00	2140,80	2085,20	2073,13
Asunto	536,00	536,00	536,00	536,00	536,00
Ruoka	420,00	368,20	394,00	467,50	412,43
Velanhoito	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00
Muut menot	412,00	480,00	548,80	640,00	520,20
Menot yhteensä	1718,00	1734,20	1828,80	1993,50	1818,63
Säästöön	248,50	365,80	312,00	91,70	254,50

4 - 6

Tee taulukkolaskentaohjelmalla alla olevan kuvan mukainen laskelma. Laske tummennetut alueet ja muotoile taulukko mallin mukaan.

Tulot ja menot ajalta 1.7. - 31.12.XXXX (€)							
	Heinäkuu	Elokuu	Syyskuu	Lokakuu	Marraskuu	Joulukuu	Yhteensä
Myynti	134 400	125 000	95 000	76 000	77 000	109 500	
Varaosamyynti	29 000	31 000	21 500	17 300	12 900	15 600	
Huolto	59 900	62 300	45 300	25 500	18 200	12 000	
Tulot yhteensä							
Tavaraostot	170 700	147 000	121 000	102 500	68 400	69 800	
Kiinteät menot	2 200	2 200	2 200	2 200	2 200	2 200	
Muut menot	4 600	5 700	3 400	3 800	2 100	5 400	
Menot yhteensä							
Voitto							
	Tulot	Menot	Voitto				
Keskiarvo							
Maksimi							
Minimi							

4 - 7

Tutki [Tilastokeskuksen](#) sivuilta [palkkoja ja työvoimakustannuksia](#) sekä vastaa seuraaviin kysymyksiin:

- a) Laita työnantajasektorit **Valtio**, **Kunta** ja **Yksityinen** palkansaajien kokonaisansioiden mukaiseen järjestykseen. Ensimmäiseksi se työnantajasektori, missä palkansaajien kokonaisansiot ovat suurimmat:

1. _____

2. _____

3. _____

- b) Millainen vaikutus koulutusasteella ja iällä on kokonaisansioihin?

- c) Mikä on oman ammattiluokkasi kokoaikaisten palkansaajien kokonaisansion mediaani (€/kk)?

Huom!

Mediaani on jakauman keskikohtaa kuvaava luku ja se rajaa 50 % suuruusjärjestyksessä olevasta aineistosta.

Ammattiluokka: _____

Kokonaisansion mediaani (€/kk), miehet: _____

Kokonaisansion mediaani (€/kk), naiset: _____

Kuinka suuri ero naisten ja miesten mediaanipalkoissa on? _____

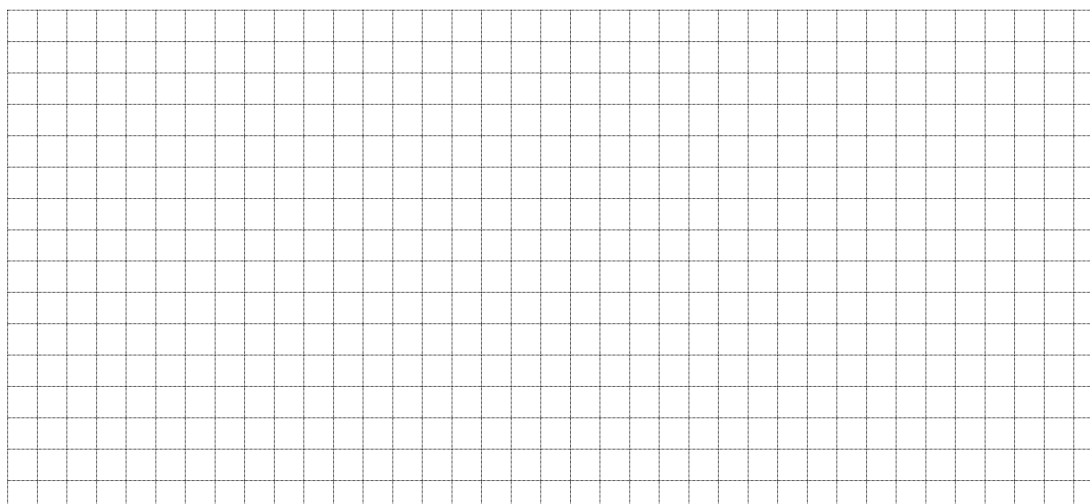
Huom!

Moodi eli tyyppi-arvo on aineistossa useimmin esiintyvä arvo.

4 - 8 Opiskelijaryhmän saamat arvosanat olivat:

3, 3, 4, 2, 5, 5, 2, 3, 4, 4, 1, 2, 5, 4, 3, 3, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 1, 3, 4

- Muodosta taulukko, josta käy ilmi kunkin arvosanan esiintymiskerrat sekä arvosanojen prosentuaaliset osuudet,
- laske aineistosta keskiarvo,
- määritä mediaani ja moodi,
- piirrä aineistosta pylväsdiagrammi.



4.3 Arvonlisävero

Arvonlisävero on käytetyin yleinen kulutusvero maailmassa. Se on voimassa yli 150 maassa. Suomessa arvonlisäverotus tuli voimaan 1.6.1994.

Lakisääteiset arvonlisäverokannat Suomessa vuonna 2013

Valtiovarainministeriön esitys on, että 1.1.2013 alkaen veroa suoritetaan pääsääntöisesti 24 % veron perusteesta. Oheisesta taulukosta löydät sovellettavat verokannat. Tarkista tehtäviä laskiessasi oikea verokanta.

24 %	Yleinen verokanta
14 %	Elintarvikkeet, ravintola- ja ateriapalvelut ja eläinten rehut (ei eläimet, juomavesi, alkoholijuomat ja tupakka)
10 %	Henkilökuljetukset Kirjat Liikuntapalvelut Lääkkeet Majoituspalvelut Pääsyliput kulttuuri-, sirkus- ja urheilutapahtumiin, elokuvaan ja huvipuistoihin Yleisradion valtion televisio- ja radiorahastosta saama määräraha Vähintään kuukaudeksi tilattujen sanoma- ja aikakauslehtien myynnit
0 %	Vienti Suomen ulkopuolelle suuntautuvat tavarakuljetukset Yleishyödyllisten yhteisöjen jäsenlehtien myynti Kansainvälisessä liikenteessä käytettävien vesialusten ja kansainvälistä liikennettä harjoittavan yhtiön ilma-alusten myynti
Vapautus	Sairaanhoito, lääkärinhoito, hammashoito Sosiaalihuoltoon ja sosiaaliturvaan liittyvät palvelut Koulu- ja yliopisto-opetus, ammattikoulutus Rahoitus- ja vakuutuspalvelut (ei kuitenkaan tallelokeroiden vuokraus ja neuvontapalvelut) Arpajaiset ja rahapelit Esiintyvien taiteilijoiden palkkiot Kiinteistöjen sekä rakennusmaan myynti Julkiset hautauspalvelut

Arvonlisäveron laskeminen verottomasta hinnasta

Arvonlisävero lasketaan aina tavarán tai tuotteen verottomasta hinnasta. Veron perusteeseen sisältyy myös kaikki hinnanlisät, jotka myyjä veloittaa ostajalta, esimerkiksi laskutuslisät ja postituskulut sekä päivärahat ja kilometrikorvaukset. Hinnanlisissä on sama verokanta kuin varsinaisessa tavarassa tai palvelussa.

Arvonlisäveron määrä lasketaan seuraavasti:

$$\text{alv} = \frac{\text{sovellettava verokanta}}{100} \cdot \text{veroton hinta}$$

Verollista hintaa laskettaessa arvonlisävero lisätään verottomaan hintaan.

ESIM. 4.1 Tietokoneen huollon veroton hinta on 75 €. Arvonlisäveron suuruudeksi saadaan

$$\text{alv} = \frac{24}{100} \cdot 75 \text{ €} = 0,24 \cdot 75 \text{ €} = 18 \text{ €}.$$

Eli verolliseksi hinta on $75 \text{ €} + 18 \text{ €} = 93 \text{ €}$.

ESIM. 4.2 Esimerkin 4.1 verollinen hinta voidaan laskea myös käyttäen lisäyskerrointa 1,24, eli

$$\text{verollinen hinta} = 1,24 \cdot 75 \text{ €} = 93 \text{ €}.$$

Nyt arvonlisäveron suuruus saadaan vähentämällä verollisesta hinnasta veroton hinta eli $93 \text{ €} - 75 \text{ €} = 18 \text{ €}$.

Tehtäviä

4 - 9 Puseron veroton hinta on 49 €. Laske arvonlisäveron suuruus ja verollinen hinta.

4 - 10 Kirjan veroton hinta on 19,50 €. Laske verollinen hinta ja arvonlisäveron osuus.

Arvonlisäveron laskeminen verollisesta hinnasta

Tavaran tai palvelun verollinen hinta muodostuu verottomasta hinnasta sekä arvonlisäverosta. Verollisesta hinnasta arvonlisävero lasketaan seuraavasti:

$$\text{veroton hinta} = \frac{\text{verollinen hinta}}{(100 + \text{sovellettava verokanta})} \cdot 100$$

Arvonlisäveron osuus voidaan nyt laskea verollisen ja verottoman hinnan erotuksena tai se voidaan laskea kaavalla

$$\text{alv} = \frac{\text{sovellettava verokanta}}{(100 + \text{sovellettava verokanta})} \cdot \text{verollinen hinta}$$

ESIM. 4.3 Kypärän verollinen myyntihinta on 275 €. Verottomaksi hinnaksi saadaan

$$\text{veroton hinta} = \frac{275 \text{ €}}{1,24} \cdot 100 = \frac{275 \text{ €}}{1,24} \approx 221,77 \text{ €}.$$

Arvonlisäveron suuruus on $275 \text{ €} - 221,77 \text{ €} = 53,23 \text{ €}$. Arvonlisävero voidaan myös laskea

$$\text{alv} = \frac{24}{124} \cdot 275 \text{ €} = 53,23 \text{ €}.$$

Tehtäviä

4 - 11 Uudet kengät maksavat 159 €. Laske veroton hinta ja arvonlisäveron suuruus.

4 - 12 Täydennä tummennetut alueet käsin tai taulukkolaskentaohjelmaa käyttäen.

ALV 24 %

Tuotekoodi	Veroton hinta (€)	ALV (€)	Verollinen hinta (€)
F123	120,00		
F124	53,00		
F125	12,00		
F126	134,00		
F127	160,00		

Tuotekoodi	Veroton hinta (€)	ALV (€)	Verollinen hinta (€)
H345			167,00
H346			23,50
H347			27,90
H348			156,00
H349			3,40

4 - 13*

Laske seuraavaan kauppalaskuun arvonlisäveron osuus.

KEVYTMAITO 1L	0,95
RYPÄLERASIA	2,29
KEVYTVIILI	0,60
RUISPALAT	2,25
KASVIS RUOKAKIRJA	28,90
WC-PAPERI	5,19
MUOVIKASSI 40 L	0,20
YHTEENSÄ	40,38

Huom!

Tarkista taulukosta sovellettavat arvonlisäverokannat.

ALV	VEROTON	VERO	VEROLLINEN
24,00 %			
14,00 %			
10,00 %			
YHTEENSÄ			

4 - 14*

Täydennä oheinen lasku.

LASKU			
Tuote	Tilattu määrä kpl	Myyntihinta €/kpl	Summa
Saha	6	8,90	
Jakoavain	4	15,00	
Vasara	9	9,50	
Yhteensä:			
Veroton hinta:			
ALV (24 %):			

4 - 15*

Täydennä oheinen taulukko.

Veroton hinta (€)	ALV		Verollinen hinta (€)
	(€)	(%)	
450,00	108,00		
368,00		24	
	21,40	14	
		10	1 249,50

4 - 16*

Laske asiakkaan hotellivuorokaudesta arvonlisäverolaskelma, josta ilmenee verolliset ja verottomat hinnat sekä sovellettavat arvonlisäverokannat. Laske hotellivuorokauden kokonaishinta ja valtiolle maksettavan arvonlisäveron osuus. Käytä ratkaisussa taulukkolaskentaohjelmaa.

Asiakas yöpyy hotellissa yhden yön hintaan 159 €/vrk. Hintaan sisältyy aamupala, jonka verollinen hinta on 6,90 €. Illalla asiakas käy nauttimassa hotellin ravintolassa Metsästäjän leikkeen hintaan 18,90 € ja lasin viiniä hintaan 9,80 €. Ennen nukkumaanmenoa asiakas ottaa huoneen baarikaapista yhden suklaapatukan (2,00 €) ja pullon vettä (2,50 €). (Hinnat ovat veron sisältäviä.)

	Verollinen hinta €	ALV %	ALV €	Veroton hinta €
Yöpyminen 1 vrk				
Aamupala				
Metsästäjän leike				
Viini 16 cl				
Suklaa				
Vesipullo 0,33 l				
Yhteensä:				

4.4 Laina ja korko

Pankista on mahdollista saada lainaa esimerkiksi asunnon ostamiseen, opintojen rahoittamiseen tai vaikkapa yrityksen perustamiseen. Laina maksetaan takaisin sovittuja ehtoja noudattaen, yleensä kuukausierinä. Kuukausierä sisältää

- **lyhennyksen**, joka vähentää lainapääomaa eli takaisin maksettavan lainan määrää, sekä
- **koron**, joka on asiakkaan lainasta maksamaa korvausta pankille.

Vuosikorko ilmoitetaan prosentteina ja sen avulla korko voidaan laskea lainapääomasta. Maksettava euromääräinen korko riippuu aina jäljellä olevasta lainapääomasta.

Kuukauden korko saadaan jakamalla vuosikorko luvulla 12.

ESIM. 4.4 Henkilöllä on asuntolainaa 75 000 € ja maksettava korko on 1,25 %. Laske euromääräinen kuukausikorko.

Nyt

$$\text{korko} = \frac{0,0125}{12} \cdot 75\,000 \text{ €} \approx 78,13 \text{ €}.$$

Tehtäviä

4 - 17

Lainan määrä on 160 000 € ja korko 1,75 %. Kuinka paljon korkoa on maksettava vuodessa/kuukaudessa, kun korko lasketaan koko lainapääomasta. Laske ja täydennä taulukko.

Koko lainapääoma	160 000	100 %
Korko vuodessa		
Korko kuukaudessa		

4 - 18

Jos edellisessä laskelmassa korko nousisi 1 %-yksikön, niin miten se muuttaisi edellisiä euromääräisiä korkoja?

Koko lainapääoma	160 000	100 %
Korko vuodessa		
Korko kuukaudessa		

4 - 19

Perehdy johonkin internetistä löytyvään lainalaskuriin (esimerkiksi eri pankkien lainalaskurit) ja laadi sen avulla lyhyt laskelma, josta ilmenee ainakin

- lainan tarjoaja
- lainan tarkoitus
- lainan suuruus
- laina-aika
- lainan korko
- kuukausierä

Käytä seuraavissa tehtävissä *englantilaista korkotapaa*.

Korkolaskennan peruskaava	Kuukaudet			
$t \cdot i \cdot k = r$, missä	<i>Tammikuu</i>	31	<i>Heinäkuu</i>	31
t = korkoaika	<i>Helmikuu</i>	28	<i>Elokuu</i>	31
i = korkokanta desimaalimuodossa	<i>Maaliskuu</i>	31	<i>Syyskuu</i>	30
k = alkuperäinen pääoma	<i>Huhtikuu</i>	30	<i>Lokakuu</i>	31
r = rahallinen korko	<i>Toukokuu</i>	31	<i>Marraskuu</i>	30
	<i>Kesäkuu</i>	30	<i>Joulukuu</i>	31

- a) Laske vuoden korko, kun alkuperäinen pääoma on 450 € ja korko 2,2 %.
- b) Kuinka paljon korkoa tuottaa 185 € 1,25 %:n mukaan 100 päivässä?
- c) Laske kolmen kuukauden korko, kun alkuperäinen pääoma on 4 200 € ja korko 1,5 %.
- d) Laske kasvanut pääoma, kun alkuperäinen pääoma on 16 400 €, korko 2,8 % ja korkoaika 191 päivää.
- e) Laskun suuruus on 300 €. Siitä joudutaan maksamaan viivästyskorkoa 11 %:n korkokannan mukaan ajalta 17.4. – 1.6.2022. Määritä viivästyskorko ja laskun loppusumma.
- f) Laskun, jonka suuruus on 1 250 €, eräpäivä on 17.1.2022 ja viivästyskorkokanta on 11 %. Montako euroa on viivästyskorko, jos lasku maksetaan vasta 1.4.2022?

LIITE: TESTAA TAITOSI! (Oppimisen seuranta)

Tee pikatestit ja varmista, että olet oppinut perusasiat. Keski-Pohjanmaan ammattiopiston opiskelijoille testit on rakennettu Itslearning-alustalle sähköiseen muotoon (Pakollisen matematiikan verkkokurssi).

Testien avulla voit testata omaa oppimistasi, saavutettu taso ei vastaa osaamisen loppuarvioinnin arviointiasteikkoa, mutta se kertoo valmiudestasi osallistua varsinaiseen kokeeseen. Testin kysymykset ovat monivalintakysymyksiä. Testit tulee tehdä ennen varsinaiseen kokeeseen osallistumista.

Valitse opiskelemastasi osasta 15 kysymystä testin ohjeistuksen mukaisesti. Testin voi tehdä useamman kerran valitsemalla eri kysymyksiä. Pyydä opettajaasi tarkistamaan testi. Sähköisessä versiossa kysymykset tulevat aina satunnaisesti ja siinä on automaattinen tarkistus. **Testissä tulisi yltää vähintään tasolle 3 (tasot 1 - 5) ennen varsinaiseen kokeeseen osallistumista.**

Oikeita vastauksia	Taso
0-3	1
4-6	2
7-9	3
10-12	4
13-15	5

OSA 1: Peruslaskutoimitukset

Pyöristäminen (valitse 2 kysymystä)

- Paljonko luku 13,537 on sadasosien tarkkuudella?
 - 13,5
 - 13,53
 - 13,54
 - 13,537
- Paljonko luku 999,99 on ykkösten tarkkuudella?
 - 1 000
 - 999
 - 999,9
 - 990

3. Paljonko luku 1 265,35 on kymmenten tarkkuudella?
- a) 1 260
 - b) 1 270,35
 - c) 1 270
 - d) 1 260,4
4. Ostat Kuopion torilta käteisellä tuotteen, johon on merkitty hinta 9,53 €. Paljonko mak-
sat tuotteesta?
- a) 9,50 €
 - b) 9,53 €
 - c) 9,55 €
 - d) 9,60 €

Merkkisäännöt ja laskujärjestys (valitse 3 kysymystä)

5. Laske

$$12 - 2 \cdot 3 + 2 \cdot (-9) =$$

- a) -12
- b) 12
- c) -72
- d) -414

6. Laske

$$2 \cdot 3 - (2 - 8 : 2 + 1) =$$

- a) 7
- b) 5
- c) 8
- d) 4

7. Laske

$$\frac{18}{-3 \cdot 2} =$$

- a) -4
- b) -12
- c) 3
- d) -3

8. Laske

$$-6 - (-6) =$$

- a) 12
- b) -12
- c) 0
- d) -6

9. Laske

$$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$$

- a) -1
- b) 1
- c) 5
- d) -5

10. Mikä on luvun -2 itseisarvo?

- a) -2
- b) 0
- c) 1
- d) 2

Mittayksiköt (valitse 3 kysymystä)

11. Montako sekuntia on vuorokaudessa?

- a) 3 600
- b) 86 400
- c) 604 800
- d) 43 200

12. Montako tuntia on 165 minuuttia?

- a) 2,45 h
- b) 2,75 h
- c) 2,15 h
- d) 2,25 h

13. Montako litraa on 1 dm³?

- a) 1
- b) 10
- c) 100
- d) 1 000

14. Paljonko 56 grammaa on kilogrammoina?

- a) 0,056 kg
- b) 0,56 kg
- c) 5,6 kg
- d) 0,0056 kg

15. Montako metriä on 335 mm?

- a) 3,35 m
- b) 0,335 m
- c) 33,5 m
- d) 0,035 m

16. Montako neliömetriä menee yhteen aariin?

- a) 2
- b) 10
- c) 100
- d) 1 000

Murtoluvut (valitse 3 kysymystä)

17. Laske

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} =$$

- a) 5/6
- b) 1/3
- c) 3/9
- d) 1/2

18. Laske

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} =$$

- a) 5/9
- b) 7/9
- c) 1 1/9
- d) 1 1/4

19. Murtoluku $1 \frac{7}{100}$ on desimaalilukuna

- a) 1,7
- b) 1,07
- c) 1,007
- d) 1,0007

20. Laske

$$\frac{3}{8} : 2 =$$

- a) $3/16$
- b) $3/4$
- c) $1 \frac{1}{2}$
- d) $2 \frac{2}{3}$

21. Kanisterissa olevasta moottoriöljystä on käytetty $3/5$. Paljonko kanisterissa on öljyä jäljellä, jos täyteen kanisteriin menee öljyä 4 litraa?

- a) 0,8 l
- b) 1,6 l
- c) 2,4 l
- d) 3,2 l

22. Mehun sekoitussuhde on $1 : 5$, eli yksi osa tiivistettä ja viisi osaa vettä. Paljonko laitaa mehu tiivistettä, jos haluat valmistaa mehua 12 litraa?

- a) 2 desilitraa
- b) 2,4 desilitraa
- c) 2 litraa
- d) 2,4 litraa

Potenssit (valitse 1 kysymys)

23. Laske

$$(-6)^2 =$$

- a) 12
- b) -12
- c) 36
- d) -36

24. Laske

$$(-1)^{10} - (-1)^9 =$$

- a) 0
- b) 2
- c) -2
- d) 1

Juuret (valitse 1 kysymys)

25. Laske

$$\sqrt{4^2 + 3^2} =$$

- a) 25
- b) 5
- c) 7
- d) 3,74

26. Paljonko on kuutiojuuri luvusta 729?

- a) 9
- b) 27
- c) 3
- d) 243

Sanalliset tehtävät (valitse 2 kysymystä)

27. Pensaan taimia istutetaan kahden tontin väliselle rajalle 36 metrin matkalle 30 cm:n välein. Kuinka monta tainta tarvitaan?

- a) 120
- b) 121
- c) 1 200
- d) 108

28. Kuinka paljon maksaa 300 grammaa irtokarkkeja, jos kilohinta on 7,90 €/kg?

- a) 2,37 €
- b) 23,70 €
- c) 4,25 €
- d) 2,63 €

29. Paljonko on dieselin litrahinta, kun tankatessa 30 litraa maksaa 54,73 €?

- a) 0,55 €/l
- b) 1,64 €/l
- c) 1,75 €/l
- d) 1,82 €/l

30. Tuntipalkka työmaalla on 12,50 €/h. Työskentelet maanantaista perjantaihin 30 h viikossa. Edellisen viikon aikana teit joka päivä tunnin ylitöitä. Ylitöistä maksettava lisä on puolet peruspalkasta. Paljonko sait palkkaa edelliseltä viikolta?

- a) 380 €
- b) 406,25 €
- c) 535 €
- d) 562,50 €

OSA 2: Prosenttilaskenta

Prosentti ja promille (valitse 2 kysymystä)

31. Paljonko 1,5 % on desimaalilukuna?
- a) 0,0015
 - b) 0,015
 - c) 0,15
 - d) 1,5
32. Paljonko 3 promillea on desimaalilukuna?
- a) 0,0003
 - b) 0,003
 - c) 0,03
 - d) 0,3
33. Paljonko $\frac{7}{8}$ on prosentteina?
- a) 7 %
 - b) 15 %
 - c) 78 %
 - d) 87,5 %
34. Jaat kakun 16 palaan, paljonko yksi pala on kakusta?
- a) 4,5 %
 - b) 6,25 %
 - c) 8 %
 - d) 16 %

Prosenttiarvo (valitse 1 kysymystä)

35. Paljonko on 3,5 % 1 500 €:sta?
- a) 35 €
 - b) 52,50 €
 - c) 45 €
 - d) 525 €
36. Paljonko on alennus, jos 59 € maksavasta paidasta saa 45 % alennusta?
- a) 2,66 €
 - b) 26,55 €
 - c) 38,35 €
 - d) 45 €

Prosenttiluku (valitse 2 kysymystä)

37. Ryhmässä on 26 opiskelijaa, joista 4 oli sairaana. Paljonko oli sairaana olevien osuus?
- a) 1,5 %
 - b) 4 %
 - a) 15,4 %
 - b) 26 %
38. Liuoksessa on 35 g suolaa. Mikä on liuoksen suolapitoisuus, kun liuoksen kokonaismassa on 1,5 kg?
- a) 2,3 %
 - b) 4,3 %
 - c) 23,3 %
 - d) 35 %
39. Montako prosenttia lastista on tyhjennetty, jos rekka-autossa on vielä 30 pakettia jäljellä ja samankokoisia paketteja oli kaikkiaan 57?
- a) 27 %
 - b) 30 %
 - c) 47,4 %
 - d) 52,6 %
40. Mikä on miesten osuus yrityksessä jo 112 työntekijästä 43 on naisia?
- a) 38,4 %
 - b) 43 %
 - c) 61,6 %
 - d) 72,1 %

Lisäys- ja vähennyskerroin (valitse 3 kysymystä)

41. Mikä on vähennyskerroin, kun hinta laskee 35 %?
- a) 0,35
 - b) 0,65
 - c) 0,75
 - d) 1,35
42. Mikä on lisäyskerroin, jos tuotteen hinta nousee 2,6 %?
- a) 0,026
 - b) 0,974
 - c) 1,026
 - d) 1,26

43. Mikä on ehjien tuotteiden määrä, jos 3 000 kappaleen erästä viallisia on 2 %?
- a) 2 340
 - b) 2 400
 - c) 2 940
 - d) 2 998
44. Paljonko on yrityksen uusi liikevaihto, jos 1,5 miljoonan euron liikevaihto nousee 12 %?
- a) 168 000 €
 - b) 270 000 €
 - c) 1 620 000 €
 - d) 1 680 000 €
45. Mikä on lopullinen hinta, jos 120 € tuotteesta saat 15 %:n alennuksen sekä lisäksi 5 %:n kanta-asiakas-alennuksen?
- a) 96 €
 - b) 96,90 €
 - c) 99 €
 - d) 100 €
46. Paljonko on kokonaisalennus, jos 20 % alennettu hinta tippuu vielä 20 %?
- a) 35 %
 - b) 36 %
 - c) 38 %
 - d) 40 %

Muutosprosentti (valitse 2 kysymystä)

47. Vuosimyynti parani 1 300 kappaleesta 1 700 kappaleeseen. Paljonko oli muutos prosentteina?
- a) 23,5 %
 - b) 25,1 %
 - c) 30,8 %
 - d) 32,9 %
48. Hinta laski alennusmyyntien aikana 125 eurosta 99 euroon. Montako prosenttia hinta tippui?
- a) 20,8 %
 - b) 24,9 %
 - c) 26,3 %
 - d) 44,2 %

49. Yrityksen liikevaihto muuttui 115 000 eurosta 147 000 euroon. Paljonko oli muutos prosentteina?
- a) 21,8 %
 - b) 22,4 %
 - c) 27,8 %
 - d) 29,1 %
50. Yrityksen kuukausittainen asiakasmäärä tippui 2 400 kävijästä 2 100 kävijään. Paljonko oli muutos prosentteina?
- a) 10,5 %
 - b) 12,5 %
 - c) 13,9 %
 - d) 14,3 %

Perusarvo (valitse 2 kysymys)

51. Paljonko on auton alkuperäinen hinta, jos maksoit siitä 5 250 € ja sait 5 %:n käteisalennuksen?
- a) 5 255 €
 - b) 5 513 €
 - c) 5 526 €
 - d) 6 038 €
52. Paljonko on alkuperäinen hinta, jos tuote maksaa 114 € 15 %:n alennuksessa?
- a) 129 €
 - b) 131,10 €
 - c) 134,12 €
 - d) 135,95 €
53. Mistä luvusta 72 on 24 %?
- a) 89,28
 - b) 196
 - c) 288
 - d) 300
54. Paljonko pitäisi tuotteen alkuperäisen hinnan olla, jos se halutaan myydä 30 %:n alennuksella hintaan 199 €?
- a) 215,95 €
 - b) 242,90 €
 - c) 258,70 €
 - d) 284,29 €

Yhtälöt (valitse 3 kysymystä)

55. Ratkaise yhtälö

$$3x + 4 = x - 2$$

- a) $x = 1$
- b) $x = -1$
- c) $x = 3$
- d) $x = -3$

56. Ratkaise yhtälö

$$5x = 3x + 6$$

- e) $x = 1$
- f) $x = -1$
- g) $x = 3$
- h) $x = -3$

57. Ratkaise yhtälö

$$2(x - 1) = 3x - 1$$

- i) $x = 1$
- j) $x = -1$
- k) $x = 3$
- l) $x = -3$

58. Ratkaise verranto

$$\frac{5}{6} = \frac{15}{x}$$

- a) $x = 12,5$
- b) $x = 15$
- c) $x = 18$
- d) $x = 90$

59. Ratkaise verranto

$$\frac{x}{6} = \frac{9}{12}$$

- a) $x = 2$
- b) $x = 4,5$
- c) $x = 8$
- d) $x = 18$

60. Ratkaise verranto

$$\frac{7}{x} = \frac{105}{300}$$

- a) $x = 0,4$
- b) $x = 2,45$
- c) $x = 20$
- d) $x = 42,9$

OSA 3: Geometria

Toteutetaan seuraavalla hankerahoituksella.

OSA 4: Talous- ja tilastomatematiikka

Toteutetaan seuraavalla hankerahoituksella.

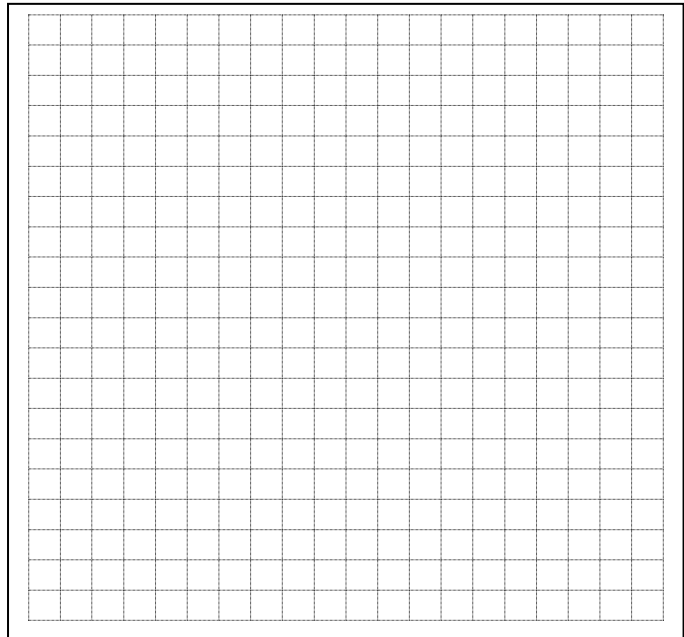
LIITE: MALLIKOKEITA

Seuraavana on esitetty muutamia T1-T2 -tason matematiikan kokeita. Kokeet ovat alakoh-
taistettuja ja suluissa näkyy perustutkinto, jolle koe on ensisijaisesti tarkoitettu. Kokeet kat-
tavat koko pakollisen matematiikan Matematiikka 4 osp vaatimukset.

KOE 1 (Liiketoiminnan pt)

Laske kaikki tehtävät ja laita mahdolliset perustelut näkyviin.

1. Piirrä ruudukkoon (1 ruutu = 1 cm)
- a) neliö, jonka sivun pituus on 4 cm,
 - b) suorakulmainen kolmio, jonka kateetit ovat 3 cm ja 5 cm,
 - c) ympyrä, jonka säde on 2,5 cm,
 - d) suorakulmio, jonka ala on 20 cm^2 .



/4 p

2. a) Muunna annetuiksi yksiköiksi.

12 cm = _____ m

0,12 m = _____ mm

4 dl = _____ l

1 200 g = _____ kg

- b) Neliön sivun pituus on 15 cm. Laske neliön piiri ja pinta-ala.

- c) Suorakulmaisen särmiön muotoisen varastokontin pituus on 1,76 m, leveys 1,86 m ja korkeus 1,37 m. Laske kontin tilavuus kuutiometreinä.

/6 p

3. Laske

a) $3^3 - 2^2 =$

b) $25 - 2 \cdot (8 - 6 : 3) =$

c) Matkasta on ajettu $\frac{1}{4}$. Paljonko matkaa on vielä jäljellä, jos matkan pituus on 167 km?

/6 p

4. a) Laske 25 prosenttia 1 300 eurosta.

b) Kuinka paljon 23 euroa on 450 eurosta?

c) Paljonko on muutos prosentteina, kun 2400 €:n palkkasi nousee 50 €?

/6 p

5. a) Alennusmyynnissä tulostin myytiin 30 %:n alennuksella. Laske alennettun tulostimen hinta, kun alkuperäinen hinta oli 115 €.

b) Asunnon vuokra on 430 euroa ja vuokraa korotetaan 5 %. Paljonko asunnon vuokra oli korotuksen jälkeen?

/4 p

6. a) Hyla-kerma 0,2 litran pakkauksessa maksaa 1,23 €. Laske kerman litrahinta (€/l).

b) Laske arvonlisävero ja hintaa arvonlisäveroineen, kun veroton hinta on 90 € ja alv 24 %.

c) Laske kuukauden korko, kun sijoitat 5 000 € ja saat sille vuosittaisen 3 %:n tuoton.

/6 p

KOE 2 (Elintarvikealan pt, Hotelli- ravintola ja catering-alan pt)

Vastaa kaikkiin kysymykseen. Laita mahdolliset perustelut näkyviin.

1. (a) Muuta prosenteiksi:

$$\frac{2}{5} = \text{_____} \%$$

$$\frac{12}{100} = \text{_____} \%$$

- (b) Laske

$$23 - 2 \cdot 7 - 5 = \text{_____}$$

- (c) Paljonko $\frac{2}{3}$ on 16 kg:sta?

/4 p

2. Muunna annetuiksi yksiköiksi.

(a) 2 dl = _____ l

(b) 0,44 kg = _____ g

/2 p

3. Suurennna 40 hengen keitto-ohje sellaiseksi, että keittoa riittää 130 hengelle.

raaka-aine	määrä	laskutoimitus	määrä/130 henkeä
maito	12 l		
pinaatti	1,5 kg		
vehnäjäuhot	550 g		
voi	300 g		
suola	50 g		
kananmuna	1,1 kg		

$$\text{kerroin} = \frac{\text{uusi}}{\text{vanha}}$$

/4 p

4. (a) Siian mäti maksaa 0,125 kg:n pakkauksessa 8,65 €. Laske mädin kilohinta (€/kg).

- (b) Paljonko maksaa 0,35 kg irtokarkkeja, kun niiden kilohinta on 5,95 €?

- (c) Kuinka paljon saat luumuja 12 eurolla, jos luumujen kilohinta on 4,15 €/kg?

/6 p

5. a) Paljonko 0,5 kg:ssa grillimakkaraa on rasvaa, jos rasvaprosentti on 32 %?

b) Lounas maksaa 9,90 € ja siitä saa 5 % alennusta. Mikä on alennettu hinta?

c) Paljonko on bruttopalkka, jos 2 100 €:n palkkaa nostetaan 2 %?

d) Laske arvonlisävero ja verollinen hinta, kun veroton hinta on 45 € ja sovellettava verokanta on 14 %.

d) Paljonko 10 000 €:n lainasta pitää maksaa kuukaudessa korkoa, jos vuosikorko on 1,8 %?

/10 p

6. a) Ravintolan toimistoon laitettiin uusi muovimatto. Huoneen leveys oli 4,2 m ja pituus 3,5 m. Montako neliömetriä muovimattoja tarvittiin?

b) Paljonko edellisen kohdan muovimatto maksaa, jos sen hinta on 21,70 €/m²?

c) Työpöydän kansi, jonka leveys on 125 cm ja pituus 180 cm, lakataan molemmiin puolin. Riittääkö lakka, jos sen riittävyys on 4 m²?

/6 p

KOE 3 (Sosiaali- ja terveysalan pt)

Vastaa kaikkiin kysymykseen. Laita mahdolliset perustelut näkyviin.

1. Laske

a) $20 - 9 - 6 : 2 =$

b) $3^2 - \sqrt{9} =$

c) Kanisterista kaadetaan $\frac{3}{5}$. Paljonko kanisteriin jää, jos täydessä kanisterissa on nestettä 5 litraa?

d) Laske lääkkeen arvonlisävero ja verollinen hinta, kun sen veroton hinta on 23 € (alv 14 %).

/4 p

2. a) Suolaliuoksen suolapitoisuus on 15 %. Kuinka paljon siinä on suolaa, kun liuoksen kokonaismäärä on 2,5 kg?

d) Laske 7 % lisää 350 euroon.

e) Laske 20 grammasta pois 15 %.

f) Paljonko 78 grammaa on 150 grammasta?

g) Paljonko muutos on prosenteissa, jos määrä muuttuu 55 mg:sta 85 milligrammaan?

h) Laske kuukauden korko, kun alkuperäinen pääoma on 1 500 € ja korkokanta 2,2 %.

/12 p

3. Muunna annetuiksi yksiköiksi.

12 cm = _____ m

0,05 m = _____ mm

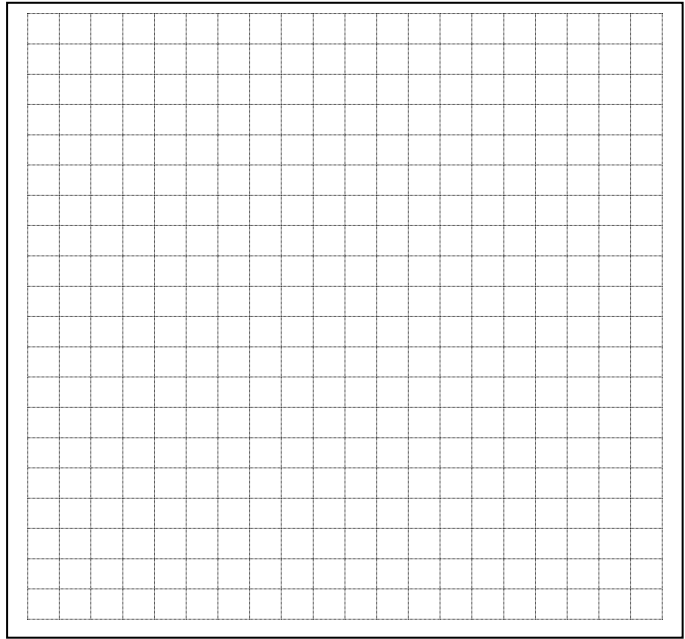
2 dl = _____ l

150 mg = _____ g

/4 p

4. Piirrä ruudukkoon (1 ruutu = 1 cm)

- e) ympyrä, jonka säde on 2,5 cm,
- f) suorakulmainen kolmio, jonka kanta on 5 cm ja korkeus ovat 3 cm,
- g) neliö, jonka piiri on 16 cm,
- h) suorakulmio, jonka ala on 15 cm².



/4 p

5. a) Työhuoneen lattia päällystetään muovimatolla. Montako neliömetriä muovimattoa tarvitaan, kun huoneen mitat leveys on 4,5 m ja pituus 5,8 m?

b) Paljonko edellisen kohdan muovimatto maksaa, jos sen hinta on 21,70 €/m²?

c) Paljonko a-kohdan huoneeseen mahtuu ilmaa, jos huoneen korkeus on 2,3 m?

d) Työhuoneeseen laitetaan pyöreä matto, jonka halkaisija on 1,4 m. Montako neliömetriä se peittää lattian pinta-alasta. (Ympyrälle $A = \pi \cdot r^2$)

/6 p

LIITE: VASTAUKSET

PERUSLASKUTOIMITUKSET

1 - 1 -

1	4	6	5	2	1	7	,	6	7	9
d	f	h	b	a	i	k		e	c	j

1 - 2 -

1 - 3 -

1 - 4 -

1 - 5 Luku on jaollinen kahdella.

1 - 6 b, d, e, f

1 - 7

d) kymmenten tarkkuudella	2 850
e) satojen tarkkuudella	2 900
f) tuhansien tarkkuudella	3 000

1 - 8

e) ykkösten tarkkuudella	7
f) kymmenesosien tarkkuudella	6,8
g) sadasosien tarkkuudella	6,84
h) tuhannesosien tarkkuudella	6,835

1 - 9

kymmenesosien tarkkuudella	$\pi \approx 3,1$
sadasosien tarkkuudella	$\pi \approx 3,14$
tuhannesosien tarkkuudella	$\pi \approx 3,142$

1 - 10

Maksu €	Käteisostoissa	Tiliostoissa
12,38 €	12,40 €	12,38 €
12,60 €	12,60 €	12,60 €
436,54 €	436,55 €	436,54 €
9,33 €	9,35 €	9,33 €
1 098,12 €	1 098,10 €	1 098,12 €
0,98 €	1,00	0,98 €

1 - 11

-

1 - 12

-

1 - 13

-

1 - 14

a) 0 b) 0 c) -12 d) -12

1 - 15

a) -12 b) 12 c) -12
d) -2 e) 2 f) -2

1 - 16

-13 °C

1 - 17

-1 °C

1 - 18

a) -9 b) 5 c) -1
d) 0 e) 7 f) 2,5

1 - 19*

a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{1}{10}$ c) 1
d) 9 e) $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ f) $\frac{2}{3}$

1 - 20

a) 7 b) 1 c) 0,5
d) 20 e) 1,5 f) 100

1 - 21

a) 26 b) 8 c) -13
d) 3 e) 21 f) 9

1 - 22

a) -24 b) 16 c) -12
d) 2 e) 11 f) -13

1 - 23

a) 9 000 m b) 0,05 m c) 0,012 m d) 0,2 m

1 - 24

a) 0,025 km b) 0,00145 km
c) 0,0015 km d) 0,012 km

- 1 - 25 a) 0,3 cm b) 140 cm c) 1 100 cm d) 60 000 cm
- 1 - 26 a) 4 000 g b) 0,324 g c) 575 g d) 0,002 g
- 1 - 27 a) 0,75 kg b) 0,00054 kg
c) 1,2 kg d) 0,1253 kg
- 1 - 28 33
- 1 - 29 2,81 €
- 1 - 30 2,3 t
- 1 - 31 22
- 1 - 32 -
- 1 - 33 a) 4 000 000 m² b) 0,0432 m²
c) 2 000 m² d) 5 000 000 m²
- 1 - 34 a) 0,9 a b) 2 000 a c) 0,00125 a d) 500 a
- 1 - 35 a) 2,5 l b) 4 l c) 1,25 l d) 0,056 l
- 1 - 36 a) 9 000 dm³ b) 0,14 dm³
c) 125 dm³ d) 5 dm³
- 1 - 37 $6\frac{2}{3}$ rkl
- 1 - 38 3000 l
- 1 - 39 168 h
- 1 - 40 3,5 h
- 1 - 41 86 400 s
- 1 - 42 a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{12}{16} (= \frac{3}{4})$ c) $1\frac{2}{9}$
- 1 - 43 a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{11}{4}$ c) $\frac{31}{5}$ d) $\frac{49}{4}$
- 1 - 44 a) $3\frac{1}{3}$ b) 3 c) 10 d) $2\frac{1}{4}$
- 1 - 45 a) $\frac{2}{6}$ b) $\frac{9}{12}$ c) $\frac{6}{30}$ d) $\frac{5}{20}$
- 1 - 46 a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{9}$
- 1 - 47 a) 9 b) 6
- 1 - 48 a) 0,2 b) 0,86 c) 3,2 d) 1,33

1 - 49	a) $\frac{3}{5}$	b) $\frac{3}{50}$	c) $1\frac{9}{10}$	d) $12\frac{1}{4}$
1 - 50	$\frac{60}{100} < \frac{5}{7} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < 0,85$			
1 - 51	50 g			
1 - 52	260 km			
1 - 53	1 m			
1 - 54*	a) $\frac{7}{10}$	b) $1\frac{5}{12}$	c) $2\frac{1}{12}$	
1 - 55*	a) $\frac{1}{8}$	b) $2\frac{3}{10}$	c) $2\frac{1}{2}$	
1 - 56*	a) $\frac{1}{5}$	b) $8\frac{3}{4}$	c) $1\frac{17}{18}$	
1 - 57*	a) $\frac{3}{10}$	b) $\frac{15}{16}$	c) $5\frac{1}{7}$	
1 - 58*	16 h			
1 - 59*	14 pulloa			
1 - 60	-			
1 - 61	a) 3^4	b) 8^6		
1 - 62	a) 49	b) 64	c) 32	
	d) 15	e) 1	f) 59 049	
	g) -9	h) 9	i) -27	
1 - 63	-			
1 - 64	a) 2	b) 9	c) 10	
	d) 5,7	e) 1	f) ei ratk. $\in \mathbb{R}$ (reaalilukujen joukko)	
1 - 65	30 m			
1 - 66*	-			
1 - 67*	a) 4	b) 1	c) -1	
	d) 10	e) 2,62	f) 7,54	
1 - 68*	15 cm			

PROSENTTILASKENTA

2 - 1	a) 3 d) 6	b) 4 e) 2	c) 13 f) 1
2 - 2	a) 2 d) 15	b) 5 e) 8	c) 3 f) -25
2 - 3	a) 0 d) 2	b) 2 e) 1	c) 2 f) $\frac{8}{11}$ ($\approx 0,73$)
2 - 4	162 kg		
2 - 5	a) 28	b) 3,75	c) 91,8
2 - 6*	15,9 dl		
2 - 7	a) 10	b) 8	
2 - 8	a) 50 % d) 20 %	b) 20 % e) 2 %	c) 75 % f) 2 %
2 - 9	a) 50 % d) 1,25 %	b) 5 % e) 12,5 %	c) 0,5 % f) 125 %
2 - 10	a) 0,08 d) 0,0145	b) 0,8 e) 0,45	c) 0,008 f) 1,45
2 - 11	a) 12 kg	b) 36 €	c) 32,3 m
2 - 12	84 g		
2 - 13	8 naista		
2 - 14	26,55 €		
2 - 15	2,75 cl		
2 - 16	a) 17,5 %	b) 5 %	c) 40 %
2 - 17	3,3 %		
2 - 18	40 %		
2 - 19	a) 1,02	b) 1,12	c) 1,012
2 - 20	a) 0,97	b) 0,65	c) 0,965
2 - 21	a) 136,80 €	b) 91,80 €	

2 - 22 a) 73,50 € b) 153,55 €

2 - 23 193,60 €

2 - 24 182,40 €

2 - 25 Ei pysy (–1,9 kg)

2 - 26 25,6 %

2 - 27 3,5 %

2 - 28 13,8 %

2 - 29 18,2 %

2 - 30* 4 l

2 - 31* 3167 €

2 - 32 -

2 - 33

perusarvo	75 %	50 %	25 %	10 %	1 %
1 kg	0,75 kg	0,5 kg	0,25 kg	0,1 kg	0,01 kg
200 €	150 €	100 €	50 €	20 €	2 €
64 ml	48 ml	32 ml	16 ml	6,4 ml	0,64 ml
75 g	56,25 g	37,5 g	18,75 g	7,5 g	0,75 g
1 400 €	1050 €	700 €	350 €	140 €	14 €

2 - 34 a) 24,6 % b) 385 € c) 63,75 ml

2 - 35 a) 166,95 € b) 88 €/vrk c) 4 %

2 - 36*

Hinta	Alennus			
	20 %	30 %	40 %	50 %
	Alennettu hinta			
100	80	70	60	50
150	120	105	90	75
200	160	140	120	100
250	200	175	150	125
300	240	210	180	150

2 - 37*

a)

Paikkakunta	Myynti €	%-osuus
Kokkola	12 000	15,5
Oulu	25 600	33,0
Jyväskylä	21 500	27,7
Vaasa	18 500	23,8
Yhteensä:	77 600	100,0

b) -

GEOMETRIA

- 3 - 1 a) 3,5 m, 4,25 b) 9,2 cm
- 3 - 2* 1 : 2 000 000
- 3 - 3 a) 15 cm², 16 cm b) 31,9 m², 23,6 m
- 3 - 4 16,0 m², 16,0 m, 35,2 m²
- 3 - 5 25 cm², 20 cm
- 3 - 6 0,81 m²
- 3 - 7 a) 9,0 m² b) 17,0 m
- 3 - 8 31,7 cm, 42 cm²
- 3 - 9 tasasivuinen, suorakulmainen, tasakylkinen
- 3 - 10 10 cm, koska $6^2 + 8^2 = 10^2$
- 3 - 11 7,7 cm
- 3 - 12* 4,2 cm
- 3 - 13 $r = 4$, $A \approx 50,3$, $p \approx 25,1$
- 3 - 14 19,6 m²
- 3 - 15 75,4 m
- 3 - 16 -
- 3 - 17 a) 16 cm, 16 cm² b) 14,4 m, 12,96 m²

3 - 18*	a) 20 cm, 24 cm ²	b) 92 m, 507,84 m ²
3 - 19*	10,4 m	
3 - 20	a) 6,48 m ²	b) 3 purkkia c) 33,92 €
3 - 21*	19,2 cm	
3 - 22	90 cm ²	
3 - 23	17,3 m, 23,8 m ²	
3 - 24	4,48 m ³	
3 - 25	46,8 m ³	
3 - 26*	2,7 m	
3 - 27*	76 l	
3 - 28	0,125 m ³	
3 - 29	6	
3 - 30*	1,5 m ²	
3 - 31*	0,25 l	
3 - 32	-	
3 - 33	2,4 m ³	
3 - 34*	0,23 m ³ (230 l)	
3 - 35*	2,0 l	
3 - 36	-	
3 - 37	565 cm ³	
3 - 38	3 240 000 m ³	
3 - 39*	0,75 dl	
3 - 40	14 137 cm ³	
3 - 41	883 573 m ³	
3 - 42*	1,13 dl	
3 - 43*	1,08 · 10 ¹² km ³	
3 - 44*	40 030 km	

3 - 45	0,66 m ³
3 - 46	0,42 m ³
3 - 47	9,0 m ³
3 - 48	46,7 m ³
3 - 49	5 890 cm ³
3 - 50	7 238 cm ³

TALOUS- JA TILASTOMATEMATIIKAN PERUSTEET

4 - 1	-
4 - 2	-
4 - 3	

Bruttopalkka	1 600 €	100 %
Vero + muuta maksut	262,72 €	16,42 %
Nettopalkka	1 337,28 €	83,58 %

4 - 4	-
4 - 5	-
4 - 6	-
4 - 7	-
4 - 8	a)

Arvosana	Lkm	Lkm %
1	2	8 %
2	4	16 %
3	8	32 %
4	7	28 %
5	4	16 %
Yht.	25	100 %

b) ka = 3,28 c) Md = 3, Mo = 3 d) -

4 - 9 alv = 11,76 €, verollinen hinta = 60,76 €

4 - 10 verollinen hinta = 21,45 €, alv = 1,95 €

4 - 11 veroton hinta = 128,23 €, alv = 30,77 €

4 - 12

Tuotekoodi	Veroton hinta (€)	ALV (€)	Verollinen hinta (€)
F123	120,00	28,80	148,80
F124	53,00	12,72	65,72
F125	12,00	2,88	14,88
F126	134,00	32,16	166,16
F127	160,00	38,40	198,40

Tuotekoodi	Veroton hinta (€)	ALV (€)	Verollinen hinta (€)
H345	134,68	32,32	167,00
H346	18,95	4,55	23,50
H347	22,50	5,40	27,90
H348	125,81	30,19	156,00
H349	2,74	0,66	3,40

4 - 13* alv = 4,42 €

4 - 14* alv = 38,50 €

4 - 15*

Veroton hinta (€)	ALV		Verollinen hinta (€)
	(€)	(%)	
450,00	108,00	24	558,00
368,00	88,32	24	456,32
152,86	21,40	14	174,26
1 135,91	113,59	10	1 249,50

4 - 16* kokonaishinta = 192,20 € (verollinen), alv = 19,62 €

4 - 17

Koko lainapääoma	160 000	100 %
Korko vuodessa	2 800 €	1,75 %
Korko kuukaudessa	233,33 €	0,146 %

4 - 18

Koko lainapääoma	160 000	100 %
Korko vuodessa	4 400 €	2,75 %
Korko kuukaudessa	366,67 €	0,229 %

4 - 19 -

4 - 20 a) 9,90 € b) 0,63 €
 c) 15,75 € d) 16 640,29 €
 e) 304,07 € f) 27,88 €